

آموزش ریاضی دوره ابتدایی

مقدمه

از آن جایی که ریاضیات زبان علم و علوم مختلف است، آشنایی با روش های جدید آموزش ریاضی برای معلمان دوره ی ابتدایی از اهمیت خاصی برخوردار است زیرا دانش ریاضی است که می تواند از همان ابتدا، دقت، تامل، خلاقیت را در دانش آموزان تقویت نماید.

امروزه آموزش ریاضیات در زندگی ما، نقش مهمی دارد و دربردارنده ی فرصت هایی برای اکتشاف خلاقانه ی پدیده ها و حل مساله ی علمی است.

هدف از آموزش ریاضی در دوره ی ابتدایی تنها پرورش نخبه ها و علاقه مندان به ریاضی و یا افراد خاصی که می خواهند رشته ریاضی را در سطح دانشگاهی ادامه دهند نیست، بلکه هدف از آموزش ریاضی بهتر زندگی کردن دانش آموزان است. بنابراین برقراری ارتباط بین ریاضی و زندگی روزمره، کسب مهارت های مدل سازی ریاضی و حل مساله، رشد مهارت های تفکر برقراری ارتباط بین نمایش های مختلف ریاضی و تعبیر و تفسیر آن ها، برقراری ارتباط بین ریاضی و سایر علوم و در حالت کلی به کارگیری مفاهیم ریاضی در محیط پیرامون و تفسیر و تحلیل آن ها از جمله هدف های اصلی آموزش ریاضی دوره ابتدایی است.

روش تدریس ریاضی

مجموعه قواعد و دستور العمل هایی که برای رسیدن به هدف به کار می رود روش نامیده می شود. برای یاد دادن (آموزش) ریاضی هم روش هایی وجود دارد که آن ها را روش های تدریس ریاضی می نامیم. برای اهمیت روش های تدریس ریاضی سوال زیر را مورد بررسی قرار می دهیم.

آیا دانستن علم یک موضوع برای تدریس آن موضوع کافی است؟

برای پاسخ به این سوال به سوالات زیر پاسخ می دهیم.

آیا کسانی که گواهی نامه ی رانندگی دارند می توانند معلم رانندگی موفق باشند. (یا رانندگی را آموزش دهند)؟

آیا کسی که شنا می داند می تواند فن شنا گردن را به خوبی آموزش دهد؟

آیا کسی که چهار عمل اصلی حساب (جمع - تفریق - ضرب - تقسیم) را می داند می تواند ریاضی را آموزش دهد؟

جواب: خیر باید روش های تدریس آن موضوع را بداند و تجربه کرده باشد.

در کشور ایران برای آموزش ریاضی، روش های تدریس متفاوتی وجود دارد که برخی از این روش های تدریس عبارت اند از:

(۱) روش تدریس سخنرانی: این روش تدریس به روش تدریس زبانی نیز معروف است. در این روش معلم به اصطلاح متکلم الوحده است. همه چیز را بیان می کند، قواعد را بررسی می کند، طراح مساله است، نتیجه گیری می کند. خلاصه معلم در کلاس درس همه کاره است و دانش آموز هیچ کاره. معلم مساله گو و دانش آموزان مساله حل کن، معلم متکلم و دانش آموز مستمع است.

طرفداران این روش دو گروه هستند. گروهی موافق روش زبانی ماشینی و گروه دیگر موافق زبانی استدلالی هستند.

۱-۱. **روش تدریس زبانی ماشینی**: موافقان این روش معتقدند که فهم و شعور دانش آموزان را برای استدلال مناسب ن می دانند و اعتقاد دارند که دانستن قواعد و فنون محاسبه کافیست اگر دانش آموز ادامه تحصیل بدهد برایش استدلال می شود و مطالب را می فهمد و اگر پس از اتمام دوره ابتدایی وارد بازار کار شود محاسبات به دردتش می خورد نه اینکه فلان مطلب چنان است و چنین نیست.

۱-۲. **روش تدریس زبانی استدلالی**: موافقان این روش برخلاف گروه قبل تدریس ریاضی را توأم با استدلال قبول دارند و لاغیر. این گروه معتقد هستند که اساس ریاضیات و نهاد آن منطق است و ریاضی با منطق آمیخته است پس باید با استدلال و برهان به امر تدریس ریاضی همت گماشت. ابتدا باید تعاریف و اصول گفته شود و به دنبال آن می توان نتیجه گیری ها را با استفاده از قوانین منطق آغاز نمود.

در روش تدریس سخنرانی چون دانش آموز باید مطالب کتاب را حفظ کند به این روش، روش حفظی نیز گفته می شود. در این روش پیشرفت ظاهری زیادی محسوس است و اولیای دانش آموزان از اینکه کودکان آن ها به سوالات با سرعت جواب می دهند خوشحال هستند.

۲) **روش تدریس سقراطی**: این روش را بدان جهت سقراطی می گویند که وی در بحث و گفت و گو با مردم زمان خود تظاهر به جهل می کرد و به پرسش می پرداخت. سقراط از این روش دو منظور داشت. از اینکه جهل طرف را برای خود او روشن سازد و دیگری اینکه حقیقت را برای او روشن سازد در این روش کودکان به تفکر می پردازند و اعتماد به نفس پیدا می کنند. با یک مثال روش سقراطی را شرح می دهیم.

مثال: محیط دایره ای ۶۲/۸ سانتی متر است مساحت این دایره چقدر است؟

جواب: دانش آموز: نمی داند. ممکن است که بگوید که ابتدا ۶۲/۸ را در خودش ضرب می کنیم و حاصل را در ۳/۱۴ نیز ضرب می کنیم.

معلم: محیط دایره چگونه محاسبه می شود. دانش آموز: اندازه قطر را در ۳/۱۴ ضرب کردیم و ۶۲/۸ شده است. معلم: پس چکار کنیم تا اندازه قطر به دست آید. شاگرد: فهمیدم محیط را بر ۳/۱۴ تقسیم می کنیم

$$\text{شعاع } 20 = 62.8 \div 3.14 \rightarrow \text{قطر}$$

$$\text{سانتی متر مربع } 314 = 100 \times 3.14 = \text{مساحت} \rightarrow \text{مجذور شعاع}$$

$$10 \times 10 = 100$$

بنابراین در روش سقراطی معلم با پرسش مناسب دانش آموز را به سمت موضوع و هدف مورد نظر هدایت می کند. چون در این روش پرسش و پاسخ مطرح است گاهی به این روش، روش تدریس پرسش و پاسخ می نامند. در این روش دانش آموز فعال است و معلم نیز دانش آموز را به سمت یادگیری هدایت می کند. این روش برای کلاس اول و دوم ابتدایی کمتر استفاده می شود.

توجه: در این روش چون دانش آموز خودش به هدف می رسد یا موضوع را کشف می کند، به این روش، روش تدریس مکاشفه ای (یا اکتشافی) نیز می گویند.

۳) **روش تدریس استقرایی**: در روش استقرایی، معلم دانش آموز را از راه تحقیق و بحث به شناخت اصول و حقایق ریاضی راهنمایی می کند. در این روش ابتدا بحث از جزئیات و مثال ها و شواهد آغاز می شود و با بررسی آن ها به اصول و قواعد کلی ریاضی به دست می آیند. مثلاً در تدریس هندسه ابتدا شکل های مختلف هندسی را به دانش آموزان می دهد. سپس با راهنمایی، دانش آموزان به تشخیص صفات مشترک آن ها به کمک خود ایشان نتیجه می گیرد که مربع، مستطیل، چه نوع شکلی را گویند. روش هربات مربی بزرگ آلمانی براساس همین روش استقرایی بنیانگذاری شد است. هربات مراحل تدریس را چهار مرحله تقسیم می کند که دانشمندان آن را به پنج مرحله زیر تفکیک کرده اند:

الف - آمادگی ب - عرضه ج - مقایسه د - تعمیم ه - کاربرد و تطبیق

۱-۳. آمادگی : معلم اولاً رغبت دانش آموز را به موضوع درس برانگیزد و ثانياً : هدف درس را روشن می نماید. ثالثاً : معلومات قبلی دانش آموزان را بررسی می کنند و مطالب جدید را بر پایه معلومات قبلی او تدریس می کنند.

۲-۳. عرضه : معلم موضوع جدید را با توجه به هدف هایی که پیش بینی کرده است به دانش آموزان تدریس می کند.

۳-۳. مقایسه : ارتباط بین معلومات قبلی و درس برقرار و مقایسه به عمل می آید و در این مقایسه است که به اصول کلی دست پیدا می کنند در تدریس ریاضی معلم در این مرحله به قاعده دست پیدا می کند و تعاریف را به دست می آورد . مانند : تعریف چند ضلعی و نظام های مربوط به آن ها.

۴-۳. تعمیم : نتایج به دست آمده در مرحله مقایسه را در مواقع لازم تعمیم داده می شود .

۵-۳. کاربرد و تطبیق : به کارگیری قاعده ها و تعاریف در مسائل ریاضی .

۴) روش تدریس قیاسی : در این روش ابتدا معلم قاعده را در درس ریاضی می گوی د ، سپس به ذکر شاهد و مثال می پردازد . مانند : مثلث شکلی است که دارای سه ضلع و سه زاویه (گوشه) می باشد . که اضلاع آن دو به دو همدیگر را تلاقی می کنند . بعد از گفتن این قاعده از دانش آموزان خواسته می شود ، تمامی اشکالی را که در محیط اطراف خویش به شکل م ثلث دیده است را مشخص کنند بعد از آن به بررسی اجزاء مثلث مانند اضلاع و زاویه ها می پردازد .

توجه : روش های تدریس دیگری مثل روش تدریس شهودی، روش تدریس فعال ، روش تدریس آموزش گروهی و روش تدریس آموزش برنامه ای هم برای تدریس ریاضی وجود دارد که برای آشنایی با آن ها می توان به کتاب آشنایی با مفاهیم و روش تدریس ریاضی آقای کریم عزتخواه انتشارات دانشگاه پیام نور مراجعه کرد.

سوال : آیا از این روش تدریس ها در دوره ابتدایی کشور ما در حال حاضر استفاده می شود ؟

جواب : بلی . ولی نظام آموزشی جدید طوری برنامه ریزی شده است که این روش ها به تنهایی برای تدریس ریاضی کاربردی ندارد و هر چند که برخی از معلمان تلفیقی از این روش ها که دانشجو در آن فعال باشد مورد استفاده قرار می دهند.

رویکرد نظام جدید آموزشی در دوره ابتدایی

وظیفه اصلی آموزش و پرورش به عنوان یک نهاد دولتی ، پرورش نیرو های انسانی متعهد و کار آمد برای ورود به جامعه است . همگان باید بتوانند استعدادها و توانایی های ذاتی خود پرورش دهند و متناسب با آن ها نقش مناسبی را در جامعه باز می کنند تا در نهایت جامعه به سمت معنوی و مادی پیش رود .

در این راستا ریاضی نقش عمده ای را ایفا می کند . یک دانش ریاضی مناسب و یک آموزش مناسب از ریاضی ، پایه اصلی کارآمدی نیروهای انسانی است. ریاضی اولاً همانند زبانی است که به طور مداوم نیازمند آنیم تا آن چه که می بینیم ، می دانیم و می فهمیم را با روش های دقیق، توصیف و تشریح کنیم و از این طریق دانایی خود را گسترش دهیم و از ریاضی در حل مسایل استفاده کنیم . به همین خاطر است که ریاضی را زبان علم می نامند و در هر برنامه درسی ، ریاضی حضور دارد. ثالثاً : ریاضیات علمی است که دارای نظم و سازگاری درونی است و به منظور پرورش نظم فکری و بالا بردن قدرت اندیشیدن و استدلال منطقی و خلاقیت ذهنی مورد توجه قرار می گیرد.

نیاز به ریاضی یک نیاز زیر بنایی است و هر گونه عمل منطقی و حساب شده و برنامه ریزی شده در زندگی محتاج داشتن مهارت های اصلی ریاضی مانند : تجربه و تحلیل ، درک روابط منطقی بین مفاهیم و وقایع و پیش بینی نتایج احتمالی است جنبه دیگری از ریاضی نیازمند آزادی

اندیشه و رهایی از قید زمان و مکان است ، زیرا در بسیاری از موارد مطالعه در خارج از فضای سه بعدی و در فضاهای آفریده شده ریاضیدان صورت می گیرد . اگرچه نهایتاً ریاضیدان وابسته به مفاهیم و تصوراتی است که ریشه در مفاهیم پیرامون دارد.

رویکرد برنامه درسی ریاضی: در این رویکرد آن نوع بینش و دیدگاه که دانش آموزان همگی توانایی کسب و کشف معارف بشری را امری فطری دارا هستند مد نظر است . لذا رویکرد برنامه بر این اصل برقرار است که رسالت آموزش و پرورش از قوه به فعل در آمده است و شکوفا کردن این استعداد های الهی از طریق ایجاد فرصت های مناسب جهت یاددهی – یادگیری است رویکرد اصلی حاکم بر این برنامه یک رویکرد فرهنگی – تربیتی با تاکید بر حل مساله از طریق محور قرار دادن یادگیرنده در بازسازی مستمر تجربه از راه مهارت های اکتشافی می باشد .

این برنامه درسی توجه ویژه ای به شرایط رشدی و ذهنی دانش آموزان در دوره عمومی و متوسطه دوم دارد . بعد فعال گروه سنی در دوره عمومی بر بعد غیر فعال آن ها تقدم دارد و تلاش در راه رشد مهارت های تفکر آن ها نیازی اساسی است.

توانایی های فکری این گروه سنی در پایین ترین سطح عقلانی بدون برخورداری از آموزش رسمی وجود دارند مانند : مشاهده ، طبقه بندی ، ردیف کردن ، تشخیص امور متناظر...

پژوهش ها نشان می دهند هماهنگی بین این توانایی ها اولیه فکری با مهارت های اکتشافی چون رمز گشایی نمادهای نوشتاری ، محاسبه ، اندازه گیری، ترسیم شکل و نظم بخشیدن ، به داده ها که در سن مدرسه مورد توجه کودکان قرار می گیرد ، می تواند در پایان دوره عمومی، دانش آموزان را به درک و فهم آن چه که در فرایند علمی رخ می دهد ، برساند و همچنین ویژگی های تعامل بین عناصر در یک نظام فیزیکی را هدایت نماید.

اگر یادگیری در دوره عمومی ، تغییر رفتار از راه تجربه معنا می شود ، منظور این است که در سایه تجربه و فعال شدن دانش آموزان تغییرات اساسی در عادت ها ، گرایش ها و تمایلات فرد حاصل می شود ، هنگامی که موضوع درسی به عنوان یک مساله طرح شود و دانش آموز مانند یک پژوهشگر برخورد کند، تخمین ها و حدسیه های (حدس های) خود را مورد بررسی قرار دهد و ضمن مرتب کردن و سازماندهی یافته ها به برقراری ارتباط بین مفاهیم و موضوعات بپردازند ، به تدریج در او عادت های علمی به وجود می آید و در این فرآیند آموزشی کار و همیاری با دیگران و چگونگی حل مسایل روزمره ی زندگی از طریق یادگیری های مدرسه قرار می گیرد. رشد پایه ریاضی ناب و قوی از دوره ی پیش از دبستان بسیار ضروری است . در دوره ی عمومی باور دانش آموزان درباره معنی ریاضی، دلیل یادگیری این علم و نحوه ی عمل براساس آن و همچنین نقش آن ها به عنوان یک یاد گیرنده ، شکل می گیرد . این باور ها بر نوع تفکراتشان درباره ی ریاضی و نگرش به ریاضی ، تاثیر می گذارد . دانش آموزان قبل از ورود به مدرسه خیلی از مفاهیم ریاضی را با شهود ابتدایی خود رشد می دهند . به طور مثال : تعدادی معدودی از اشیا را تشخیص داده و از هم متمایز می کنند. خیلی از دانش آموزان پیش از ورود به مدرسه بر بدنه ی اصلی دانش ریاضی غیر رسمی تسلط دارند. بزرگتر ها می توانند از همان سنین کودکی با فراهم کردن محیطی غنی توسط زبان به رشد ریاضی کودکان کمک کنند. بچه ها احتمالاً با پایه های مختلف از درک ریاضی وارد محیط آموزشی می شوند و این اطلاعات اولیه آن ها را بر ریاضیاتی که در مدرسه یادخواهند گرفت تاثیر می گذارد بنابراین توجه به تفاوت های فردی از اهمیت خاصی برخوردار است .

در این سنین دانش آموزان به پشتیبانی بیشتری احتیاج دارند و یک برنامه ی آموزشی ریاضی قوی و با کیفیت بالا هم به رشد ریاضی و هم به طبیعت بچه ها توجه می کند بنابراین برنامه ی دوره ی عمومی باید برپایه ی گسترش شهودی و دانش ریاضی غیر رسمی بنا شوند. این برنامه باید رشد بچه ها را مورد توجه قرار دهد . و محیط هایی را فراهم کند تا دانش آموزان تشویق شوند که یادگیرندگانی فعال باشند و چالش های جدید را بپذیرند.

با پیاده سازی این برنامه تغییرات مهمی ایجاد شده است . که عمده ی این تغییرات در رویکرد ها ، روش ها و اهداف آموزشی می باشد . در برنامه ی حاضر برنامه های آموزشی مبتنی بر پژوهش های آموزشی است و اهداف آموزشی در راستای نیاز های واقعی دانش آموزان و جامعه می باشد .

در مبنای این رویکرد در این برنامه محور های زیر مورد توجه قرار می گیرد :

- (۱) توجه به توانایی های عقلانی در کودک (به عنوان پایه های ساخت شناختی)
- (۲) توجه به تفاوت های فردی در ابعاد (جسمی ، ذهنی ، روانی،) به منظور ارتباط تجربه و عمل با سطح مجرد
- (۳) برقراری ارتباط بین ریاضی و دنیای واقعی فراگیران(ایجاد انگیزه ی درونی)
- (۴) فعال نمودن دانش آموزان در جریان یاددهی – یادگیری
- (۵) ایجاد موقعیت های چالش برانگیز و هدایت دانش آموزان به یادگیری از طریق خوب دیدن ، خوب شنیدن و خوب بیان کردن
- (۶) ایجاد شرایط مناسب به منظور بحث و بررسی و استدلال در رد یا تایید نظرات خود و دیگران
- (۷) شناخت رخ داد های آموزشی در کلاس درس و بیان آن ها به زبان ریاضی

اهداف کلی دانش ریاضی دوره ابتدایی

- (۱) آشنایی با مفهوم عدد و نمایش های مختلف اعداد و روابط بین آن ها
- (۲) آشنایی با اعمال جبری اعداد و انجام این اعمال با تبحر کافی و تخمین زدن آن ها
- (۳) آشنایی با الگو های روابط
- (۴) آشنایی با زبان ریاضی و استفاده از زبان ریاضی در ارائه مطالب
- (۵) آشنایی با مفاهیم هندسه
- (۶) شناسایی و تحلیل ویژگی ها و مشخصه های شکل های هندسی در صفحه و فضا
- (۷) آشنایی با جبری سازی مفاهیم هندسی
- (۸) آشنایی با تقارن و تبدیلات هندسی
- (۹) آشنایی با کمیت های وابسته به اشیاء واحدها، دستگاه های اندازه گیری و فرایند اندازه گیری
- (۱۰) آشنایی با فنون ، ابزار ها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری
- (۱۱) آشنایی با روش های آماری برای نمایش و تحلیل داده ها و ارزیابی و نتیجه گیری
- (۱۲) آشنایی با مفاهیم اساسی احتمال و کاربرد های آن ها
- (۱۳) آشنایی ابتدایی با مجموعه

اهداف فرایندی:

برای درک مناسب از ریاضی و عمل به ریاضی و به کارگیری ریاضی در حل مسایل، صرف آموزشی ریاضی کافی نیست. در عمل ریاضی (کار در ریاضی) عوامل و مهارت های خاصی در کارند و آن ها را مهارت های فرایندی می نامند.

مفاهیم و موضوعات ریاضی مانند جسمی هستند و مهارت های فرایندی مانند روح آن جسم هستند. این مهارت ها در همه ی پایه های تخصصی چه در دوره ی عمومی و چه در دوره ی متوسطه با اهمیت هستند و حضور دارند ولی بسته به نوع سطح شناختی دانش آموزان پیاده سازی و چگونگی کار کردن با این فرایندها متفاوت خواهد بود این مهارت ها به شکل زیر دسته بندی می شوند:

۱) نمایش ریاضی

۲) ارتباطات مفهومی

۳) ارتباطات کلامی

۴) استدلال و اثبات

۵) حل مساله

۱) **نمایش ریاضی:** مهارت های نمایش ریاضی، مهارت هایی هستند که به نمایش داده ها و اطلاعات و هرآن چه در ذهن دانش آموز می گذرد مربوط می شوند. این مهارت ها کمک بسیاری برای درک بهتر مطالب و برقراری ارتباط با دیگران می کند. این مهارت ها در موارد زیر قابل بیان هستند.

۱) نمایش های مختلف ریاضی برای سازماندهی، ثبت کردن و تبادل ایده های ریاضی به کار می رود.

۲) نمودار ها، نقشه ها، جدول ها، نماد ها و علائم... همگی برای مفاهیم ریاضی هستند.

۳) دانش آموزان هر شکلی از صورت های نمایشی را باید تشخیص دهند و در جای مناسبی به کار گیرند.

۴) از نمایش های ریاضی به عنوان ابزاری برای فهم و درک و تجزیه و تحلیل ایده های ریاضی استفاده می شود.

۵) برای حل مساله مختلف و توضیح موقعیت های مساله از نمایش های ریاضی استفاده می شود.

۶) نمایش های مختلف از یک مفهوم و رابطه های بین آن ها، در درک مفاهیم و حل مساله کارساز است.

۷) نمایش های متفاوت ریاضی را برای مدل سازی، تفسیر و درک پدیده های مختلف به کار برده می شود.

۲) **ارتباط مفهومی:** مفاهیم ریاضی در ارتباط با یکدیگرند و شناخت این ارتباطات، درک و یادگیری ریاضی را عمیق تر می سازد. بنابراین در آموزش ریاضی باید موارد زیر رعایت شود:

۱) پیوند های مفهومی و مهارتی میان ایده های ریاضی شناسایی و ارائه شوند.

۲) ارتباطات میان نمایش های چندگانه از یک ایده ی ریاضی درک و برقرار شود.

۳) متناظر میان روش ها و رویه ها برای حل مساله مشابه ریاضی درک شوند.

۴) پیوند های میان ایده های مختلف ریاضی و کیفیت ساخته شدن ایده های مرتبط با هم ، در تشکیل یک کل یکپارچه استفاده شود.

۵) با استفاده از ارتباطات مفهومی میان مفاهیم ریاضی، و غیر ریاضی، موقعیت ها و وضعیت های واقعی را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و در موارد مناسب مدل سازی شود.

۶) از مفاهیم و روش های یک حوزه از ریاضی برای حل مسایل حوزه های دیگر ریاضی استفاده کنند.

۳) **ارتباطات کلامی** : زبان طبیعی محمل اصلی برای توصیف و بیان و سخن گفتن از مفاهیم است . ریاضی هم در همین بستر رشد می کند و لازمه ی یک درک معنادار از مفاهیم قابلیت ها ، بیان آن ها در زبان طبیعی است . بنابراین به زبان در آوردن مفاهیم ریاضی و انشا نویسی در ریاضی سهم مهمی در یادگیری بازی می کند .بنابر این موارد زیر باید در آموزش مفاهیم ریاضی مورد توجه قرار گیرد.

۱) دانش آموزان تفکرات ریاضی خود را توصیف و سازماندهی کنند و استحکام بخشند.

۲) دانش آموزان بتوانند یک طرح کلی برای گام های مورد استفاده در حل مسائل به صورت کتبی و شفاهی ارائه دهند.

۳) زبان ریاضی در زبان طبیعی گسترش یابد و از نماد ها و جداول، نمودار ها ، اعداد و ... در تبادل اطلاعات و برقراری ارتباط به درستی استفاده شود.

۴) تفکر ریاضی خود را به صورت منسجم و روشن برای دیگران بیان کنند.

۵) دانش آموزان بتوانند در مباحثات ریاضی به صورت شفاهی یا نوشتاری شرکت کنند.

۶) دانش آموزان بتوانند گزاره های ریاضی و موقعیت های پیش آمده در مسائل را توضیح دهند و تبیین کنند.

۷) دانش آموزان بتوانند استدلال های ریاضی را با دیگران به تبادل بگذارند و نشان دهند که چرا یک نتیجه معنا دار است یا چرا یک استدلال معتبر است.

۸) استدلال های دیگران و سئولات آنان را با دلایل منطقی و صحیح مورد تایید قرار داده یا رد کند.

۹) تفکر ریاضی و راهبرد های ریاضی دیگران را تجزیه و تحلیل کرده و ارزیابی کند.

۱۰) در یک فعالیت گروهی ، تفکر ریاضی ارائه شده توسط دیگران را گوش دهد ، بنویسد و درک کند.

۱۱) روی راهبرد های دیگران در مقایسه با راهبرد خود تامل ، تفکر و نقادی کنند.

۱۲) راهبردها ، راه حل ها و حدسیه های دیگران را تعمیم دهد و به چالش کشد.

۱۳) از زبان ریاضی برای بیان دقیق ایده های ریاضی استفاده کند.

۱۴) از زبان ریاضی به صورت صحیح و درست برای طرح سوال های ریاضی با هدف به چالش کشیدن حدسیه های دیگران استفاده کند.

۱۵) مسایل کلامی را با استفاده از نماد ها و علائم رسمی ریاضی به صورت ریاضی بیان کند.

۱۶) زبان مناسب نمایش های مناسب و فرهنگ واژگان تخصصی ریاضی را درک کند و در هنگام توصیف و شرح اشیاء، روابط و راه حل های ریاضی از آن ها استفاده کند.

۱۷) از طریق درک مطلب و تفسیر نمایش ها ، نماد ها و علائم ریاضی و روش های نوشتاری، نتایج و نتیجه گیری های مربوط به ایده های ریاضی را استخراج کند.

۴) **استدلال و اثبات:** توانایی در استدلال و اثبات حدسیه ها ، جزء اصلی تفکر ریاضی است . بدون کسب این توانایی نمی توان درک درستی از ریاضی پیدا کرد. بنابر این در آموزش ریاضی توجه به موارد زیر ضروری است.

۱) استدلال و اثبات به عنوان بخش پایه ای ریاضی تشخیص داده شود و ارزش داده شود.

۲) ایده های ریاضی با استفاده از راهبرد های مختلف، توجیه و تبیین شوند.

۳) توانایی ساخت حدسیه های عملی ایجاد شود و حدس ها مورد بررسی و تحقیق قرار گیرند.

۴) یک حدسیه ی عملی را با استفاده از راهبرد های ریاضی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد و یک نتیجه عملی از آن گرفته شود.

۵) موقعیت هایی که در آن یک جواب تقریبی از جواب دقیق مناسب تر است تشخیص داده شود.

۶) استدلال ها و اثبات های ریاضی خلق شوند ، رشد و توسعه داده شوند و مورد ارزیابی قرار گیرند.

۷) از ایده ها و زبان ریاضی برای به وجود آوردن استدلال ریاضی استفاده شود.

۸) استدلال منطقی ساخته شود و در آن ادعایی (دلیل) اثبات یا مثال نقض برای ابطال آن آورده شود.

۹) استدلال ریاضی درست در قالب و صورت های مختلف ارائه شود و مورد استفاده قرار گیرد.

۱۰) استدلال های نوشتاری را برای بررسی یک حدسیه علمی مورد استفاده قرار گیرد.

۱۱) انواع مختلفی از استدلال و روش های اثبات و راه حل ها به کار گرفته شود.

۱۲) با استفاده از یک رویکرد نظام مند ، استدلال های مختلف حل یک مسئله مورد ارزیابی قرار گیرد.

۱۳) از روش ابداعی صحیح برای بررسی و اثبات نتایج استفاده شود و از مثال نقض برای ابطال احکام نادرست استفاده شود.

۱۴) نتایج صحیح در حالت های کلی تر توسعه و تعمیم یابد.

۱۵) از نمودار های مناسب برای حمایت از یک استدلال منطقی استفاده شود.

۱۶) از استدلال استنتاجی برای ساختن و پشتیبانی از حدسیه های ریاضی استفاده شود.

۵) حل مسئله: کسب توانایی حل مسئله از اهداف نهایی آموزش ریاضی است این مهارت نیازمند تمامی مهارت ها و توانایی هایی است که در ریاضی وجود دارد و به نوعی تمامی مهارت های ریاضی را به کار می گیرد . در این راستا موارد زیر باید مورد توجه قرار گیرد.

- ۱) از طریق حل مسئله دانش جدید ریاضی بنا شود.
- ۲) از راهبرد های متنوع حل مساله برای فهمیدن و درک محتوای موضوعی- مفهومی ریاضی استفاده شود.
- ۳) نمایش های معادل یک مفهوم ریاضی را در تجزیه و تحلیل مسایل به کار برد.
- ۴) مسایل ریاضی را در ارتباط با محیط پیرامونی درک و حل کند.
- ۵) ز روش های مختلف نمایش ، برای توضیح موقعیت های مسئله گونه(نمایش های تصویری، عددی،جبری و نموداری) استفاده کند.
- ۶) راهبرد های متنوع حل مسئله(رسم شکل-الگو سازی-حدس و آزمایش-الگو یابی-حل مسئله ساده تر- زیر مسئله- حذف حالت های نامطلوب-روش های جبری و تشکیل معادله)به کار گرفته شود.
- ۷) توانایی انتخاب راهبرد موثر و کار آمد در جهت حل هر مسئله خاص ایجاد شود.
- ۸) در یک فعالیت گروهی ، راهبرد های جدید برای حل یک مسئله پیشنهاد شود و انواع راهبرد ها مورد نقد و ارزیابی قرار گیرد.
- ۹) فرایند حل یک مسئله ریاضی ، رصد و تحلیل شود.
- ۱۰) اطلاعات مورد نیاز برای حل یک مسئله بررسی و تعیین شوند و روش هایی برای به دست آوردن اطلاعات انتخاب شود و شاخص هایی برای جواب ها و راه حل های قابل قبول تعریف شود.
- ۱۱) راه حل های ارائه شده در یک مسئله با توجه به موقعیت و شرایط مسئله تفسیر شود.
- ۱۲) روش های گوناگون حل یک مسئله بررسی و ارزیابی شود.

اهداف مهارتی

- ۱) کسب توانایی توصیف موقعیت های گوناگون با زبان و روش های ریاضی.
- ۲) کسب توانایی تجزیه و تحلیل موقعیت ها و یافتن مفاهیم ریاضی در آن ها .
- ۳) کسب توانایی مرتبط کردن مفاهیم ریاضی با وضعیت های محیط پیرامونی.
- ۴) رشد توانایی مدل سازی ریاضی از موقعیت های مسئله گونه ، حل مدل و یافتن جواب ها در ریاضی و تفسیر جواب ها در مسئله واقعی
- ۵) کسب توانایی تجزیه و تحلیل منطقی جملات و انجام استدلال روی آن ها.
- ۶) کسب توانایی مباحثه و دقیق شدن در مفاهیم و یافتن حقایق از طریق تحلیل منطقی.
- ۷) کسب توانایی حل مسئله و حل مسائل واقعی و به کار گیری راهبرد های حل مسئله.

۸) کسب توانایی گمانه زنی و پذیرش یا رد آن ها

۹) کسب توانایی به نمایش در آوردن مفاهیم و اطلاعات و موقعیت های مسئله گونه

۱۰) کسب مهارت های تفکر (نقاد - خلاق - دیداری یا بصری و تعمیم ساز).

۱۱) فرضیه سازی و بررسی فرضیه ها در یک موقعیت مسئله گونه

۱۲) رشد و توسعه ی توانایی های تجسم ، انتزاع و تعمیم

۱۳) کسب توانایی تقریب زدن و تحلیل دقت و صحت و تخمین خطا در موقعیت های اندازه گیری

۱۴) توانمند شدن در استفاده از فناوری برای توسعه ی دانش و به کار گیری آن

۱۵) به کار گیری فنون ، ابزار ها و فرمول های مناسب برای اندازه گیری

۱۶) نمودار خوانی و تحلیل نمودار

اهداف نگرشی

۱) یافتن نگرش مثبت به ریاضی به عنوان ابزاری قدرت مند و اساسی برای درک و حل مسائل واقعی

۲) معنا دار دیدن مفاهیم ریاضی از طریق مشاهده آن ها در محیط پیرامونی

۳) مرتبط دانستن مفاهیم ریاضی با یکدیگر و با مفاهیم محیط پیرامونی

۴) کسب روحیه ی حقیقت جویی و صداقت علمی

۵) کسب روحیه ی نقادی و نقد پذیری نسبت به مطالب ارائه شده

سبک های یادگیری دانش آموزان

این سوال که آموزش ریاضیات چه تاثیری روی شخصیت فکری و منش های حل مسئله و شیوه های یادگیری دانش آموزان می گذارد به ساختار شناختی اپنان مربوط می شود. مسلماً پیشینه فکری و مهارت هایی که در ذهن دانش آموزان نهادینه شده اجازه نمی دهد نظام یکسانی که دانش آموزان با آن مواجه اند ساختار های شناختی یکسانی را به دست دهد. این تنوع ساختار های شناختی که تحت تربیت نظام آموزشی یکسانی بوده اند رع تنها ناخواسته نیست ، بلکه مورد تاکید است. ذهن دانش آموزان همچون گلهای رنگارنگی که از یک آب و خاک و خورشید بهره گرفته اند اما با یکدیگر در رنگ و بو تفاوت دارند که در برابر نظام آموزشی یکسان مهارت های مختلفی را به بار می دهند و ثمرات گوناگونی را نتیجه می دهند. این تنوع زمینه های یادگیری دانش آموزان را می توان در سبک های یادگیری و در ساختار شناختی دانش آموزان خلاصه نمود. در رابطه با سبک های یادگیری و تفکر و شناخت دانش آموزان تئوری های گوناگونی وجود دارد. بعضی از این تئوری ها رفتار گرایانه ، بعضی روان شناسانه و برخی دیگر مجرد تر هستند. تئوری های رفتار گرایانه از سایر این تئوری ها ملموس تر و قابل فهم تر هستند. مجاری شناخت حسی دانش آموزان در تئوری رفتار گرایانه به پنج حس محدود می شود. (بینایی، شنوایی، لامسه، چشایی، بویایی) از میان این پنج حس، حس بینایی، حس شنوایی، و حس لامسه در ارتباط با جهان خارج و یادگیری بر دیگر حس ها غلبه دارند.

حس بینایی مبنای تفکر تصویری و حس شنوایی مبنای تفکر کلامی و حس لامسه مبنای تفکر دست ورزی و ساختنی را پایه ریزی می کنند. این طور نیست که تفکر کلامی، تصویر و دست ورزی ذهن دانش آموزان را به طور یکسان درگیر کند. هر چند مهارت های تفکر دانش آموزان طیفی بین این سه مهارت تفکر است اما معمولاً در اکثر دانش آموزان یکی از سه سطح یادگیری بر دیگران غلبه دارد این سه مهارت تفکر **سه سبک یادگیری کلامی، تصویری و دست ورزی** را به دست می دهد اما به ندرت ممکن است در دانش آموزی دو تا از سه سبک های یادگیری و یا حتی هر سه سبک غلبه داشته باشد.

(۱) سبک یادگیری کلامی: در دانش آموزان کلامی ساختار نمادین کلام نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کند اینان کسانی هستند که وقتی فکر می کنند به زبان کلمات و جملات با خود حرف می زنند و می توانند افکار خود را مستقیماً بر روی کاغذ بیاورند (به زبان آورند) استدلال ریاضی را مرحله به مرحله و جزء به جزء درک کنند و چون مراحل اثبات به پایان می رسد مراحل درک ریاضی آنان خاتمه می یابد. این دانش آموزان از جزء به سمت کل حرکت می کنند و معمولاً تئوری های آنان در چگونگی همنشینی جزئیات بسیار قوی است. اما در همبستگی مبانی و ساختار های کلی می لنگند (ارسطو، ابن سینا، دکارت، کانت زیر چتر این نوع تفکر قرار دارند).

(۲) سبک یادگیری تصویری: در دانش آموزان تصویری شهود و تصویرسازی نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کنند. وقتی این دانش آموزان به تفکر می پردازند روند تفکر به زبان مفاهیم و ارتباط بین آن ها پیش می رود و باز نویسی روند تفکر برای ایشان نیاز به زحمت مضاعف دارد. حتی برخی از ایشان از به کلام در آوردن روند تفکر خود عاجز و ناتوانند اما می توانند به خوبی آن را به زبان مفاهیم و ارتباط بین آن ها بیان کنند. استدلال ریاضی توسط ایشان به صورت کلی و مانند نگاه کردن به اجزای یک تابلو به طور سرتا سری ادراک می شود. اینان از درک کل به سوی ادراک جزء ثبات حرکت می کنند و معملاً تئوری های آنان در ساختار و مبانی دقیق است اما در همنشینی و برقراری رابطه بین اجزا ضعیف می نماید (افلاطون، فارابی، ابن عربی، سهروردی و ملا صدرا زیر چتر این نوع تفکر قرار دارند).

(۳) سبک دست ورزی: در دانش آموزان دست ورز که ساختار گرا هستند باز سازی ساختار ها و دست و فکرشان نقش مهمی در تفکر و یادگیری ایفا می کند اینان با به کار بردن ابزار ها و ساختن اشکال و باز سازی ذهنی ساختار ها در ذهن خود مفاهیم را یاد می گیرند و مهارت ها را کسب می کنند اینان برای درک محتوای درسی احتیاج به خلوت کردن با خود دارند حتی اگر آموزش با سبک یادگیری ایشان هماهنگ باشد. استدلال ریاضی را تا وقتی خودشان باز سازی نکنند، نمی فهمند.

توجه: فیلسوفان دست ورز معمولاً به تئوری پردازی اشتغال ندارند اما فیلسوفان کلامی و تصویری به تئوری پردازی در باب انسان می پردازند.

با توجه به مطالب قبل و رویکرد جدید آموزش و پرورش که یک رویکرد فرهنگی - تربیتی با تاکید بر حل مسئله از طریق محور قرار دادن دانش آموز در باز سازی مستمر تجربه از راه مهارت های اکتشاف می باشن د. **معلم چگونه باید در کلاس درس تدریس کند و چه روش تدریسی انتخاب کند؟ معلم نیاز به چه دانشی برای تدریس دارد؟**

جواب این دو سوال به صورت زیر است. اول به سوال دوم جواب می دهیم. **معلم نیاز به چه دانشی از ریاضی دارد؟**

(۱) معلمان باید مفاهیم ریاضی را خوب بشناسند و درک درستی از مفاهیم ریاضی داشته باشند.

(۲) قوانین و تعاریف را خوب بدانند

(۳) سبک های شناختی دانش آموزان را شناسایی کنند.

(۴) سبک های یادگیری ریاضی را درک کنند.

۵) بدانند که دانش آموزان از یک سبک ریاضی مفاهیم ریاضی را یاد نمی گیرند.

۶) محور اصلی در کلاس درس فعال بودن دانش آموزان است.

۷) راهبرد های حل مساله را بدانند و به کار بگیرند.

۸) با انواع روش های تدریس آشنا باشند و معایب و محاسن این روش های تدریس را شناسایی کنند.

۹) با روانشناسی کودک آشنا باشند.

۱۰) معلم باید معلومات خود را به روز رسانی کند.

۱۱) به تفاوت های فردی و شناختی آن ها اهمیت دهد.

معلم چگونه در کلاس درس تدریس کند؟ با توجه به مطالب کتاب های ریاضی دوره ابتدایی و اهداف آن ها و سن دانش آموزان می تواند روش های تدریس متفاوت انتخاب کند ولی محور اصلی همه روش های تدریسی که معلم انتخاب می کند فعال بودن و کش اف بودن دانش آموز می باشد. برای این منظور برای هر کتاب درسی، روش های تدریس مربوط به آن به صورت زیر پیشنهاد می گردد. هر چند که انتخاب روش تدریس به دانش آموزان یک کلاس بستگی دارد و با تجربه به دست می آید.

کلاس اول ابتدایی (ریاضی اول دبستان): کتاب ریاضی پایه اول شامل ۲۵ بخش است و هر بخش شامل ۷ صفحه است که شروع هر بخش با یک لوحه (تصویر آغاز می گردد. صفحه آغازین هر بخش (بدون اینکه نوشته شود) شامل:

۱) عنوان (۲) مفاهیم (۳) مهارت ها (۴) نگرش ها (۵) تاثیرات بر ساختار شناختی (۶) تم شناختی (۷) ارتباط با صفحات بخش است.

معلم باید این هفت مطلب را تشخیص دهد و تلاش کند که مهارت و شناخت دانش آموزان را افزایش دهد. روش تدریس این ۲۵ بخش به صورت زیر است.

۱) به کمک دانش آموزان اهداف و نگرش های هر بخش که در صفحه آغازین (لوحه یا تصویر) نهفته است ذکر می گردد یعنی هرچه در لوح دیده می شود توسط دانش آموزان با راهنمایی معلم بیان می گردد و سعی شود همه دانش آموزان مشارکت داشته باشند یعنی دانش آموز باید فعال باشد.

۲) برای تدریس هر صفحه به کمک وسایل و دست ورز ها و استفاده از دانش آموزان و فعالیت عملی آنان تدریس آغاز گردد.

۳) سپس به صفحه ی مورد نظر مراجعه کرده و به کمک دانش آموزان و فعالیت آن ها (دیدن صفحه توسط دانش آموزان، کتاب باز) آن صفحه تدریس می گردد.

۴) باز گشت به صفحه ی آغازین و دیدن آن صفحه توسط دانش آموزان و پرسش از دانش آموزان توسط معلم و جواب آن ها ارتباط بین صفحه آغازین و صفحه مورد تدریس معین می گردد تا دانش آموزان مفاهیم و مهارت های در نظر گرفته شده در آن صفحه آموزش ببینند.

۵) کار در خانه توسط دانش آموزان با راهنمایی والدین دانش آموزان برای یادگیری بهتر انجام می گیرد.

توجه

۱) در کتاب ریاضی اول دبستان از کل به جزء به مسائل و مطالب نگاه می کنیم.

۲) برای آموزش هندسه در مرحله اول دانش آموز باید با اشکال هندسی (بدون نام) آشنا می شود (صفحه ۳ کتاب) و سپس با لبه و گوشه (صفحات ۱۰۴، ۹۸، ۳۵، ۳۳، ۲۸، ۲۶، ۲۳) و در نهایت با نام اصلی آن ها (صفحه ۱۶۶) آشنا می شوند.

۳) برای آموزش تقارن در مرحله اول رسم خطی است که جسم متقارن را به دو نیمه مثل هم تقسیم می کند (خط تقارن) سپس رنگ کردن دو نیمه مثل هم است (صفحات ۱۶۵، ۱۳۹، ۱۳۲، ۱۲۵، ۱۱۷، ۱۰۹، ۱۰۴، ۹۸، ۹۰، ۸۹، ۸۳، ۷۲، ۶۸، ۶۰، ۴۹، ۴۲) و تشخیص خط تقارن افقی و عمودی.

۴) آموزش ساعت: بعد از آموزش اعداد دو رقمی ۱۰ تا ۱۹ دانش آموز با ساعت آشنا می شود (صفحه ۱۱۲) و سپس خواندن ساعت رند (صفحه ۱۴۶) و در نهایت زمان ساعت بین ساعت مثلاً ساعت ۸ و ۹ (صفحه ۱۴۷) و در (صفحه ۱۶۴) گذشتن ساعت از زمن مشخص و یا کمی به ساعت دقیق ماندن آموزش می بیند (در کتاب اول نیازی به ثانیه و دقیقه نیست).

۵) آموزش حل مساله: یکی از اهداف ریاضی سال اول ابتدایی آموزش حل مسئله است که از صفحه ۱۳۰ به بعد شروع می شود آموزش حل مسئله بعد از یاد گرفتن جمع و تفریق شروع می شود (راهبرد رسم شکل) در صفحه ۱۳۰ به کمک محور مسئله حل می شود. در صفحه ۱۳۰ ی مسئله مربوط به جمع و در صفحه ۱۳۳ مسئله ها مربوط به تفریق آمده است و در صفحات ۱۴۰، ۱۴۴، ۱۵۱، ۱۶۱، ۱۶۳، ۱۶۷، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۳، ۱۷۴ حل مسئله ادامه پیدا می کند (تلاش شود دانش آموز بتواند مسئله ساده بسازد و حل کند).

۶) جدول سودوکو (مربع شگفت انگیز): برای آموزش جدول سودوکو در مرحله ی اول سطر و ستون آموزش داده می شود و به کمک اشکالی که می تواند (مربع، مثلث، دایره، مستطیل) شکل های ساده باشد مربع شگفت انگیز معرفی می شود صفحات ۹ و ۱۳ و ۱۸ و ۲۸ و ۳۴ و ۴۴ (نام سودوکو بیان می گردد) و بعد از یاد گرفتن اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ با مربع شگفت انگیز که باید با این اعداد کامل گردد آشنا می شود این مربع 4×4 (چهار تایی) است و در هر سطر و ستون فقط یک بار اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ قرار می گیرد (صفحات ۵۶ و ۵۸ و ۶۸ و ۸۹ و ۹۵ و ۱۰۳ و ۱۰۹ و ۱۱۷ و ۱۲۵ و ۱۳۲). هدف از آموزش مربع شگفت انگیز شناخت اعداد و راه حل های متفاوت و فکر کردن برای روش های کامل کردن این مربع ها و بیان این روش ها است و جنبه سرگرمی هم دارد. (یعنی استفاده از سرگرمی برای آموزش اعداد و ترتیب و ...)

۷) الگو یابی: در اکثر صفحات کتاب ریاضی اول دبستان از دانش آموز خواسته شده که الگو یابی را کامل کند و رابطه ی بین شکل های یک الگو را تشخیص دهد و بیان کند. الگو یابی برای تقویت فکر و ذهن دانش آموز مفید است و در آینده یکی از راهبرد های حل مسئله می باشد همچنین مهارت دانش آموزان در رنگ کردن بالا می برد و برای دانش آموزان سرگرمی می باشد . صفحات ۴ و ۵ و ۷ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۵ و ۳۴ و ۴۶ و ۴۸ و ۵۳ و ۶۰ و ۷۰ و ۷۵ و ۹۰ و ۱۲۲ و ۱۲۴ و ۱۲۵.

۸) در کتاب ریاضی پایه اول هدف اصلی درک مفاهیم توسط دانش آموز است نیازی به تعریف دقیق و بیان اصول و اثبات نیست بلکه به کمک کار عملی و فعالیت علمی دانش آموزان با راهنمایی معلم ، دانش آموزان مفاهیم ریاضی را درک کنند و به این مفاهیم پی ببرند مانند مفاهیم جمع، تفریق، کمتری، بیشتری، ترتیب اعداد، اندازه گیری، تقارن، الگو یابی، ساعت و ...

کتاب ریاضی سال دوم دبستان : این کتاب شامل هشت فصل : ۱- عدد و رقم ۲- جمع و تفریق اعداد دو رقمی ۳- اشکال هندسی ۴- عددهای سه رقمی ۵- اندازه گیری ۶- جمع و تفریق اعداد سه رقمی ۷- کسر و احتمال ۸- آمار و نمودار است.

هر فصل شامل چهار واحد درسی و یک واحد حل مساله است که به آموزش راهبرد حل مساله می پردازد. همچنین یک واحد مرور فصل و تمرین های ترکیبی و تکمیلی در پایان هر فصل آمده است که با تاکید بر مهارت های از جمله مهارت خواندن و نوشتن می باشد در اکثر فصل های این کتاب

معماهایی طرح شده است که حل آن برای دانش آموزان علاقه مند در خانه می باشد و جنبه ی سرگرمی دارد و حل آن باعث تفکر و تقویت فکر و خلاقیت دانش آموزان می شود و برای همه ی دانش آموزان طراحی نشده است و جنبه ی اختیاری دارد.

همانند کتاب سال اول در آغاز هر فصل یک صفحه عنوان آمده است که شامل یک تصویر می باشد و در هر تصویر سه هدف نهفته است ۱- برقراری ارتباط کلامی دانش آموزان ۲- بالا بردن اطلاعات آگاهی های دانش آموزان ۳- تصویرخوانی توسط دانش آموزان

در صفحه ی عنوان (تصویر) دانش آموز باید بتواند ارتباط کلامی برقرار کند و با داستان سازی سطح آگاهی خود را بالا ببرد.

در هر یک از واحدهای یادگیری چند فعالیت و تمرین و کار در کلاس در نظر گرفته شده است.

تدریس این کتاب به صورت زیر است.

۱) برای صفحه ی عنوان (تصویر) اول هر فصل، معلم باید زمینه ی لازم برای تصویر خوانی و داستان سازی توسط دانش آموزان فراهم کند و به هدایت دانش آموزان بپردازد و دانش آموزان بخواهد با نگاه کردن به اطراف خود کاربردهای این صفحه را بیابند و آن ها را به زبان بیاورند. در پایین صفحه ی تصویر آیا میدانید آمده است که اطلاعاتی به دانش آموزان می دهد و معلم می تواند آن ها را در کلاس درس به بحث بگذارد (کتاب راهنمای معلم برای تدریس این صفحه پیشنهاد می شود)

۲) برای هر واحد یادگیری معلم باید با استفاده از وسایل کمک آموزشی (دست ورزهایی که توسط دانش آموزان ساخته می شود) و گروه بندی کردن دانش آموزان (بحث گروهی یا کار گروهی) تدریس را شروع کند. و سپس با مراجعه به کتاب (کتاب باز) از دانش آموزان بخواهد فعالیت را انجام دهند. به کمک این فعالیت ها دانش آموزان روش محاسبه و قوانین ریاضی را کشف کنند و با حدسیه سازی برخی از روابط ریاضی را حدس بزنند و همچنین با حل واحد کار در کلاس که با راهنمایی و هدایت معلم صورت می گیرد کار تدریس کامل می گردد. فعالیت و کار در کلاس باعث می شود که مهارت های دانش آموزان افزایش پیدا کند و برخی از قوانین از قبیل انتقال در جمع و تفریق و الگوهای به کار رفته در الگویابی توسط دانش آموزان کشف و بیان می گردد.

۳) برای حل مساله یک راهبرد حل مساله در نظر گرفته شده است و دانش آموز با هدایت معلم به راهبرد پی می برد. و حل مساله برای درک مفاهیم ریاضی و افزایش خلاقیت دانش آموزان مفید و لازم می باشد. و معلم تلاش می کند که دانش آموزان علاوه بر حل مساله طراح مساله هم باشند یعنی خودشان مساله را طرح کنند و راهبردی برای مساله بیابند.

۴) تمرین های آخر هر واحد یادگیری و تمرین های تکمیلی در پایان هر فصل برای خانه می باشد و معلم می تواند جلساتی برای حل آن ها توسط دانش آموزان در نظر بگیرد (یعنی در مرحله ی اول دانش آموزان اول آن را در خانه حل می کنند و سپس در جلسه ی حل تمرین راه حل خود را برای دیگر دانش آموزان شرح می دهند).

کتاب ریاضی سال سوم دبستان: این کتاب شامل هشت فصل: ۱- الگوها ۲- عدد چهاررقمی ۳- عددهای کسری ۴- ضرب و تقسیم ۵- محیط و مساحت ۶- جمع و تفریق ۷- آمار و احتمال ۸- ضرب عددها است.

هر فصل شامل چهار درس و یک بخش حل مساله است که راهبردهای حل مساله را آموزش می دهد و راهبرد حل مساله در آموزش مفاهیم ریاضی استفاده شده است.

در هر درس برای آموزش مفاهیم آن درس و کار در کلاس برای تکمیل یادگیری و رفع اشکالات احتمالی در کلاس درس و تمرین ها جهت تثبیت یادگیری در منزل گنجانده شده است در پایان هر فصل یک بخش به عنوان مرور فصل علاوه تمرین های تکمیلی و ترکیبی آمده است که برای بالا

بردن مهارت های دانش آموزان در خواندن و نوشتن می باشد . معماهای مطرح شده در کتاب مخصوص منزل و برای تقویت فکری دانش آموزان علاقه مند می باشد.

در شروع هر فصل یک صفحه عنوان (صفحه تصویر) همانند کتاب دوم آمده است که این تصویر مرتبط با موضوع آن فصل می باشد و این تصویر باعث می شود تا دانش آموزان راجع به آن موضوع یک تصویر از محیط پیرامون داشته باشند و این تصویر کمک می کند تا دانش آموزان درک تصویری مناسبی از موضوع قبل داشته باشند این تصویر که به تصویر هم معروف است دارای هدفی است که ایجاد انگیزه و ارتباط مفاهیم آن فصل با زندگی واقعی است و معلم در ابتدای هر فصل و در شروع هر درس به تصویر موضوعی بپردازد و با طرح سوالاتی ذهن دانش آموزان را به مفهوم نزدیک تر کند.

بنابراین در ابتدای هر واحد یادگیری باید به تصویر موضوعی و ارتباطش با آن مفهوم بپردازد (یعنی تصویر خوانی توسط دانش آموز با راهنمایی معلم) در پایین تصویر عنوان مطالبی نوشته شده است تا سطح اطلاعات دانش آموزان را نسبت به آن مفهوم بالاتر ببرد . این اطلاعات دانستن آن، به ایجاد انگیزه و نگرش مثبت دانش آموزان به آن مفهوم کمک می کند.

روش تدریس کتاب سوم همانند روش تدریس کتاب دوم است زی را که ساختار هر درس فعالیت + کار در کلاس + تمرین است. با فعالیت مفاهیم اصلی مورد نظر تا حد امکان آموزش داده می شود به طوری که زمینه برای تولید و ساخت دانش و مفهوم ریاضی فراهم می شود و همچنین فعالیت ها به گونه ای طراحی شده است که هدف های مهارتی نیز پوشش دهند لذا در انجام آن ها به جنبه ی مهارتی آن توجه شود. فعالیت ها می تواند گروهی یا فردی انجام شود

کار در کلاس، معلم پس از انجام فعالیت ها از دانش آموزان می خواهد که کار در کلاس انجام دهند هدف اصلی این بخش کسب اطمینان از یادگیری مفاهیم توسط دانش آموزان و ایجاد فرصتی برای دانش آموزان است که زمان بیشتری برای یادگیری نیاز دارند، لذا این قسمت حتما باید در کلاس انجام شود و معلم به کار دانش آموزان نظارت می کند.

بنابراین به طور خلاصه فرایند تدریس کلاس سوم به صورت زیر است:

۱- با تصویر عنوانی در رابطه با فصل مورد نظر صحبت می شود و این نمایش تصویری، ذهن دانش آموزان را به عنوان آن فصل نزدیک می کند

۲- در شروع هر درس با نمایش تصویر موضوعی و طرح سوالات مختلف ذهن دانش آموزان را به آن مفهوم نزدیک می کند

۳- با انجام فعالیت دست ورزی آن مفهوم را برای دانش آموزان بیان می کنیم و در این قسمت می توانیم از واژه های مرتبط استفاده کنیم

۴- با انجام فعالیت ها و کار در کلاس آموزش را ادامه می دهیم.

کتاب ریاضی چهارم دبستان: این کتاب شامل هفت فصل: ۱- اعداد والگوها ۲- کسر ۳- ضرب و تقسیم ۴- اندازه گیری ۵- عدد مخلوط عدد اعشاری ۶- شکل های هندسی ۷- آمار و احتمال) است.

در هر فصل یک صفحه عنوان ۲ صفحه حل مساله و چهار صفحه درس ها (فصل ششم شامل ۶ درس و در عوض فصل هفتم دارای ۲ درس است) و سه صفحه مرور فصل است

در صفحه ی عنوان ۳ تصویر و یک متن وجود دارد و معلم به کمک آن انگیزه ی لازم را برای شروع درس در دانش آموزان به وجود می آورد (با تصویر خوانی توسط دانش آموزان و پرسش توسط معلم ذهن دانش آموزان آماده ی تدریس می شود . بنابراین برای تدریس شروع هر درس معلم به این صفحه باز می گردد و پس از ایجاد انگیزه تدریس هر درس آغاز می گردد.

در هر فصل ۲ صفحه به حل مساله اختصاص داده شده است و معمولاً به دو راهبرد حل مساله یا ترکیب دو راهبرد پرداخته می شود.

راهبردها طوری تنظیم شده است که در انجام فعالیت ها در هر فصل کاربرد دارد و به دانش آموزان کمک می کند تا ریاضی را یاد بگیرند. این ام این دو صفحه توسط دانش آموزان با راهنمایی معلم روش تدریس این دو صفحه است (فردی یا گروهی)

در هر فصل چهار درس منظور شده است و هر درس شامل فعالیت، کار در کلاس و تمرین می باشد و هر درس در چهار صفحه تنظیم شده است در مجموع کتاب بیست و هشت درس دارد که برای بیست و هشت هفته (هفته ای یک درس) تنظیم شده است.

همچنین در این کتاب یک قسمت به نام مرور فصل (در سه صفحه) در نظر گرفته شده است و مطالب و محتوای آن فصل در این قسمت مرور می شود این بخش شامل فرهنگ نوشتن، تمرین (سوالات ترکیبی) معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن است

روش تدریس کتاب چهارم همانند کتاب دوم و سوم است که در آن دانش آموز فعال است و معلم راهنما می باشد. تلاش شود کار گروهی در کلاس درس صورت گیرد بنابراین با تقسیم دانش آموزان به گروه های مختلف و راهنمایی این گروه ها توسط معلم فعالیت ها و حل مساله در کلاس درس انجام شود. کار در کلاس باعث استمرار یادگیری و رفع بد فهمی ها و کج فهمی ها می شود حتماً کار در کلاس، در کلاس درس توسط دانش آموزان انجام شود تا بدفهمی ها و کج فهمی ها معین گردد و معلم به رفع آن ها بپردازد.

کتاب ریاضی سال پنجم دبستان : این کتاب شامل هفت فصل: ۱- عدد نویسی و الگوها ۲- کسر ۳- نسبت و تناسب درصد ۴- تقارن و شکل های هندسی و زاویه ۵- اعشار ۶- محیط و مساحت و حجم ۷- بررسی داده ها است.

ساختار کتاب پنجم از سه بخش فعالیت، کار در کلاس و تمرین تشکیل شده است و هدف از فعالیت آشنایی دانش آموزان با مفاهیم درس و سهیم بودن آنان در ساختن دانش مورد نظر است. فعالیت ها شامل مراحلی مانند درک کردن، کشف کردن، حل مساله، استدلال کردن، بررسی کردن، حدس و آزمایش، توضیح و راه حل، مرتب کردن، قضاوت در مورد یک راه حل و مقایسه ی راه حل های مختلف است. هدایت فعالیت ها بر عهده ی معلم است و هر جا که لازم باشد، معلم راهنمایی لازم را ارایه خواهد کرد.

در بسیاری از موارد، انجام دادن فعالیت ساده نیست ولی اجرای مناسب آن ارزش زیادی دارد. اکثر فعالیت ها در حد متوسطی طراحی شده است بنابراین هنر معلم این است که با توجه به زمان و توانایی دانش آموزان خود، یک فعالیت را غنی تر کند و یا با ارایه ی توضیحات بیشتر و ایجاد تغییرات در آن فعالیت را ساده تر نماید.

هنگام انجام دادن فعالیت ها، هدایت و گفت و گو کلاسی یا گفتمان ریاضی که در آن دانش آموزان به ارایه دیدگاه ها و دفاع از ایده های خود و نیز قضاوت و ارزیابی افکار و روش های ریاضی دیگر دانش آموزان می پردازد، به عهده ی معلم می پردازد.

به طور خلاصه: فراهم کردن فرصت های یادگیری و دادن مجال به دانش آموزان برای اینکه خودشان به کشف مفهوم بپردازند می توانند یکی از هدف های معلم در کلاس درس باشد.

کار در کلاس برای تثبیت و تعمیق و در مواردی تعمیم یادگیری طراحی شده است و انتظار می رود که دانش آموزان بیشترین سهم را در انجام کار در کلاس داشته باشند البته در کار در کلاس کج فهمی ها و بد فهمی ها توسط معلم رفع می گردد.

حل تمرین بر عهده ی دانش آموزان است اما ضرورت دارد که معلم زمینه را برای طرح و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد.

در این کتاب برای راهبردهای حل مسئله صفحه ای خاص در نظر گرفته نشده است ولی این راهبردها در متن درس قرار گرفته است هر چند که ذکری از این راهبردها به میان نیامده است.

در این کتاب مهارت های ریاضی که در زندگی روز مره که با آن سروکار داریم پرداخته شده است و عملاً دانش آموز درگیر حل مسئله ی روزانه می کند مانند خرید لوازم زندگی و محاسبه ی هزینه های ساخت یک مدرسه و خانه و...

مسئله های موجود در فعالیت ها و کار در کلاس ها و تمرین ها اکثراً کاربردی هستند و حل آن ها توسط دانش آموزان باعث می شود که دانش آموزان به صورت واقعی با کاربرد ریاضی آشنا شوند و به این سوال که همواره توسط دانش آموزان مطرح می شود که ریاضی به چه دردی می خورد جواب دهد.

روش تدریس هم همانند کتاب های ریاضی سال های قبل است با این تفاوت که مطالب این کتاب گسترده تر و عملی تر از کتاب های قبل است و معلم علاوه بر هدایت و راهنمایی دانش آموزان باید اطلاعات کافی از مطالب این کتاب داشته باشد.

در آخر هر فصل یک بخش به نام مرور فصل در نظر گرفته شده است که همانند کتاب های ریاضی سال قبل است و در آن فرهنگ نوشتن، تمرین، معما و سرگرمی و فرهنگ خوانن گنجانده شده است

کتاب ریاضی سال ششم دبستان : این کتاب شامل هفت فصل : ۱- کسر متعارفی ۲- عددهای اعشاری ۳- اندازه گیری طول و زاویه ۴- عددهای تقریبی ۵- نسبت و تناسب و درصد ۶- اندازه گیری سطح و حجم ۷- مختصات و عددهای صحیح است.

ساختار این کتاب همانند کتاب ریاضی چهارم دبستان تنظیم شده است با این تفاوت که بخش حل مسئله در وسط فصل آمده است در صورتی که در کتاب چهارم دبستان حل مسئله در اول فصل آمده است. هر توضیحی که برای کتاب ریاضی سال چهارم دبستان قبلاً آورده ایم برای این کتاب هم می توان به کار برد.

تعدادی از فصول این کتاب، در کتاب های ریاضی پایه چهارم و پنجم ابتدایی آمده است مانند کسر و عدد های اعشاری و نسبت و تناسب و درصد و اندازه گیری و در این کتاب این مطالب کامل تر شده است و یک فصل جدید به نام مختصات و عددهای صحیح در این کتاب آمده است که با باقی مطالب تفاوت دارد و مقدمه ای است برای دوره ی متوسطه (دبیرستان) بنابراین روش های تدریس این کتاب همانند کتاب چهارم ابتدایی است و دانش آموزان با انجام دادن فعالیت ها، خود به کشف قواعد ریاضی می پردازند و مفاهیم ریاضی را یاد می گیرند و آن ها را در کار در کلاس و تمرین ها به کار می گیرند.

برخی از مسائل این کتاب راه حل های ساده و آسان ندارد و باید برگشت و فعالیت ها و کار در کلاس را دوباره مطالعه کرد تا بتوان مسائل این کتاب را حل کرد. نقش معلم در راهنمایی دانش آموزان در حل مسائل خیلی مهم و اساسی می باشد و معلمان باید با فنون حل مسئله کاملاً آگاه و آشنا باشند و مسائل را جداگانه حل کرده باشند تا بتوانند دانش آموزان را به خوبی هدایت کنند.

با توجه به این که ۶ فصل از کتاب در سال های قبل مانند کسر و اعشار و اندازه گیری، عددهای تقریبی و درصد و تناسب تدریس شده است و این مطالب در این کتاب کامل تر تدریس می گردد لازم است مطالب سال های قبل را خوب یاد گرفته باشند و با روش های جدید با دانش آموزان کار شده باشد و دانش آموزان یاد گرفته باشند که خودشان مفاهیم ریاضی را یاد بگیرند و قوانین و فرمول های ریاضی را خودشان کشف کنند. در غیر این صورت کار معلم کمی دشوار می شود و باید خودش بیشتر تدریس کند یعنی خود معلم فعال باشد در صورتی که کتاب طوری تنظیم شده است که دانش آموزان فعال باشند.

توجه

۱) در ضرب و تقسیم اعداد اعشاری لازم است که دانش آموزان ضرب و تقسیم اعداد در ریاضی سوم و چهارم را به خوبی فرا گرفته باشند همچنین جمع و تفریق اعداد اعشاری هم به جمع و تفریق اعداد طبیعی وابسته هستند.

۲) در جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اعداد مخلوط هم نیاز است که دانش آموزان جمع و تفریق و ضرب و تقسیم اعداد کسری و اعداد طبیعی را به خوبی فرا گرفته باشند.

۳) در جمع و تفریق اعداد مرکب هم جمع و تفریق اعداد طبیعی لازم است.

۴) در اندازه گیری هم لازم است که طول و زمان و زاویه کتاب های ریاضی سال چهارم و پنجم خوب کار شده باشد و دانش آموزان با این مفاهیم و مهارت های محاسبه ی آن آشنا باشند.

۵) تناسب و درصد و نسبت هم همین وضعیت دارد.

۶) برای فصل هفتم کتاب ریاضی ششم که به مختصات و اعداد صحیح اختصاص دارد لازم است که دانش آموزان با مفهوم تقارن مرکزی و محور تقارن آشنا باشند تا بتوانند این فصل را به خوبی یاد بگیرند.

راهبردهای حل مساله

یکی از مشکلات اصلی دانش آموزان عدم توانایی آنها در حل مساله است. دانش آموزان وقتی با یک مساله مواجه می شوند نمی دانند از کجا شروع کنند و یا چگونه اقدام به حل آن نمایند. آموزش راهبردهای حل مساله می تواند گام مفیدی برای حل مساله باشد.

در رویکرد جدید آموزشی، آموزش مفاهیم و یادگیری ریاضی به کمک حل مساله یا راهبردهای حل مساله صورت می گیرد. و حل مساله یکی از اهداف فرایندی نظام آموزشی جدید می باشد و در بخش اهداف فرایندی ۱۲ هدف برای حل مساله ذکر شده است و حل مساله یک ابزار و روش اصلی و فراگیر انجام دادن ریاضیات است.

در این بخش به راهبردهای حل مساله می پردازیم: بررسی راهبردهای مختلف و امکان حل مساله با این راهبردها در واقع اقدامی مهم برای حل مساله است در آموزش عمومی ۸ راهبرد به دانش آموزان، آموزش داده می شوند که این ۸ راهبرد عبارت اند از:

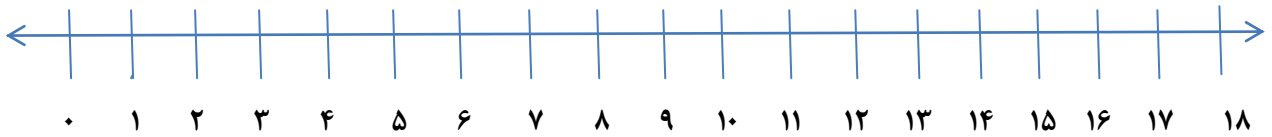
۱- رسم شکل ۲- الگوسازی ۳- حدس و آزمایش ۴- الگویابی ۵- حل مساله ساده تر ۶- زیر مساله ۷- حذف حالت های نامطلوب ۸- روش های جبری و تشکیل معادله (روش نمادین).

۱) **راهبرد رسم شکل:** این راهبرد به طور طبیعی در ذهن دانش آموزان نقش می بندد و کشیدن شکل برای یک مساله اولین ایده ای است که به ذهن می آید. بسیاری از مسائل با کشیدن شکل به راحتی حل می شوند و حتی نیازی به نوشتن عملیات نخواهند داشت. معمولاً شکل ها ساده می باشند از قبیل رسم محور اعداد، رسم چوب خط و اشکال هندسی و اشکال اشیاء و....

چند نمونه از مسائل که با راهبرد رسم شکل حل می شود (برای یک مساله ممکن است چند راهبرد وجود داشته باشد)

مثال ۱: ۸ دانش آموز در کلاس بودند. ۶ دانش آموز دیگر به کلاس آمدند و ۳ دانش آموز از کلاس خارج شدند، حال چند دانش آموز در کلاس هستند (برای کلاس دوم دبستان)

حل: محور اعداد رسم می کنیم



یکبار ۸ واحد و بار دیگر ۶ واحد جلو می رویم و سپس ۳ واحد برمی گردیم و جواب ۱۱ دانش آموز در کلاس هستند.

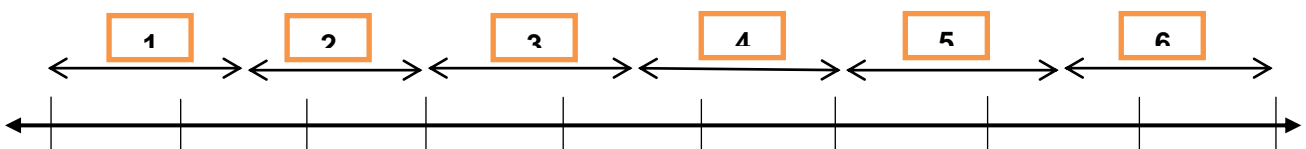
مثال ۲: علی آقا کشاورز است او نیمی از زمین خود را گندم کاشت و نیم دیگر را سه قسمت کرد و در یک قسمت هم یونجه کاشت. او قسمت سوم هم نصف کرد و در یک قسمت آن سبزی کاشت. علی آقا چه کسری از زمین خود را سبزی کاشته است. (کتاب ششم ابتدایی)

حل: یک مستطیل به عنوان زمین علی آقا رسم می کنیم و آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت آن گندم می نویسیم و یا رنگ می کنیم. سپس قسمت باقی مانده را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت جو و در یک قسمت یونجه می نویسیم (یا رنگ می کنیم) قسمت سوم را به دو قسمت مساوی تقسیم می کنیم و در یک قسمت آن سبزی می نویسیم. کافی است که قسمتی که گندم نوشته ایم هم سه قسمت کنیم و خطی که (خط وسط) سبزی را جدا کرده است ادامه دهیم و زمین علی آقا به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم می شود و $\frac{1}{12}$ زمین سبزی کاشته است. (توجه: شکل را می توان طور دیگری هم کشید امتحان کنید)



مثال ۳: حسن چوبی به طول $\frac{1}{5}$ متر در اختیار دارد و می خواهد با آن یک مفتول به طول ۹ متر اندازه گیری کند. حسن چند بار باید این چوب را در کنار مفتول قرار دهد تا مفتول اندازه گیری شود (یا مفتول چند برابر چوب است).

حل: با رسم شکل جواب ۶ بار چوب



مفتول

نظام دار): به این راهبرد تفکر نظام دار یا جدول نظام یک جدول و سازمان دهی داده ها راهبردی مناسب برای اطمینان را ایجاد میکند که تمام حالت های مختلف در

دهگان	یکان
۵	۳
۵	۴
۷	۳
۷	۴

۲) راهبرد الگوسازی (سازمان دهی داده ها و جدول دار هم می گویند. مرتب کردن داده ها و قرار دادن آنها در حل مساله است. تشکیل جدول نظام دار (با نظم) این نظر گرفته شده اند.

مثال ۱: همه عددهای دو رقمی بنویسید که رقم یکان آن ۳ و ۴ و رقم دهگان آن ۵ و ۷ باشد. (برای کلاس دوم)

حل: یک جدول ارزش مکانی آماده می کنیم. و تمام حالات ممکن با نظم در جدول قرار می دهیم و چهار عدد نوشته می شود. ۵۴، ۵۳، ۷۳، ۷۴

مثال ۲: به چند حالت می توان با سکه های ۱۰ و ۱۰۰ ریالی، ۲۰۰ ریال درست کرد؟ (کتاب سوم)

حل: جدولی به صورت مقابل رسم می کنیم. جواب ۳ حالت

حالت ما	۱	۲	۳
تعداد سکه ۱۰۰ ریالی	۲	۱	۰
تعداد سکه ۱۰ ریالی	۰	۱۰	۲۰
مجموع ارزش سکه ها	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰

مثال ۳: دو عدد بنویسید که حاصل ضرب آنها ۱۲ شود چند حالت وجود دارد؟ (کتاب چهارم)

حل: یک جدول به صورت مقابل آماده می کنیم.

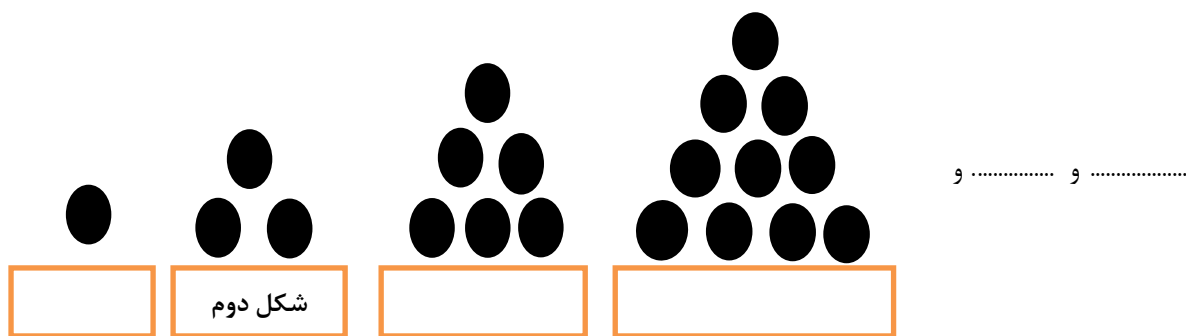
توجه: به کمک خاصیت جابجایی ضرب می توان از نصف جدول استفاده کرد.

عدد اول	۱	۲	۳	۴	۶	۱۲
عدد دوم	۱۲	۶	۴	۳	۲	۱
حاصل ضرب	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲

توجه: می توان از راهبرد رسم شکل و راهبرد حذف حالت های نامطلوب نیز استفاده کرد.

در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی یک فصل به الگو و الگویابی اختصاص داده شده است و مثال زیر از این کتاب انتخاب شده است. این مثال در کتاب ریاضی سال سوم دبستان هم آمده است.

مثال ۴: شکل هفتم زیر با چند دایره درست شده است.



حل: این الگو یک الگوی هندسی است و آن را به الگوی عددی تبدیل می کنیم و به جای دایره ها از تعداد آن ها در هر شکل استفاده می کنیم و می بینیم

که عدد دوم = ۲ + عدد اول و عدد سوم = ۳ + عدد دوم و عدد چهارم = ۴ + عدد سوم

بنابراین عدد هفتم = ۷ + عدد ششم پس عدد هفتم = ۲۱ + ۷ یعنی شکل هفتم از ۲۸ دایره تشکیل شده است.

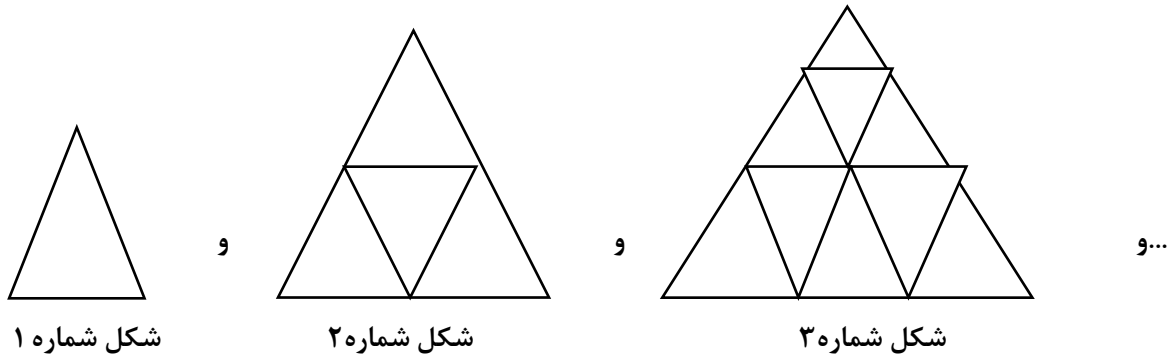
توجه: در ریاضی به این اعداد یعنی و ۲۸ و ۲۱ و ۱۵ و ۱۰ و ۶ و ۳ و ۱ اعداد مثلثی می گویند زیرا که طبق شکل بالا تشکیل یک مثلث می دهند و

طبق راهبرد الگویابی می توان نشان داد که $n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$ امین عدد مثلثی یا شکل شماره n دارای $\frac{n \times (n+1)}{2}$ دایره است.

روش های دیگری برای حل این مثال در کتاب ریاضی سال چهارم دبستان آمده است.

در این مثال به جای دایره می توان مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک سانتی متر مانند زیر در نظر گرفت و شمارش این مثلث ها را خواست و یک سوال جدید مطرح کرد.

مثال ۵: تعداد مثلث های متساوی الاضلاع به ضلع یک سانتی متر در شکل هفتم را بیابید.



حل: و همانند مثال ۲، الگوی عددی آن را مینویسیم یعنی اعداد زیر که تعداد مثلث های کوچک را نشان می دهد.

$$\begin{array}{ccccccc}
 ۱ & و & ۴ & و & ۹ & و & ۱۶ & و & ۲۵ & و & ۳۶ & و & ۴۹ \\
 \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & & & & & & \\
 +3 & & +5 & & +7 & & +9 & & & & & &
 \end{array}$$

سپس شکل دوم دارای ۴ مثلث است که حاصل جمع ۱ و ۳ است.

یعنی تعداد مثلث های شکل اول با عدد ۳ جمع شده است.

تعداد مثلث های شکل سوم برابر ۹ است که حاصل جمع دو عدد ۴ و ۵ است یعنی تعداد مثلث های شکل دوم با عدد ۵ جمع است. اگر خوب دقت کنیم یک الگو به دست آمده است که عبارت است از

هفتمین عدد فرد + تعداد مثلث های کوچک شکل ششم = تعداد مثلث های کوچک شکل هفتم

$$۴۹ = ۳۶ + ۱۱ = \text{تعداد مثلث های کوچک شکل هفتم}$$

توجه ۱: به کمک ضرب می توان الگوی زیر را در نظر گرفت.

$$۱ \times ۱ \quad و \quad ۲ \times ۲ \quad و \quad ۳ \times ۳ \quad و \quad ۴ \times ۴ \quad و \quad ۵ \times ۵ \quad و \quad ۶ \times ۶ \quad و \quad ۷ \times ۷ \quad و \dots$$

$$یعنی \dots و \quad ۴۹ \quad و \quad ۳۶ \quad و \quad ۲۵ \quad و \quad ۱۶ \quad و \quad ۹ \quad و \quad ۴ \quad و \quad ۱$$

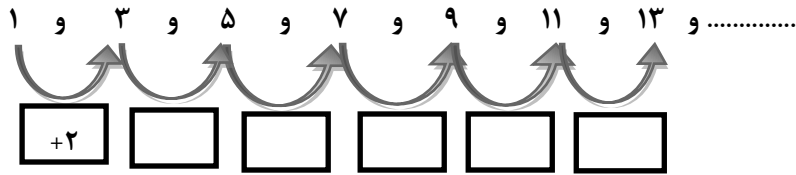
پس تعداد مثلث های کوچک شکل شماره هفتم برابر است با $۴۹ = ۷ \times ۷$

توجه ۲: از روی این الگو، یک الگوی دیگری برای عدد فرد بدست می آید.

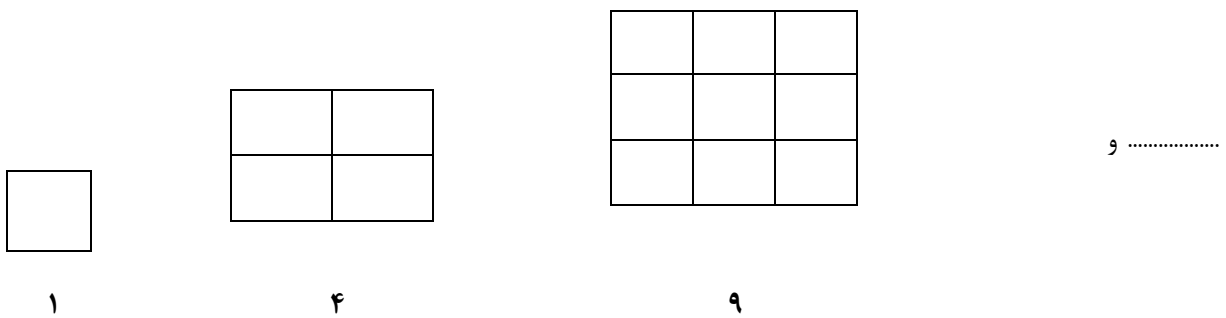
$$\begin{array}{cccccccccccc}
 ۱ & و & ۴ & و & ۹ & و & ۱۶ & و & ۲۵ & و & ۳۶ & و & ۴۹ & و & ۶۴ & و & ۸۱ & و & ۱۰۰ \\
 \hline
 \boxed{+۳} & & \boxed{+۵} & & \boxed{+۷} & & \boxed{+۹} & & \boxed{+۱۱} & & \boxed{+۱۳} & & \boxed{+۱۵} & & \boxed{+۱۷} & & \boxed{+۱۹} & &
 \end{array}$$



یعنی بین اعداد فرد هم الگوی زیر وجود دارد.



توجه ۳: اعداد ۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۲۵ و ۳۶ و... را اعداد مربعی می نامند یعنی هر عدد در خودش ضرب شده و مربع آن عدد بدست آمده است و همچنین می توان برای اعداد مربعی الگوی هندسی زیر در نظر گرفت.



هدف شمارش مربع های به کوچک اضلاع یک واحد است.

بنابراین جمله n ام اعداد مربعی برابر است با $n^2 = n \times n$ (یعنی n به توان ۲)

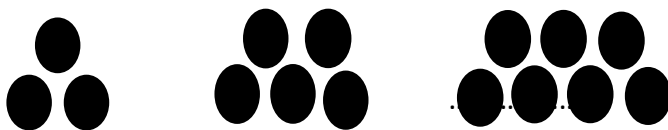
تمرین ۱: عدد شماره ۱۰ در جمله های زیر را بیابید.

..... و ۱۷ و ۱۳ و ۹ و ۵ و ۱

تمرین ۲: جمله دهم عددهای زیر بیابید.

..... و ۶۴ و ۱۶ و ۴ و ۱

تمرین ۳: تعداد دایره شکل هفتم زیر را بیابید.

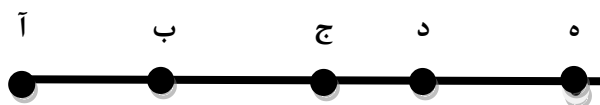


شکل اول

شکل دوم

شکل سوم

مثال ۴: تعداد پاره خط های شکل زیر چند تا است (کتاب سال ششم)



حرف اول	اسم پاره خط	تعداد
آ	هـ آ و د آ و ج آ و ب آ	۴
ب	هـ ب و د ب و ج ب	۳
ج	هـ ج و د ج	۲
د	هـ د	۱

$$۱+۲+۳+۴=۱۰ \text{ جواب}$$

توجه: می توان از راهبرد رسم شکل و یا راهبرد الگویابی این مثال را حل کرد.

تمرین: همه عددهای دو رقمی که می توان با ارقام ۱ و ۰ و ۲ و ۶ نوشت را بیابید.

۳) راهبرد حدس و آزمایش (یا آزمایش و خطا): در این راهبرد دانش آموز پاسخ مسئله را حدس می زند و سپس از بررسی حدس خود و آزمایش (امتحان) کردن آن، حدس بعدی را با استدلال منطقی مشخص می کند. با ادامه این روند کم کم دانش آموز به پاسخ درست مسئله می رسد.

در آموزش این راهبرد ۲ نکته اهمیت دارد اول آن که دانش آموز حدس دوم به بعد را براساس نتایج بررسی حدس قبلی خود و با استدلالی منطقی تعیین می کند. دوم او باید یاد بگیرد مراحل حدس و آزمایش خود را به صورت مکتوب ارائه و استدلال خود بیان کند بطوری که دیگران قادر به درک مراحل حدس و آزمایش او شوند.

مثال ۱: در جای خالی چه عددی قرار دهیم تا تساوی برقرار شود (کتاب دوم دبستان)

$$\square + ۱۷ = ۵۱$$

حل: حدس اول عدد ۲۰ قرار می دهیم (زیرا جمع ۱۷ با عدد ۲۰ راحت می باشد) پس $۲۰+۱۷=۳۷$ نادرست است، حدس دوم عدد ۳۰ قرار می دهیم (چون اختلاف ۳۷ تا ۵۱ زیاد نیست و جمع ۳۰ با ۱۷ راحت است) پس $۳۰+۱۷=۴۷$ نادرست است. حدس سوم چون ۴۷ و ۵۱ با هم ۴ عدد فاصله دارند پس عدد ۳۴ قرار می دهیم سپس $۳۴+۱۷=۵۱$ بنابراین جواب عدد ۳۴ است (شما می توانید اعداد دیگری حدس بزنید و تعداد عددهای حدسی را کمتر یا بیشتر در نظر بگیرید) توجه، برای این مثال می توان از راهبرد تشکیل معادله (روش نمادین) استفاده کرد.

مثال ۲: در یک مزرعه روی هم ۴ تا شترمرغ و گوسفند وجود دارند. آنها روی هم ۱۴ پا دارند. در این مزرعه چند شترمرغ و چند گوسفند وجود دارد (کتاب ریاضی ششم). (دست های گوسفند هم به عنوان پا در نظر بگیرید)

حل: چون شتر مرغ ۲ پا و گوسفند ۴ پا (دست هم به عنوان پا در نظر گرفته ایم) دارد پس حدس اول ۲ شترمرغ و ۲ گوسفند در نظر می گیریم پس $۲+۲+۴+۴=۱۲$ تعداد پاها که نادرست است.

حدس دوم یک گوسفند به گوسفندهای حدس اول اضافه می کنیم یعنی ۳ گوسفند و یک شتر مرغ در نظر می گیریم . پس جواب در مزرعه ۳ گوسفند و یک شتر مرغ وجود دارد. (می توان حدس های دیگر در نظر گرفت)

توجه: این مسئله را می توان با رهبرد رسم شکل حل کرد.

مثال ۳: محیط یک مستطیل ۱۸ سانتی متر است و طول این مستطیل یک سانتی متر بیشتر از عرض آن است. طول و عرض مستطیل را بیابید.

حل: حدس اول عرض را ۳ سانتی متر و طول را ۴ سانتی متر در نظر می گیریم پس

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (4 + 3) = 2 \times 7 = 14$$

حدس دوم: عرض را ۵ و طول را ۶ سانتی متر در نظر می گیریم یعنی در مرحله قبل نتیجه می گیریم که باید طول و عرض را بیشتر در نظر گرفت پس باید از طول و عرض کم کرد.

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (6 + 5) = 2 \times 11 = 22$$

حدس سوم عرض را ۴ و طول را ۵ در نظر می گیریم

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (5 + 4) = 2 \times 9 = 18$$

پس جواب طول مستطیل ۵ سانتی متر و عرض آن ۴ سانتی متر است.

توجه: می توان از رهبرد نمادین یا تشکیل معادله این مسئله را حل کرد.

تمرین: عدد طبیعی یک رقمی بیابید که اگر در خودش ضرب شود و به اندازه خودش از حاصل ضرب کم شود حاصل ۴ برابر خودش می شود؟

۴) رهبرد الگو یابی: کشف الگو و رابطه های بین داده های مسئله به حل آن کمک می کند. رهبرد الگویابی برای مسایلی که با استفاده از رابطه ها، قواعد تکرارپذیر طرح می شوند مفید است . گاهی کشف الگو همان حل مسئله است و در مواقعی پیدا کردن الگو راه را برای حل مسئله باز می کند. معمولاً الگوها فرمول هایی هستند که رابطه بین داده ها را نشان می دهند برخی از الگوها عددی و برخی الگوی هندسی و برخی الگوی عددی و هندسی هستند.

مثال ۱: در یک مسابقه فوتبال ۱۰ تیم فوتبال شرکت می کنند و در این مسابقات هر تیم فقط یک بار با بقیه تیم ها بازی می کند حساب کنید که در این مسابقه چند بازی فوتبال انجام می شود؟

تیم ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد بازی هر تیم	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

حل: تیم ها را از شماره ۱ تا شماره ۱۰ شماره گذاری می کنیم توجه شود که در جدول بازی های تکراری حساب نمی شوند یعنی بازی تیم شماره ۱ با شماره ۲ یکبار حساب می شود.

$$45 = \frac{19 \times 20}{2} = 1+2+3+4+5+6+7+8+9 = \text{تعداد کل بازی ها}$$

حالا اگر ۲۰ تیم در مسابقات شرکت می کرد تعداد کل بازی ها جمع اعداد از یک تا ۱۹ بود یعنی:

$$190 = \frac{19 \times 20}{2} = 1+2+3+4+\dots+17+18+19$$

توجه: در این مثال می توان بجای تیم ها از افراد استفاده کرد و به جای مسابقه، دست دادن افراد به هم در نظر بگیریم یعنی در یک مهمانی ۱۰ نفر شرکت کرده اند و این ۱۰ نفر به هم دست می دهند و هر فرد با فرد دیگری یکبار دست می دهد تعداد کل دست دادن ها برابر ۴۵ است.

۵) راه برد حل مسئله ساده تر: گاهی مسئله پیچیدگی هایی دارد که نمی توان آن را به راحتی حل کرد اما وقتی مسئله را ساده می کنیم یا مسئله حل می شود یا روش حل آن ظاهر میشود. وقتی مسئله در حالت ساده تر بررسی شد. با یک الگو می توان آن را به حالت کلی تعمیم داد ساده کردن عددها و داده های یک مسئله نیز بخشی از این راهبرد است (ساده کردن عددها مانند تقریب زدن قسمت اعشاری (حذف کردن و مسئله را در حالت اعداد طبیعی حل کردن و.....).

مثال ۱: قد مهران ۱۵۳ سانتی متر است، خواهرش ۱۳ سانتی متر از او بلند تر است قد این دو نفر روی هم چقدر است؟ (یا مجموع قد این دو نفر چند سانتی متر است؟)

حل: می توان بجای عدد ۱۵۳ عدد ۱۵۰ و به جای عدد ۱۳ عدد ۱۰ قرار داد پس قد خواهر مهران برابر $150 + 10 = 160$ و مجموع این دو قد برابر است با $150 + 160 = 310$ سانتی متر است حال همین راه حل را برای ۱۵۳ و ۱۳ تعمیم می دهیم.

$$\text{سانتی متر } 166 = 153 + 13 = \text{قد خواهر مهران}$$

$$\text{سانتی متر } 319 = 153 + 166 = \text{مجموع دو قد مهران و خواهرش}$$

مثال ۲: کسر $\frac{1}{11}$ بزرگتر است یا کسر $\frac{1}{10}$ ؟ (کتاب ریاضی چهارم دبستان)

حل: مسئله را برای کسره های ساده تر $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ همچنین $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{4}$ را جواب می دهیم یعنی عدد ها را کوچک تر در نظر می گیریم (منظور مخرج کسر ها) مقایسه ی $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ ، دو دایره مثل هم را رسم می کنیم یکی به دو قسمت و دیگری به سه قسمت تقسیم می کنیم و $\frac{1}{10}$ و $\frac{1}{11}$ این دو دایره را به ترتیب رنگ می کنیم سپس طبق شکل $\frac{1}{10} > \frac{1}{11}$

برای مقایسه ی $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{4}$ هم به همین صورت عمل می کنیم و طبق شکل داریم $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$

از این دو نمونه (دو مقایسه) نتیجه میگیریم که اگر دو کسر صورت برابر داشته باشند کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتر داشته باشد.

حال به کمک نتیجه ای که گرفتیم مقایسه ی دو کسر $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{10}$ را انجام می دهیم پس $\frac{1}{10} > \frac{1}{11}$

مثال ۳: اگر علی درست وسط یک صف ایستاده و از اول صف نفر دویست و چهل و هفتم باشد. چند نفر در این صف هستند. (کتاب ریاضی سال ششم ابتدایی).

حل: مسئله را ساده تر در نظر می گیریم، فرض کنید که علی نفر پنجم یک صف باشد در این صورت چهار نفر قبل از علی و چهار نفر بعد علی در صف ایستاده اند بنابراین تعداد افراد این صف برابر است با $4+4+1=2 \times 4+1=9$

حال مسئله ی اصلی را حل میکنیم پس ۲۴۶ نفر قبل از علی ۲۴۶ نفر بعد علی در صف قرار دارند بنا بر این تعداد افراد این صف

$$246+246+1=2 \times 246+1=493$$

توجه: برای مسئله ی ساده شده می توان از رسم شکل هم کمک گرفت.

تمرین ۱: تعداد قطر های یک بیست ضلعی بیشتر است یا یک ۱۹ ضلعی؟

تمرین ۲: مجموع زاویه های یک ده ضلعی چند درجه است؟

۶) راهبرد زیر مسئله: مسئله های پیچیده و چند هدفی معمولا از چند مسئله ی ساده تشکیل شده اند. گاهی حل یک زیر مسئله و یا تعدادی از زیر مسئله ها منجر به حل مسئله ی اصلی می شود. تشخیص زیر مسئله ها و حل آنها راهبرد مهمی برای حل مسئله های ترکیبی هستند. در آموزش این راهبرد به دو نکته باید توجه کرد اول تشخیص زیر مسئله ها دوم نوشتن مسئله های کوچک و حل آنها برای رسیدن به پاسخ نهایی مسئله.

مثال ۱: محسن ۸ سال داشت که خواهرش به دنیا آمد. حال از آن زمان ۱۰ سال گذشته است این خواهر و برادر روی هم چند سال دارند؟

حل: زیر مسئله ها الف) خواهر محسن چند سال دارد. ب) محسن چند سال دارد. ج) این دو نفر روی هم چند سال دارند. (مسئله ی اصلی)

$$18=8+10=\text{سن محسن} \qquad 10=\text{سن خواهر محسن} \qquad 28=10+18=\text{مجموع سن محسن و خواهرش}$$

مثال ۲: مریم ۶ سکه ی صد ریالی و ۳ سکه ی ده ریالی و ۵ سکه ی یک ریالی داشت او ۳۲۵ ریال در صندوق صدقات انداخت حالا او چند ریال پول دارد؟

حل: زیر مسئله ها: الف) مجموع سکه های ده ریالی مریم چند ریال است. ب) مجموع سکه های صد ریالی مریم چند ریال است ج) مجموع سکه های یک ریالی مریم چند ریال است. د) مجموع پول های مریم چند ریال است. ر) چند ریال برای مریم باقی مانده است.

$$600=6 \times 100=\text{مجموع سکه های ۱۰۰ ریالی} \qquad 30=3 \times 10=\text{مجموع سکه های ۱۰ ریالی} \qquad 5=5 \times 1=\text{مجموع سکه های ۱ ریالی}$$

$$310=635-325=\text{باقی مانده پول مریم} \qquad 635=600+30+5=\text{مجموع پول مریم}$$

مثال ۳: فاطمه پولش را کتاب و پولش را دفتر خرید اگر برای فاطمه ۵۰۰۰ تومان باقی مانده باشد کل پول فاطمه چقدر بوده است؟ (کتاب ششم ابتدایی)

حل: زیر مسئله ها: الف) چه کسری از پول فاطمه خرج شده است؟ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ جواب

ب) چه کسری باقی مانده است؟ $\frac{1}{6}$ باقی مانده است

ج) اگر باقی مانده ی این کسر ۵۰۰۰ تومان باشد کل پول چقدر است؟ جواب طبق تناسب داریم

۱	۵۰۰۰
۶	۳۰۰۰۰

پس کل پول ۳۰۰۰۰ تومان بوده است.

توجه: مثال قبل را می توان از راهبرد رسم شکل حل کرد(فصل اول کتاب ریاضی سال ششم)

تمرین ۱: حاصل کسر $\frac{3-\frac{1}{5}}{\frac{1}{5} \times \frac{1}{11}}$ را به دست آورید؟

تمرین ۲: مفتولی(سیم نازک) را به شکل مربعی به ضلع ۸ سانتی متر در آورده ایم اگر آن را باز کنیم و به شکل یک مستطیل به عرض سه سانتی متر در آوریم طول مستطیل چند سانتی متر است؟

۷) راهبرد حذف حالت های نامطلوب : در این راهبرد ابتدا باید به خواسته های مسئله توجه کرد و سپس با بررسی تمام حالت های ممکن ، حالت های نامطلوب و زاید را یکی یکی یا دسته دسته حذف کنیم تا به پاسخ اصلی مسئله نزدیک شویم.

مثال ۱: با سه رقم ۷ و ۰ و ۹ چند عدد زوج سه رقمی می توان نوشت؟

حل: در مرحله ی اول طبق جدول نظام دار همه ی عدد های سه رقمی را می نویسیم سپس آنهایی که زوج نیستند حذف می کنیم .

~~۹۰۷-۹۰۹-۹۰۰-۹۷۰-۹۷۹-۹۷۷-۹۹۹-۹۹۰-۹۹۷-۷۰۰-۷۰۷-۷۰۹-۷۷۰-۷۷۷-۷۷۹-۷۹۰-۷۹۷-۷۹۹~~

پس جواب عبارت است . ۷۹۰-۷۷۰-۷۰۰-۹۹۰-۹۷۰-۹۰۰

مثال ۲: تمام عدد های طبیعی را می توان به جای مربع قرار داد تا حاصل ضرب $4 \times \dots$ از ۳۰ کوچک تر باشد را پیدا کنید (کتاب ریاضی چهارم دبستان)

حل: $30 < 4 \times \dots$

اعداد طبیعی بزرگتر از هفت را حذف می کنیم زیرا حالت های نامطلوب و زاید می باشند.

~~$1 \times 4 < 30$, $2 \times 4 < 30$, $3 \times 4 < 30$, $4 \times 4 < 30$, $5 \times 4 < 30$, $6 \times 4 < 30$, $7 \times 4 < 30$, $8 \times 4 < 30$, $9 \times 4 < 30$~~

پس جواب اعداد ، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، می باشد.

توجه ۱: برای حل این مثال می توان از روش حدس و آزمایش(راهبرد حدس و آزمایش) استفاده کرد.

توجه ۲: در راهبرد حذف حالت های نامطلوب می توان برای نوشتن همه ی حالت ها از الگو سازی کمک گرفت.

مثال ۳: بزرگترین عدد سه رقمی را بنویسید که رقم تکراری نداشته باشد و بر پانزده بخش پذیر باشد. (ریاضی ششم ابتدایی).

حل: از دستور بخش پذیر بر عدد پانزده که به صورت زیر است استفاده می کنیم و تعداد زیادی از اعداد سه رقمی را حذف می کنیم

* عددی بر پانزده بخش پذیر است که هم بر سه و هم بر پنج بخش پذیر باشد و عددی بر پنج بخش پذیر است که رقم یکان آن پنج یا صفر باشد و عددی بر سه بخش پذیر است که مجموع ارقام آن بر سه بخش پذیر باشد*

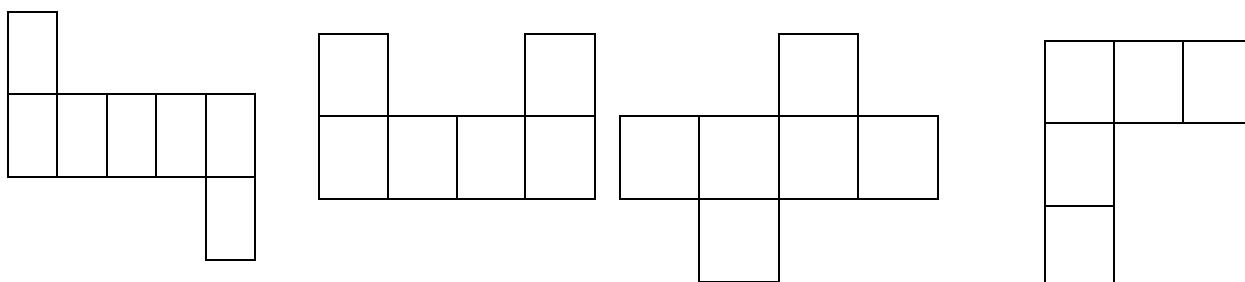
پس اعداد سه رقمی که رقم تکراری دارد و اعداد سه رقمی که رقم یکان آن صفر یا پنج نیست را حذف می کنیم.

عدد های سه رقمی کوچک تر از ۹۰۰ هم حذف می کنیم زیرا $900 = 60 \times 15$ و عدد های سه رقمی بعد از ۹۰۰ وجود دارد که بر ۱۵ بخش پذیر باشد بنابراین عدد های سه رقمی بزرگتر از ۹۰۰ می نویسیم که رقم یکان آن صفر یا پنج باشد و مجموع ارقام آن بر سه بخش پذیر باشد و ارقام آن تکراری هم نباشد و از بین آن ها بزرگترین عدد را انتخاب می کنیم **پس جواب ۹۷۵ است.** ~~۹۹۰-۹۷۵-۹۶۰-۹۴۵-۹۳۰-۹۱۵~~

توجه: می توانستیم اعداد سه رقمی بزرگتر از ۹۰۰ بنویسیم که رقم یکان آن صفر یا پنج باشد و از بین آنها، اعدادی که مجموع ارقام آن ها بر سه بخش پذیر نیست حذف کنیم.

تمرین ۱: حاصل ضرب ۳ عدد صحیح ۷۲ است؟ و مجموع این ۳ عدد ۱۴ است آن ۳ عدد را بیابید مسئله چند جواب دارد؟

تمرین ۲: کدام یک از شکل های زیر باز شده (گسترده) یک مکعب است؟ توضیح دهید که چرا بقیه نمی توانند پاسخ مسئله باشند یک دلیل برای هر شکل بنویسید؟ (همه ی مربع ها یک اندازه هستند)



۸) راهبرد روش های جبری و تشکیل معادله (راهبرد نمادین): مدل سازی بسیاری از مسئله ها با روش های جبری امکان پذیر است و تشکیل معادله یا معادلات مسئله را به دنیا ی ریاضی برده و آن را به یک مسئله ی جبری (ریاضی) تبدیل می کند.

مثال: علی دو دفتر و یک پاکن خرید و ۹۵۰ تومان پول داد اگر قیمت دفتر ۴۰۰ تومان باشد قیمت پاکن را پیدا کنید؟

حل: یک معادله به صورت $950 = \text{---} + 850 + \text{---}$ می نویسیم که --- قیمت پاکن است زیرا که

$$950 = \text{قیمت یک پاکن} + \text{قیمت دو دفتر}$$

بنابراین $150 = 800 - 950$ پس قیمت پاکن ۱۵۰ تومان است.

مثال ۲: $\frac{2}{3}$ چه عددی برابر با ۱۸ است؟

حل : یک معادله به صورت $\frac{2}{3} \times \dots = 18$ می نویسیم و طرفین معادله را در سه ضرب می کنیم. پس داریم $\dots = 54 = 2 \times \dots$ بنابراین با تقسیم دو طرف معادله بر عدد دو داریم $\dots = 27$ پس عدد خواسته شده ۲۷ است.

توجه ۱: برای حل برخی از مسائل باید از چند راهبرد به طور هم زمان استفاده کرد. این گونه مسائل در کتاب ریاضی سال چهارم دبستان در قسمت حل مسئله هر هفت فصل آمده است. در فصل ۱ راهبرد الگویابی و رسم شکل و در فصل ۲ راهبرد رسم شکل و حل مسئله ساده تر و در فصل ۳ راهبرد الگو سازی و حذف حالت های نامطلوب و در فصل ۴ راهبرد الگو سازی و زیر مسئله و در فصل ۵ راهبرد حل مسئله ساده تر و رسم شکل و در فصل ۶ راهبرد حدس و آزمایش و روش های نمادین و در فصل ۷ راهبرد حل مسئله ساده تر و حدس و آزمایش آمده است.

توجه ۲: یکی از کاربردهای حل مسئله آموزش مفاهیم ریاضی است که یکی از اهداف و رویکرد جدید آموزش ریاضی است به عنوان نمونه در راهبرد حل مسئله ساده تر مثال ۲ دیدیم که برای مقایسه دو کسر مورد استفاده قرار گرفت و نتیجه گرفتیم که اگر دو کسر با صورت برابر داشته باشیم کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتری داشته باشد. همچنین در کتاب ریاضی سال چهارم فصل ۲ از راهبرد رسم شکل و حل مسئله ساده تر عدد مخلوط معرفی می شود.

توجه ۳: باید توجه داشت که برای حل یک مسئله می توان از راهبرد های متفاوت استفاده کرد پس باید همه ی راهبردها را یاد گرفت.

توجه ۴: راهبردهای حل مسئله به دانش آموزان نقد کردن پاسخ های دیگران را نیز آموزش می دهد.

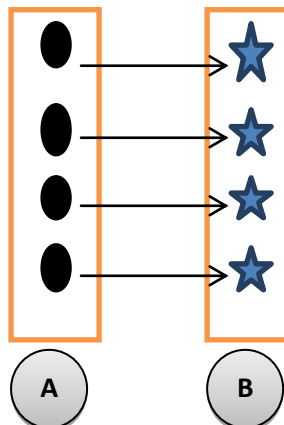
مفاهیم اعداد

اغلب کودکان قبل از ورود به مدرسه با شمارش اعداد آشنا هستند و می توانند اشیا یک دسته را بشمارند و نام اشیا داخل یک دسته (مجموعه) را ذکر کنند و کودکان با شمارش یک به یک تعداد اشیا دو مجموعه (دسته) را مقایسه می کنند و در واقع با تناظر یک به یک بین دو دسته از اشیا آشنا هستند و در بازی کودکان خود از شمارش ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... استفاده می کنند و در مدرسه معلومات کودکان سازماندهی می شود.

اعداد مفاهیم متعددی دارند که این مفاهیم عبارتند از: ۱- عدد اصلی یک دسته (مجموعه) ۲- مفهوم اصلی عدد ۳- مفهوم مقایسه ای عدد (کمتری، برابری؛ بیشتری) ۴- مفهوم ترتیبی عدد ۵- مفهوم ترکیبی عدد ۶- مفهوم ارزش مکانی عدد

(۱) عدد اصلی یک مجموعه (یک دسته): دو مجموعه (دسته) A و B را هم عدد یا هم توان نامیم هر گاه یک تناظر یک به یک بین A و B برقرار باشد

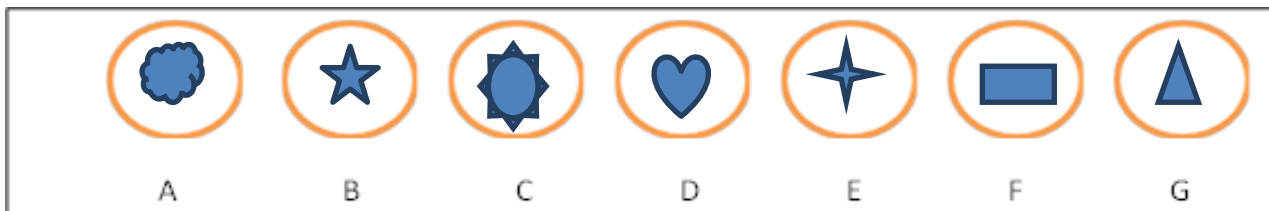
مثال: دو دسته مقابل در تناظر یک به یک هستند پس این دو دسته هم عدد یا هم توان می باشند.



در ریاضی به تمام مجموعه هایی که هم توان(هم عدد) هستند به صورت مجرد یک عدد نسبت می دهند که این عدد همان عدد اصلی این مجموعه ها است .

در مثال قبل به مجموعه A و B عدد ۴ نسبت می دهیم و ۴ عدد اصلی این دو مجموعه و تمام مجموعه های دیگری است که دارای ۴ عضو باشند (یا دارای ۴ شیئی باشند) .

(۲) مفهوم اصلی عدد: مفهوم اصلی عدد m آن مفهومی است که از در نظر گرفتن همه ی مجموعه های m عضوی در ذهن ایجاد می شود . همه ی مجموعه های دو عضوی مفهوم اصلی ۲ را در ذهن القا می کنند و مجموعه های زیر و نظایر آن ها مفهوم اصلی یک را بیان می کنند.



تفاوت دو مفهوم «عدد اصلی یک مجموعه» و مفهوم اصلی عدد در این است که در مفهوم اصلی یک مجموعه با دادن یا دیدن یک مجموعه ما یک عدد به نام عدد اصلی به آن مجموعه نسبت می دهیم و در مفهوم اصلی عدد وقتی که یک عدد (۳، ۲، ۱، ۰ و ...) به ما دادند در ذهن ما یک مجموعه نقش می بندد که عدد اصلی آن مجموعه ، عدد داده شده است .

(۳) مفهوم مقایسه ای اعداد (مفهوم کمتری و مفهوم بیشتری و مفهوم برابری): منظور از مفهوم مقایسه ای دو عدد a و b آن است که بدانیم مساوی هستند یا خیر اگر مساوی نیستند بدانیم کدام کمتر است؟ یا کدام بیشتر؟ یعنی کدام یک از سه حالت رو به رو برقرار است.

$$a > b \quad , \quad a < b \quad , \quad a = b$$

(۴) مفهوم ترتیبی اعداد: مفهوم ترتیبی عدد به این معنی است که قبل و بعد از آن چه عددی است مثلا مفهوم ترتیبی سه این است که بدانیم قبل و بعد آن عدد کدام اعدادند؟ یعنی قبل از ۳ عدد ۲ و بعد از ۳ عدد ۴ قرار دارد.

(۵) مفهوم ترکیبی اعداد: این مفهوم به این معنی است که عدد m از جمع چه اعدادی (عددهای کوچکتر از m) بدست می آید . به عبارت دیگر بدانیم m حاصل جمع چه اعدادی است مثلا مفهوم ترکیبی عدد ۵ به صورت زیر است.

برای دو عدد $0+5=5$ ، $4+1=5$ ، $2+3=5$ ، $2+3=5$ ، $4+1=5$ ، $5+0=5$

برای سه عدد و $2+1+1+1=5$ و $1+2+2=5$ و $1+1+3=5$

اگر خاصیت جابه جایی دو عدد را در نظر بگیریم جمع های بالا را سریعتر پیدا می کنیم.

(۶) مفهوم ارزش مکانی عدد : برای اعداد دو رقمی و سه رقمی و ... که در پایه ۱۰ نوشته می شود یعنی از روی دسته بندی کردن و ساختن یکی و ده تایی و صد تایی و ... یک عدد بر حسب چند عدد دیگر (رقم دیگر) نوشته می شود.

مثال: در عدد ۱۲۱ عدد یک سمت چپ ارزش مکانی صد تایی دارد و عدد یک سمت راست ارزش یکی دارد ولی هر دو رقم سمت چپ و راست عدد ۲ یک می باشد.

توجه: چون ۱۲۱ در پایه ۱۰ نوشته می نویسیم :

$$121 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 1 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10 + 1$$

برای این منظور است که، برای نوشتن عدد ۱۰ از صفر و یک استفاده می شود.

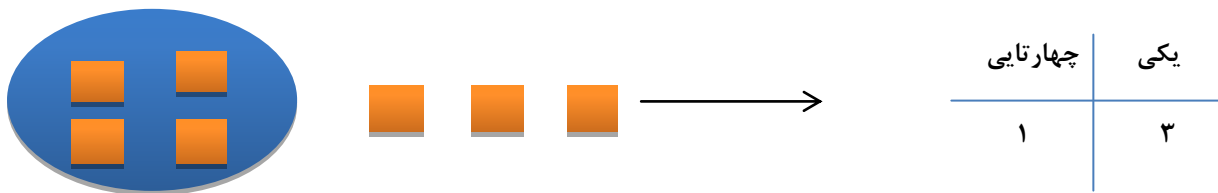
حال اگر در نوشتن اعداد از پایه دیگری مثلا ۴ استفاده کنیم برای نوشتن یک مجموعه ی ۱۷ عضوی می نویسیم : $17 = (101)_4$

$$(101)_4 = 1 \times 4^2 + 0 \times 4 + 1 = 16 + 0 + 1 = 17$$

زیرا

$$7 = (13)_4 \quad \text{یا} \quad 7 = 1 \times 4 + 3 = (13)_4 \quad \text{زیرا}$$

به عبارت دیگر یک مجموعه ۷ عضوی می توان به یک دسته چهارتایی و ۳ تا یکی تبدیل کرد.



برای مجموعه ۱۷ عضوی داریم:



نتیجه: ارزش مکانی هر عدد به پایه ی آن عدد بستگی دارد یعنی عدد را در چه پایه ای نوشته ایم . چون در دوره ی ابتدایی اعداد در پایه ی ۱۰ نوشته می شوند پس هر رقم در یک عدد دارای ارزش مکانی است که در آن مکان قرار گرفته است.

مثال: در عدد ۲۳۴۵ دو هزار و سیصد و چهل و پنج عدد ۴ ارزش ۴ تا ۱۰ تایی یعنی ۴۰ را دارد و عدد ۳ ارزش سه تا صدتایی یعنی ۳۰۰ را دارد در صورتی که اگر در این عدد در پایه ی ۶ نوشته شده باشد یعنی $(2345)_6$ آنگاه عدد چهار ارزش ۴ تا شش تایی دارد (یعنی ۲۴) و عدد ۳ ارزش ۳ تا صدتایی دارد.

آموزش عدد و مفاهیم آن در دوره ابتدایی مهم است.

آموزش عدد و مفاهیم آن: برای آموزش اعداد و مفاهیم اعداد از تناظر یک به یک استفاده می کنیم . یعنی بین دسته هایی از اعداد (مجموعه هایی از اعداد) تناظر یک به یک برقرار می کنیم و به کمک تناظر یک به یک عدد و مفاهیم آن را آموزش می دهیم.

در کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی از صفحه ی ۱ تا صفحه ی ۴۴ به کمک شمارش شکل های مثل هم و تناظر یک به یک و شمارش انگشتان دست و کشیدن شکل و یافتن دسته ای از اشکال که دارای الگوی خاصی هستند و رنگ آمیزی به تعداد شکل های موج ود و رسم چوب خط به تعداد شکل های مورد نظر خواسته شده و گفتن داستان برای تصویرها (یعنی ۴۴ صفحه) به آموزش مفهوم مقایسه ای اعداد و مفهوم اصلی عدد و مفهوم جمع و تفریق پرداخته می شود . و در صفحه ۴۵ نماد عدد یک معرفی می گردد و تا صفحه ۶۴ اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ معرفی می گردد و اعداد ۷ و ۸ و ۹ در صفحات (به ترتیب) ۶۷ و ۶۹ و ۷۴ و ۸۱ معرفی میگردد و بعد از تدریس و معرفی ۰ تا ۹ مفهوم ترکیبی اعداد نیز تدریس می گردد.

برای آموزش اعداد ۱۰ و ۲۰ و ۱۰۰ از اشیاء ملموس (دست ورزها و چینه ها و ...) و تناظر یک به یک بین دسته های از این اشیاء و استفاده از کتاب و اشکال های کتاب و استفاده از خود دانش آموزان به صورت فعال (انجام کارها توسط دانش آموزان) کمک گرفته می شود. داستان سازی توسط دانش آموزان به آموزش کمک می کند.

توجه: ذکر مفاهیم اعداد در کلاس درس الزامی نیست ولی معلم باید این مفاهیم را طبق برنامه تدوین شده در صفحات کمک به دانش آموزان آموزش دهد و همچنین مفهوم عدد اصلی یک مجموعه و مفهوم ترکیبی اعداد را تشخیص دهد.

چند نمونه تدریس برای آموزش اعداد و برخی از مفاهیم اعداد:

نمونه ۱: آموزش عدد ۲ (صفحه ۴۷) معلم می تواند تعدادی مداد رنگی به رنگ های متفاوت مثلا ۱۲ رنگ که از هر رنگ فقط دو مداد رنگی وجود دارد را سر کلاس درس بیاورد و از ۱۲ دانش آموز بخواهد که هر دانش آموز یک رنگ از مداد رنگی را برای خود انتخاب کند و مداد رنگی از همان رنگ را در بین مداد رنگی ها پیدا کند وقتی هر دوازده نفر م داد رنگی مورد نظر خود را پیدا کردند از آن ها می خواهد هر دانش آموز مداد هایی را که انتخاب کرده است به دیگر دانش آموزان کلاس نشان دهد و تعداد آن مداد رنگی انتخاب شده را به زبان بیاورد . می بینید که همه ی این دوازده نفر عدد ۲ را به زبان می آورند و سپس با مراجعه به کتاب (صفحه ۴۷) عدد ۲ را به دانش آموزان معرفی کند و روش نوشتن ۲ را طبق کتاب روی تخته بنویسد .

توجه: در این روش دانش آموز با مفهوم عدد ۲ (هم مفهوم عدد اصلی ۲ و هم مفهوم اصلی ۲) آشنا می شوند. (به تصاویر صفحه ۴۷ توجه شود ۲ عدد چشم ، گوش پا آمده است و می توان آن را در بدن انسان دید .) برای آموزش دیگر اعداد می توان به طریق مشابه عمل کرد بجای مداد رنگی می توان از اشیاء دیگری کمک گرفت.

توجه: آموزش عدد صفر با بقیه فرق دارد در صفحه ۶۲ به روش برداشتن و کم شدن اشیاء تدریس می شود.

نمونه ۲: آموزش مفهوم ترکیبی اعداد (صفحه ۸۷ و ۹۰) عدد ۵ را انتخاب می کنیم. تعدادی لوبیای قرمز و سفید (۱۰۰ لوبیای قرمز و ۱۰۰ لوبیای سفید) را در یک کیسه (ظرف که قابل دیدن باشد) قرار می دهیم و از دانش آموزان می خواهیم که هر دانش آموز ۵ عدد لوبیا از داخل کیسه بیرون آورند از آن ها می خواهیم که معین کنند چند تا از لوبیا های آن ها قرمز و چند تا سفید است و تعداد لوبیا های قرمز و سفید هر دانش آموز را به صورت زیر یادداشت می کنیم و برای هر دانش آموز یک جمع می نویسیم. تکرار ی ها را یکبار می نویسیم.

تعداد لو بیای قرمز	۰	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد لو بیای سفید	۵	۴	۳	۲	۱	۰

$$۵+۰=۵ \quad \text{و} \quad ۰+۵=۵$$

$$۴+۱=۵ \quad \text{و} \quad ۱+۴=۵$$

$$۲+۳=۵ \quad \text{و} \quad ۳+۲=۵$$

یعنی تمام ترکیبات دوتایی که حاصل آن ها ۵ می شود را می نویسیم به این صورت دانش آموزان با مفهوم ترکیبی عدد ۵ آشنا می شوند.

نمونه ۳: آموزش مفهوم مقایسه ای اعداد (صفحه ۷۹، ۸۰، ۷۳) و نماد های $< = >$ بیشتری و برابری و کمتری .

در صفحه ۷۳ و ۷۵ نماد تساوی $=$ در صفحه ۷۹ نماد کمتری $<$ و در صفحه ۸۰ نماد بیشتری $>$ تدریس می گردد.

معلم می تواند تعدادی مداد تراش یا تعدادی مداد برای تدریس آماده کند و تعدادی از مدادها را در یک ظرف و تعداد دیگری را در ظرف دیگری قرار دهد و این دو ظرف را روی میز طوری قرار دهد که همه ی دانش آموزان این دو ظرف و مدادها (مداد تراش ها) را ببینند . و از تعدادی از دانش آموزان می خواهد که معلوم کنند کدام ظرف مداد کمتری (یا بیشتری) دارد و تعداد مداد های این دو ظرف را روی تخته نوشته و نماد مناسب کمتری (بیشتری) بین آن دو عدد قرار دهد و مدادهای ظرف ها را عوض کند تا هر سه نماد $<$ و $=$ و $>$ نوشته شود.

نمونه ۴: آموزش مفهوم ترتیبی اعداد (صفحه ۱۲۴ و ۱۰۸). معلم می تواند تعداد کارت که روی آن ها اعداد ۱ تا ۱۰ (یا بیشتر) و روی هر کارت یک عدد نوشته شده است را برای تدریس آماده کند و از دانش آموزان می خواهد که با آمدن کنار تخته آن ها را از کوچک به بزرگ یا از بزرگ به کوچک (قرار دادن روی لبه ی تخته) و یا اینکه معلم خودش یک کارت را در کنار تخته قرار دهد و از دانش آموزان بخواهد که اعداد قبل و بعد از آن عدد را یافته و قبل و بعد از آن کارت قرار دهند در این نمونه تدریس دانش آموز با مفهوم ترتیبی عدد آشنا می شوند .

برای آموزش اعداد دو رقمی و سه رقمی نیاز به دسته بندی اشیا به دسته های ده تایی و صد تایی و یکی است و دانش آموزان با دسته بندی و قرار دادن تعداد دسته ها در جدول مقابل **لباعداد دو رقمی و سه رقمی آشنا می گردند.**

صدتایی	ده تایی	یکی

توجه: برای عدد دو رقمی نیازی به جدول صد تایی نیست.

توجه: در صفحه ۸۸ کتاب ریاضی پایه ی اول ابتدایی بدون استفاده از جدول ارزش مکانی عدد ۱۰ معرفی شده است. نوشتن عدد های دو رقمی به حروف از صفحه ۱۵۸ شروع می شود البته در صفحه ۱۵۴ عدد دو رقمی مضرب ۱۰ به حروف نوشته شده است.

نمونه ۵: آموزش اعداد ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ... و ۱۹ (صفحه ۱۰۷ و ۱۰۸ کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی):

تعدادی مداد (یا مداد تراش یا هر شی دیگر) را به کلاس درس می آوریم و بین چند دانش آموز تقسیم می کنیم (توزیع می کنیم) بطوریکه به هر دانش آموز حداقل ۱۱ مداد و حداکثر ۱۹ مداد رسیده باشد و از این دانش آموزان می خواهیم که هر کس مداد های دریافتی را به دسته ۱۰ تایی تبدیل کنند و سپس از آن ها می خواهیم که این دسته بندی را روی تخته در جدول زیر قرار دهند.

ده تایی	یکی	...	ده تایی	یکی	ده تایی	یکی	ده تایی	یکی
۱	۹		۱	۳	۱	۲	۱	۱

در نهایت از آن ها می خواهیم که اعداد مربوطه به هر جدول را کنار آن بنویسید و بخوانند.

و با مراجعه به کتاب صفحه ۱۰۷ و ۱۰۸ از دانش آموزان می خواهیم که به کمک چوب خط ، شکل ها را دسته بندی کنند و در جدول قرار داده و عدد مربوط به آن را کنار جدول بنویسند.

برای اطمینان از یادگیری از دانش آموزان می خواهیم که اعداد صفر تا ۱۹ را روی محور اعداد نشان دهند.

توجه: برای دانش آموزان باقی اعداد دو رقمی مراحل تدریس را به صورت زیر ادامه می دهیم.

(۱) با دسته بندی اعداد ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰ معرفی می کنیم (الگویابی ۱۰ تایی ها)

(۲) به کمک الگویابی و درست کردن (ساختن) دسته های ۱۰ تایی (صفحه ۱۳۵) اعداد دو رقمی که یکان آن ها ۴ یا ۷ یا ۸ می باشد معرفی می کنیم مثلاً ۹۴-۸۴-۷۴-۶۴-۵۴-۴۴-۳۴-۲۴-۱۴

(۳) معرفی اعداد دو رقمی از ۲۰ تا ۹۹ به ترتیب.

نمونه ۶: معرفی عدد ۱۰۰ (صفحه ۱۷۱ ریاضی پایه اول ابتدایی) ۹ بسته ۱۰ تایی درست می کنیم و یک بسته ۱۰ تایی دیگر به آن اضافه می کنیم تا ۱۰ بسته ده تایی به دست آید به ۱۰ بسته ده تایی یک بسته صد تایی می نامیم و جدول یکی و ده تایی و صد تایی برای یک بسته صد تایی کامل می کنیم و عدد بدست آمده را ۱۰۰ می نامیم.

توجه: نوشتن اعداد دو رقمی با حروف در کتاب ریاضی پایه دوم تکرار می گردد (فصل اول کتاب ریاضی پایه دوم) و همچنین اعداد دو رقمی که رقم یکان و دهگان آن رقم خاصی باشد مورد توجه قرار گیرد.

تمرین:

(۱) با رقم های ۳ و ۵ هر چند می توانید عدد دو رقمی بنویسید.

(۲) عدد دو رقمی بنویسید که یکان آن ۴ و رقم دهگان آن ۷۸ باشد (با عدد و حروف بنویسید).

(۳) یک عدد دو رقمی بنویسید که رقم یکان آن ۴ و رقم دهگان آن ۳ تا بیشتر از رقم یکان باشد.

توجه: شمارش اعداد چند تا چند مورد توجه قرار گیرد (در کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی).

(۴) در شمارش ۸ تا ۸ تا عدد بعد از ۲۴ را پیدا کنید. و ۲۴ و ۱۶ و ۸

آموزش اعداد سه رقمی : در مرحله اول به کمک دسته بندی (درست کردن بسته های صدتایی) به معرفی

۱۰۰ و ۲۰۰ و ۳۰۰ و ۴۰۰ و ۵۰۰ و ۶۰۰ و ۷۰۰ و ۸۰۰ و ۹۰۰ می پردازیم. (صفحه ۵۹ ریاضی پایه دوم) می توان از پول هم کمک گرفت . برای بسته صدتایی یک مربع که از صد قسمت تشکیل شده است استفاده می کنیم.

در مرحله دوم با استفاده از جدول ارزش مکانی **یکان** | **دهگان** | **صدگان** به معرفی اعداد سه رقمی می پردازیم . ساختن دسته های صد تایی و ده تایی و استفاده از سکه ۱۰۰ ریالی و ۱۰ ریالی و یک ریالی..

توجه: ترتیب نوشتن اعداد سه رقمی به عدد و حروف مورد توجه قرار گیرد.

مثال ۱: از عدد ۱۰۳ تا ۱۲۳ با عدد و حروف بنویسید .

حل: ۱۲۳-.....-۱۰۹-۱۰۸-۱۰۷-۱۰۶-۱۰۵-۱۰۴-۱۰۳

صد و بیست و سه - صد و هفت - صد و شش - صد و پنج - صد و چهار - صد و سه

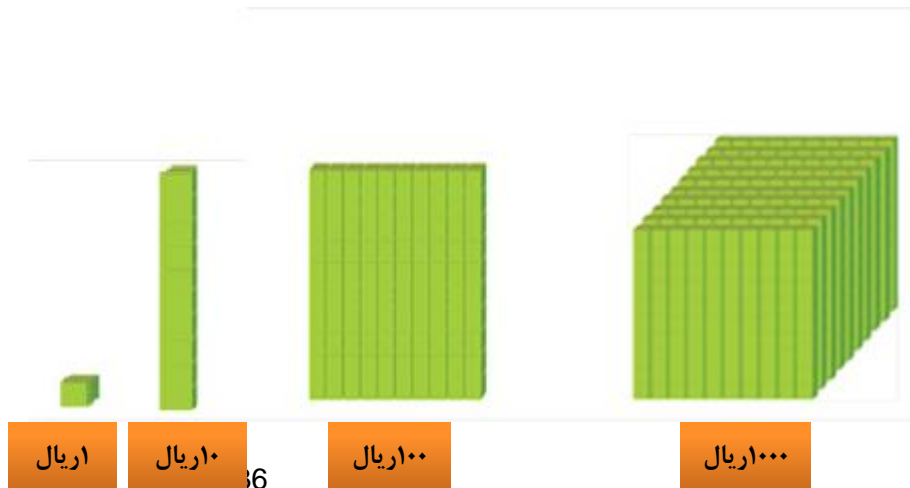
مثال ۲: از ۲۳۰ تا ۳۳۰ ده تا ده تا بنویسید .

حل: ۳۳۰-.....-۲۵۰-۲۴۰-۲۳۰

آموزش عدد های چهار رقمی و معرفی هزار : در کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی فصل ۲ در یک فعالیت با طرح یک مسئله کاربردی (کارخانه مواد غذایی) دانش آموزان باید ۱۰ بسته صدتایی را شمارش کنند (قرار دادن ۱۰ جعبه در یک کارتن که در هر جعبه ۱۰ بسته کلوچه قرار دارد و در هر بسته هم ۱۰ کلوچه بسته بندی شده است) و در مسئله دیگر به کمک سکه ها یعنی ۱۰ سکه ۱۰۰ ریالی را باید حساب کند که چند ریال می شود و به این صورت با عدد ۱۰۰۰ آشنا می شود . یعنی می تواند بگوید که در کانتن ۱۰۰۰ کلوچه قرار دارد و ۱۰ سکه ۱۰۰ ریالی برابر ۱۰۰۰ ریال است . معلم می تواند از این دو مسئله ایده بگیرد و با آوردن چند سکه ۱۰۰ ریالی عدد ۱۰۰۰ را به دانش آموزان معرفی کند و همانطور که برای یکی، یک مربع کوچک و برای ۱۰ تایی ده مربع کوچک به صورت



و برای صدتایی یک مربع 10×10 از مربع کوچک (یعنی قرار دادن ۱۰ تا بسته ۱۰ تایی) می توان برای هزار تایی از یک مکعب (یعنی قرار دادن ۱۰ تا مربع که همان ده تا صدتایی است) استفاده کرد.



به کمک مکعب یا سکه هزار ریالی میتوان اعدادی که مضارب هزار هستند را معرفی کرد مانند:

۱۰۰۰ - ۲۰۰۰ - ۳۰۰۰ - ۴۰۰۰ - ۵۰۰۰ - ۶۰۰۰ - ۷۰۰۰ - ۸۰۰۰ - ۹۰۰۰

برای آموزش باقی عدد های چهار رقمی از جدول مقابل استفاده می کنیم .

یکان	دهگان	صدگان	هزارگان

توجه: هر کاری که با عدد های دو رقمی و سه رقمی کردیم می توان با اعداد چهار رقمی انجام داد مانند شمارش چند تا چند تا و نوشتن اعداد چهار رقمی که رقم های یکان و دهگان آن شرایط خاص داشته باشد و نوشتن اعداد چهار رقمی از عدد ۱۱۰۰ تا ۱۲۰۰ یا هر مدل دیگر .

در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی به کمک جدول یکی و ده تایی و صد تایی و هزار تایی ده هزار تایی و صد هزار تایی اعداد پنج و شش رقمی معرفی میگردد. (و سپس عدد میلیون یعنی ۱۰۰۰۰۰۰ معرفی می گردد برای معرفی اعداد بزرگتر از چهار رقمی و کمتر از نه رقمی از سه دسته جدول ارزش مکانی یکی (یکان و دهگان و صدگان) و هزار (یکان و دهگان و صدگان) و میلیون (یکان و دهگان و صدگان) مانند مقابل استفاده می کنیم . یعنی برای دسته هزار از یکان هزار و دهگان هزار و صدگان هزار استفاده می کنیم و دسته میلیون شامل یکان میلیون و دهگان میلیون و صدگان میلیون است « صفحه ۱۷ ریاضی چهارم».

یکی ها			هزارها			میلیون ها		
ی	د	ص	ی	د	ص	ی	د	ص

جمع

جمع از چهار عملی اصلی حساب (ریاضی دوره ابتدایی) است دانش آموزان جمع را بعد از آموزش اعداد می آموزند هر چند که اکثر دانش آموزان قبل از مدرسه با مفهوم اضافه شدن که یکی از مفاهیم جمع است سروکار داشته اند و آن را تجربه (در بازی کودکانه) کرده اند. عمل جمع کردن در اعمال دیگر ریاضی مورد استفاده است مثلاً در ضرب اعداد چند رقمی، جمع مورد استفاده است. برای آموزش جمع در ابتدا باید با مفاهیم جمع آشنا شد. اگر دانش آموزان مفاهیم جمع را یاد بگیرند به راحتی می توانند مهارت جمع کردن و کاربرد آن در ریاضیات به خصوص کاربرد جمع در زندگی و اقتصاد را ببینند و بکار گیرند.

مفاهیم جمع: جمع دارای ۵ مفهوم است این مفاهیم عبارتند از : ۱- مفهوم افزایشی جمع ۲- مفهوم افزایی جمع ۳- مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع ۴- مفهوم جمع براساس اجتماع در مجموعه جدا از هم ۵- جمع به عنوان ماشین جمع

(۱) مفهوم افزایش جمع: به مسئله زیر توجه فرمائید.

علی ۱۰ مداد داشت ۳ مداد هم پدرش به او داد حالا علی چند مداد دارد؟ $۱۰+۳=۱۳$ مداد

این مسئله و مسائلی نظیر آن مفهوم افزایشی جمع را در بردارد، به این معنا که مجموعه ای از داده ها موجود است و اعضای از مجموعه دیگر به آن اضافه می شود.

مثال: ۳ پرنده روی شاخه های یک درخت نشسته اند ۲ پرنده دیگر آمدند و روی این درخت نشستند حالا چند پرنده روی درخت نشسته است؟

پرنده $3+2=5$

۲) مفهوم افزایی جمع: در یک مجموعه از اشیاء از یک جنس ولی با دو مدل (نوع) متفاوت (مانند دو رنگ متفاوت، سالم و خراب- دختر و پسر، کوتاه و بلند، کوچک و بزرگ، زن و مرد، جوجه و مرغ، مرغ و خروس و ...) وجود دارد و برای عدد اصلی این مجموعه دو جمع متناظر نوشته می شود که چون مجموعه را به دو زیر مجموعه جدا از هم تبدیل می کند به این مفهوم از جمع را مفهوم افزایی جمع می گوئیم.

مثال: در یک ظرف ۳ مداد قرمز و ۲ مداد آبی قرار دارد. در این ظرف روی هم چند مداد قرار دارد.

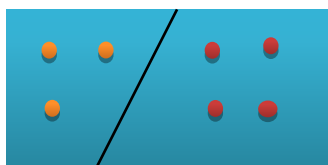
پس ۵ مداد در ظرف قرار دارد.



$3+2=5$

$2+3=5$

مثال: برای شکل زیر دو جمع بنویسید.



$3+4=7$

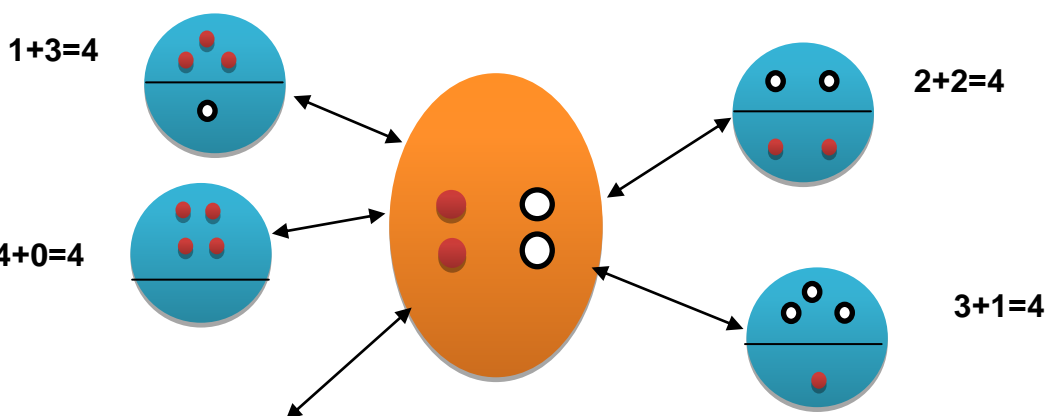
$4+3=7$

توجه ۱: ممکن است اعضای یک مجموعه (اشیاء یک مجموعه) همه مثال هم باشند و به دو زیر مجموعه جدا از هم تفکیک شده باشند در این صورت مفهوم افزایی جمع در آن بکار می رود زیر شرط افزای یعنی تفکیک آن به دو زیر مجموعه جدا از هم رعایت شده است.

توجه ۲: از این مفهوم برای خاصیت جابجایی جمع و تدریس این خاصیت استفاده می گردد.

۳) مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع: افزای یک مجموعه به چندین زیر مجموعه جدا از هم ما را به یکی دیگر از مفاهیم جمع به نام مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع رساند و برای عدد اصلی این مجموعه چندین جمع نوشته می شود. و حاصل همه این جمع ها، عدد اصلی (آن مجموعه) تعداد اعضای آن است.

مثال: (بازی و ریاضی) تعدادی (حدود ۲۰۰ لوبیا سفید و ۱۰۰ لوبیا قرمز) در یک کیسه می ریزیم و آن را خوب به هم می زنیم و از دانش آموزان می خواهیم که هر یک ۴ لوبیا (با چشمان بسته) از داخل این کیسه بردارند و سپس لوبیایی که در اختیار دارند را به دیگران نشان می دهند. در این صورت ترکیب لوبیاها بر حسب سفید و قرمز این دانش آموزان به صورت زیر خواهد بود. ۱- هر چهار لوبیا سفید ۲- هر چهار لوبیا قرمز ۳- دو لوبیا سفید و دو لوبیا قرمز ۴- یک لوبیا سفید و سه لوبیا قرمز ۵- سه لوبیا سفید و یک لوبیا قرمز، یعنی نمودار زیر



$0+4=4$



یعنی برای عدد ۴ می توان پنج جمع نوشت. این نوع جمع، همان مفهوم اجزایی یا ترکیبی جمع می نمایم. این مفهوم ترکیبی عدد ۴ را نشان می دهد و عدد ۴ را از روی اعداد کوچکتر از ۴ شناسایی می کنیم. با این مفهوم مهارت جمع کردن دانش آموزان افزایش می یابد. در کتاب ریاضی سال اول دبستان صفحات ۸۷ و ۹۰ از مفهوم ترکیبی «اجزایی» استفاده شده است.

۴) مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم: در این مفهوم اشیاء دو مجموعه جدا از هم را روی هم می ریزیم و دو جمع برای تعداد کل اشیاء می نویسیم.

مثال: رضا در یک دستش ۳ مداد و در دست دیگرش ۴ مداد دارد، رضا روی هم چند مداد دارد؟

هر دست رضا را یک مجموعه در نظر می گیریم پس دو مجموعه جدا از هم داریم و دو جمع $۳+۴=۷$ و $۴+۳=۷$ می نویسیم.

توجه: در مرحله اول تدریس برای این مفهوم (مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم) از اشیاء مثل هم استفاده می کنیم سپس در مرحله بعد می توان از اشیاء متفاوت کمک گرفت.

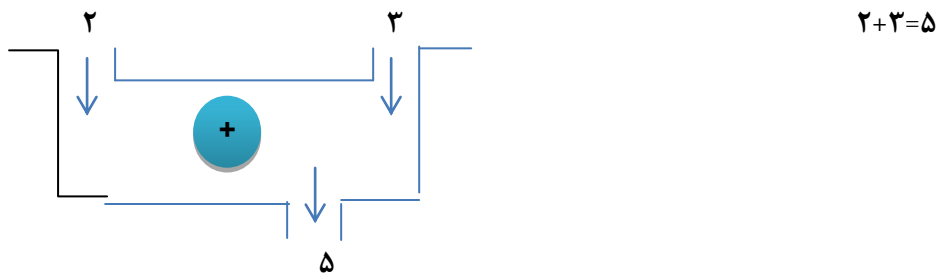
مثال: ۳ انگشت از دست راست و ۲ انگشت از دست چپ معلم باز است چند انگشت از دست های معلم باز است.

$$۳+۲=۵ \text{ و } ۲+۳=۵$$

مثال: حسن ۴ دفتر در کیفش دارد و ۳ دفتر هم در خانه دارد، او روی هم چند دفتر دارد.

$$۴+۳=۷ \text{ و } ۳+۴=۷$$

۵) جمع به عنوان ماشین جمع: مانند ماشین حساب کامپیوتر، جمع را به عنوان یک ماشین در نظر می گیریم که دارای دو ورودی و یک خروجی است. دو عدد در آن وارد می شود و حاصل جمع آن دو عدد از آن ماشین خروج می گردد.



خواص جمع: یک مجموعه از اعداد در نظر می گیریم و جمع روی این مجموعه به عنوان یک عمل در نظر می گیریم که روی هر دو عدد از این مجموعه اثر می کند و حاصل جمع این دو عدد را می دهد. (مثلاً مجموعه اعداد حسابی را در نظر می گیریم.)

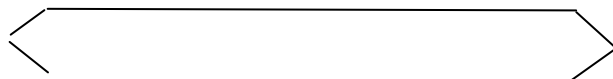
در این صورت جمع دارای خواص زیر است.

۱) جمع خاصیت جابجایی دارد. $a + b = b + a$

۲) جمع خاصیت شرکت پذیری دارد $(a + b) + c = a + (b + c)$

۳) بی اثر بودن صفر در عمل جمع $o + a = a, a + 0 = a$

۴) بسته بودن جمع روی مجموعه اعداد حسابی یعنی حاصل هر دو عدد حسابی یک عدد حسابی است و می گوئیم که مجموعه اعداد حسابی نسبت به عمل جمع بسته است.



آموزش جمع: برای آموزش جمع باید انواع جمع را خوب بشناسیم و هر یک جداگانه آموزش دهیم: انواع جمع عبارتند از: ۱- جمع های اساسی
۲- جمع عدد چند رقمی با عدد چند رقمی بدون انتقال ۳- جمع عدد چند رقمی با عدد چند رقمی با انتقال "

۱) جمع های اساسی: جمع های که هر دو جمله جمع یک رقمی باشد جمع های اساسی می نامیم . تعداد جمع های اساسی ۱۰۰ می باشد و جمع های اساسی بر دو نوع می باشند. الف) جمع اساسی نوع اول ب) جمع اساسی نوع دوم

الف) جمع های اساسی نوع اول: به جمع های گفته می شود که حاصل جمع آن حداکثر ۱۰ باشد که تعداد آنها ۶۴ جمع می باشد. مانند

$$۳+۵=۸ \quad و \quad ۴+۵=۹ \quad و \quad ۳+۳=۳ \quad و \quad$$

ب) جمع های اساسی نوع دوم: به جمع های گفته می شود که حاصل جمع آنها ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ... و ۱۸ باشد. مانند $۴+۷=۱۱$ و $۲+۹=۱۱$ و $۹+۶=۱۵$ و $۹+۹=۱۸$ و تعداد جمع های اساسی نوع دوم ۳۶ جمع می باشد.

در کتاب ریاضی سال اول ابتدایی جمع های اساسی نوع اول تدریس می گردد . و در پایان کتاب ریاضی اول ابتدایی از صفحه ۱۱۰ به بعد جمع های اساسی نوع دوم تدریس می گردد.

برای تدریس جمع های اساسی نوع اول در صفحه ۳۰ و ۳۷ و ۶۱ کتاب ریاضی سال اول ابتدایی از مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم استفاده می شود و با استفاده از اشیاء و اشکال و خود دانش آموزان بدون استفاده از نماد جمع، این نوع جمع تدریس می گردد و سپس در صفحه ۶۵ و ۶۶ به کمک انگشتان و چوب خط و شمارش انگشتان و شمارش چوب خط حاصل جمع به دست می آید . نماد در جمع (+) در صفحه ۸۶ و ۸۷ در جمع سطری معرفی می گردد و در صفحات ۶۵ و ۶۸ و ۸۷ از مفهوم افزایشی برای تدریس جمع استفاده می شود البته در صفحه ۸۷ مفهوم ترکیبی (اجزائی) جمع هم بکار می رود در تدریس جمع باید از دانش آموزان به صورت فعال استفاده شود یعنی دانش آموزان زیر نظر معلم فعالیت کنند.

نمونه تدریس صفحه ۳۰ کتاب ریاضی سال اول: تعدادی شکل در دو مجموعه جدا از هم کشیده شده است . مثلاً توپ های هم شکل و هم اندازه و از دانش آموزان می خواهیم که با چوب خط شکل های سمت چپ و راست با هم چند تا است.



و دانش آموز با شمارش و رسم چوب خط در محل مشخص شده جواب می دهد.

در صفحه ۳۰ پنج مدل شکل آمده است. معلم می تواند با اشیاء ملموس مانند، مداد، مداد تراش، گردونی و دیگر وسایل مانند نمونه صفحه ۳۰ در کلاس درس عمل کند و از دانش آموز می خواهد که به تعداد این اجسام روی تخته چوب خط بکشد و آن را شمارش کند و به زبان بیاورد. سپس به کتاب مراجعه کرده و صفحه ۳۰ را کامل کند.

در صفحه ۳۷ با استفاده از رنگ آمیزی و مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم به تعداد چینه های سبز و قرمز، چینه روی هم قرار می دهد و آن ها را مانند نمونه استفاده شده رنگ می کند.

در صفحه ۶۱ به کمک انگشتان دست (باز و بسته کردن انگشتان) به کمک مفهوم جمع براساس دو مجموعه جدا از هم، جمع تدریس می گردد و دانش آموز با مفهوم جمع آشنا می گردد. در صفحه ۶۵ به تعداد انگشتان چوب خط کشیده می شود و دانش آموز با مفهوم جمع آشنا می گردد. در این صفحه از مفهوم ترکیبی جمع استفاده می شود.

نتیجه: تدریس جمع با تدریس مفاهیم جمع برای جمع های اساسی نوع اول و با استفاده از اشیاء ملموس و اشکال و چوب خط و کار با انگشتان و شمارش آنها آغاز می گردد. سپس به کتاب مراجعه کرده و دانش آموزان کتاب را با راهنمایی معلم کامل می کنند.

سوال: آیا آموزش و مفهوم جمع بعد از آموزش اعداد صورت می گیرد؟ جواب: آموزش مفهوم جمع بعد از شمارش اعداد یک تا پنج و قبل از معرفی نماد ۱ تا ۵ آغاز می گردد.

دانش آموزان با رنگ آمیزی در کتاب، صفحه ۹۵ و ۸۸ حاصل جمع ها را می یابند و در صفحه ۹۰ اعدادی را پیدا می کنند که مجموع آن ها اعداد ۷ و ۹ و ۱۰ می باشند یعنی با مفهوم جمعی و ترکیبی اعداد ۷ و ۹ و ۱۰ کار می کنند. مجموع سه عدد کوچک یک رقمی در صفحه ۹۷ و جمع چهار عدد کوچک در صفحات ۱۱۴ و ۱۱۵ و ۱۱۶ انجام می دهند. در صفحه ۱۱۹ از محور اعداد کمک گرفته و حاصل جمع دو عدد را می یابند. در صفحه ۱۲۳ به کمک چوب خط، جمع اساسی نوع دوم و در صفحه ۱۲۶ به کمک شمارش جمع اساسی نوع دوم تکرار می گردد و جمع اساسی نوع دوم در صفحات ۱۶۷ و ۱۶۸ در حل مسأله ادامه پیدا می کند. (در این صفحات مراحل جمع توسط دانش آموز انجام می شود).

۲) جمع دو عدد چند رقمی بدون انتقال

الف) جمع دو عدد دو رقمی: برای این که دانش آموزان بتوانند با جمع دو عدد دو رقمی و چند رقمی آشنا شوند نیاز به زمینه سازی است. برای زمینه سازی باید مراحل زیر تدریس شود.

۱- جمع مضارب ۱۰ به کمک شمارش دسته های ده تایی

۲- الگو گرفتن از جمع $۳+۲=۵$ برای $۳۰+۲۰=۵۰$ (کتاب ریاضی اول ابتدایی صفحه ۲۱)

۳- جمع ذهنی مانند $۳۰=۱۰+۱۰+۱۰$ و $۲۰=۵+۵+۱۰$ و $۲۰=۲+۳+۵+۱۰$ (ریاضی اول صفحات ۱۴۰ و ۱۴۳)

۴- جمع مضارب ۱۰ با یک عدد یک رقمی صفحه ۱۵۸ و ۱۵۹

۵- جمع عدد دو رقمی با عدد یک رقمی به کمک رسم شکل و دسته بندی کردن (درست کردن دسته ده تایی) و رسم محور و استفاده از چوب خط و شمارش اشیا و انگشتان و حل مسأله (صفحات ۱۶۱ و ۱۶۳ و ۱۶۷ و ۱۶۸ و ۱۷۴ کتاب اول ابتدایی)

۶- استفاده از ماشین جمع در صفحات ۲۴ و ۲۵ کتاب ریاضی سال دوم ابتدایی.

بعد از تدریس مراحل بالا در کتاب ریاضی پایه اول و تکرار آن در پایه دوم، در صفحه ۳۱ کتاب ریاضی سال دوم به تدریس جمع دو عدد دورقمی می‌رسیم.

نمونه تدریس:

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 33 \\ \hline 57 \end{array}$$

در صفحه ۲۹ ریاضی سال دوم: معلم تعدادی بسته ۱۰ تایی و یکی از قبل آماده کرده و به کلاس درس می‌آورد. (می‌تواند به کمک دانش آموزان در کلاس درس این بسته‌های یکی و ده تایی را درست کند) و آن‌ها را بین دانش آموزان تقسیم می‌کند و از آن‌ها می‌خواهد جواب $24+33$ را پیدا کنند (می‌توان دانش آموزان را به چند گروه تقسیم کرد و بعد از توزیع دسته‌های ده تایی و یکی بین این گروه‌ها جواب جمع را از گروه‌ها بخواهد). گروه‌ها (یا دانش آموزان) جواب را به روش خودشان پیدا می‌کنند (به کمک معلم) و در نهایت معلم در نتیجه گیری می‌گوید که اول ده تایی‌های این دو عدد را جمع می‌کنیم (شمارش ده تایی‌های این دو عدد) سپس یکی‌ها را جمع می‌کنند.

$\begin{array}{r} 24 \\ + 33 \\ \hline 54 \end{array}$	<p>(۱)</p> <div style="border: 1px solid black; background-color: orange; padding: 5px; display: inline-block; margin: 5px 0;">اضافه کردن ده تایی</div>	$\begin{array}{r} 24 \\ + 30 \\ \hline 54 \end{array}$
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="font-size: 2em;">→</div> </div>		
$\begin{array}{r} + 3 \\ \hline 57 \end{array}$		<p>(۲)</p> <div style="border: 1px solid black; background-color: orange; padding: 5px; display: inline-block; margin: 5px 0;">اضافه کردن یکی</div>
		$\begin{array}{r} 54 \\ + 3 \\ \hline 57 \end{array}$

توجه: مرحله ۲ و ۱ را جمع فرایندی می‌نامند.

مثال:

۲۵ → ۳۲

$\begin{array}{r} +14 \\ \hline 25 \\ +4 \\ \hline 29 \end{array}$		$\begin{array}{r} +25 \\ \hline 52 \\ +5 \\ \hline 57 \end{array}$	بدون شکل
باشکل			

توجه: در جمع اعداد دو رقمی اول دهگان دو عدد را جمع می کنیم سپس یکان ها را با هم جمع می کنیم.

(ب) جمع اعداد سه رقمی بدون انتقال: برای زمینه سازی جمع اعداد سه رقمی باید مراحل زیر را تدریس کرد.

۱- جمع مضارب ۱۰۰

۲- درست کردن دسته های صدتایی

۳- درست کردن دسته های صدتایی از روی دسته های ده تایی

اطمینان از این که دانش آموزان جمع اعداد دو رقمی بدون انتقال را فرا گرفته اند برای تدریس جمع اعداد سه رقمی لازم است اعداد سه رقمی مانند تدریس جمع اعداد دو رقمی است با ساختن دسته های صدتایی، ده تایی و یکی ها تدریس آغاز می شود.

مثال ۱:

226	226	526	556
$+222$	$+200$	$+30$	$+2$
مرحله اول	مرحله دوم	مرحله سوم	
526	526	556	558
$+30$			
556			
$+2$			
558			

در مرحله اول اضافه کردن صد تایی، مرحله دوم اضافه کردن ده تایی و در مرحله سوم اضافه کردن یکی ها

۳۴۱		۳۴۱		۵۴۱		۵۴۱
+۲۵۷	مرحله اول	+۲۰۰	مرحله دوم	+۵۰	مرحله سوم	+۷
۵۴۱		۵۴۱		۵۹۱		۵۹۸
+۵۰				۵۹۱		
۵۹۱				۵۹۱		
+۷						۵۹۸
۵۹۸						۵۹۸

توجه: جمع اعداد چهاررقمی، پنج رقمی و... بدون انتقال مشابه

اعداد دورقمی و اعداد سه رقمی بدون انتقال است

(۳) جمع دو عدد چند رقمی با انتقال: برای تدریس جمع اعداد چند رقمی با انتقال نیاز به زمینه سازی است .

الف) جمع دو عدد دو رقمی با انتقال : برای تدریس این نوع جمع دانش آموزان باید جمع اساسی نوع دوم را یاد گرفته باشند همچنین جمع عدد دورقمی با یک عدد یک رقمی که جمع یکان عدد دو رقمی و عدد یک رقمی از نوع اساسی نوع دوم است به کمک جدول اعداد از یک تا صد که در اختیار دانش آموزان است فراگرفته باشند مانند

۲۷		۳۹		۷۴		۸۵
+۴		+۲		+۸		+۸
۳۱		۴۱		۸۲		۹۳

برای این مثال ها می توان از رسم شکل و رسم محور و شمارش کمک گرفت.

بعد از یادگیری مراحل قبل می توان جمع دو عدد دورقمی با انتقال را به صورت زیر تدریس گردد.

صفحه ۳۱ کتاب ریاضی سال دوم ابتدایی برای جمع زیر معلم می تواند تعدادی دسته های ده تایی و یکی را از قبل آماده کند (یا در کلاس درس به کمک دانش آموزان آماده کند) سپس با گروه بندی دانش آموزان در صورت امکان و توزیع دسته های ده تایی و یکی از آن ها می خواهد تا

حاصل جمع ۲۴+۳۷ را پیدا کنند. دانش آموزان با روش خودشان جواب را می یابند و معلم با جمع بندی این روش ها، روش زیر را توضیح می دهد.

$$\begin{array}{r} 24 \\ +37 \\ \hline 54 \\ +7 \\ \hline 61 \end{array}$$

اضافه کردن ده تایی

$$\begin{array}{r} 24 \\ +30 \\ \hline 54 \end{array}$$

اضافه کردن یکی

$$\begin{array}{r} 54 \\ +7 \\ \hline 61 \end{array}$$

مثال:

$$\begin{array}{r} 29 \\ +14 \\ \hline 39 \\ +4 \\ \hline 43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ +25 \\ \hline 57 \\ +5 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ +27 \\ \hline 78 \\ +7 \\ \hline 85 \end{array}$$

در این مثال ها یک دسته ده تایی به کمک یکی ها درست می شود و به دسته های ده تایی اضافه می شود و این اضافه کردن دسته ده تایی (درست کردن دسته ده تایی و اضافه کردن آن به دسته های ده تایی) را انتقال به دهگان می نامیم و به کمک جدول به صورت زیر است (صفحه ۱۰۰ کتاب ریاضی دوم ابتدایی)

مثال ۱:

۵۴	ده تایی	یکی	
+۲۷	۵	۴	
۸۱	+۲	۷	
	۷	۱۱	

→

۱
۵۴
+۲۷
۸۱

45

مثال ۲:

$$\begin{array}{r}
 ۳۷ \\
 +۲۵ \\
 \hline
 ۶۲
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{c|c}
 \text{یکی} & \text{ده تایی} \\
 \hline
 ۷ & ۳ \\
 ۵ & +۲ \\
 \hline
 ۲ & ۵ \\
 ۲ & ۶
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{r}
 ۱ \\
 ۳۷ \\
 +۲۵ \\
 \hline
 ۶۲
 \end{array}$$

(ب) جمع اعداد سه رقمی با انتقال: این جمع را به سه دسته تقسیم می کنیم

(۱) جمع اعداد سه رقمی با انتقال در دهگان که همانند جمع مرحله قبل است.

(۲) جمع اعداد سه رقمی با انتقال در صدگان

(۳) جمع اعداد سه رقمی با انتقال در ده گان و صدگان

برای تدریس دسته (ب) باید اطمینان حاصل کنیم که دانش آموزان جمع اعداد سه رقمی بدون انتقال و همچنین جمع های تقریبی (گرد کردن) را فرا گرفته باشند. دسته بندی کردن صدتایی ها (درست کردن دسته صد تایی خیلی موثر است، رسم شکل و محور خیلی به ما کمک می کند)

جمع اعداد تقریبی (گرد کردن) صفحه ۳۳ برای اعداد دو رقمی

$$\begin{array}{r}
 ۴۷ \\
 +۲۱ \\
 \hline
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 ۵۰ \\
 +۲۰ \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 ۷۱ \\
 +۲۴ \\
 \hline
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 ۷۰ \\
 +۲۰ \\
 \hline
 \end{array}$$

46

$$\begin{array}{r}
 ۳۹ \\
 +۲۵ \\
 \hline
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 ۴۰ \\
 +۳۰ \\
 \hline
 \end{array}$$

اعداد سه رقمی صفحه ۶۹

$\begin{array}{r} ۲۳۹ \\ +۳۲۳ \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} ۲۰۰ \\ +۳۰۰ \\ \hline ۵۰۰ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۴۶۷ \\ +۲۵۵ \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} ۵۰۰ \\ +۳۰۰ \\ \hline ۸۰۰ \end{array}$
$\begin{array}{r} ۵۹۷ \\ +۱۳۰ \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} ۶۰۰ \\ +۱۰۰ \\ \hline ۷۰۰ \end{array}$	

مثال: برای جمع اعداد سه رقمی با انتقال در صدگان به کمک جدول ارزش مکانی

$\begin{array}{r} ۲۴۰ \\ +۳۸۰ \\ \hline \end{array}$		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">صدتایی</th> <th style="width: 33%;">ده تایی</th> <th style="width: 33%;">یکی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۲</td> <td>۴</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>+۳</td> <td>۸</td> <td>۰</td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"> <td>۵</td> <td>۱۲</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>۶</td> <td>۲</td> <td>۰</td> </tr> </tbody> </table>	صدتایی	ده تایی	یکی	۲	۴	۰	+۳	۸	۰	۵	۱۲	۰	۶	۲	۰		$\begin{array}{r} ۱ \\ ۲۴۰ \\ +۳۸۰ \\ \hline ۶۲۰ \end{array}$
صدتایی	ده تایی	یکی																	
۲	۴	۰																	
+۳	۸	۰																	
۵	۱۲	۰																	
۶	۲	۰																	

مثال:

$$\begin{array}{r} 272 \\ +255 \\ \hline 628 \end{array}$$

دسته (ج): جمع اعداد سه رقمی با انتقال در دهگان و صدگان

مثال ۱:

	صد تایی	ده تایی	یکی
۲۹۴	۲	۹	۴
+۱۵۷	+۱	۵	۷
۴۵۱	۳	۱۴	۱۱
	۳	۱۵	۱
	۴	۵	۱

مثال ۲:

	صد تایی	ده تایی	یکی
۷۶۸	۷	۶	۸
+۱۷۹	+۱	۷	۹
۹۴۷	۸	۱۳	۱۷
	۸	۱۴	۷
	۹	۴	۷

توجه: در کنار تدریس جمع همواره تفریق هم تدریس می شود.

برای یادگیری جمع باید فعالیت، کار در کلاس و تمرین توسط دانش آموزان انجام شود.

استفاده از جدول اعداد برای جمع و تفریق: از دو جدول زیر که یکی از شماره ۱۰ تا ۱۰۰ و دیگری جدول مضارب ۱۰ یعنی از ۱۰ تا ۹۹۰ است برای جمع و تفریق استفاده می کنیم.

از جدول شماره (۱) برای جمع های دو رقمی که حاصل آن ها کمتر از ۱۰۰ هستند و همچنین برای تفریق های اعداد دورقمی استفاده می کنیم. مثلا برای جمع $۲۴+۳۹$ ابتدا عدد ۲۴ را در جدول می یابیم سپس سه ردیف به تعداد سه ده تایی پایین می رویم تا به عدد ۵۴ برسیم در نهایت ۹ واحد (۹ تا یکی) جلو می رویم تا به حاصل جمع یعنی عدد ۶۳ برسیم.

برای تفریق $۴۷-۲۵$ ابتدا عدد ۴۷ را در جدول می یابیم سپس به تعداد دو ده تایی (دو ردیف) بالا می رویم تا به عدد ۲۷ برسیم و در نهایت ۵ تا یکی به عقب (در همان ردیف) می رویم تا به عدد ۲۲ برسیم عدد ۲۲ حاصل تفریق می باشد.

۲۴	۴۷
+۳۹	-۲۵
۵۴	۲۷
+۹	-۵
۶۳	۲۲

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰



۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰

از جدول شماره (۲) برا جمع مضارب ۱۰ که حاصل جمع حداکثر ۹۹۰ شود و برای تفریق مضارب ۱۰ استفاده می کنیم.

مثال: برای جمع $۳۲۰ + ۴۱۰$ ابتدا عدد ۳۲۰ را در جدول می یابیم و سپس ۴ ردیف پایین می رویم تا به عدد ۷۲۰ برسیم و در نهایت یک ۱۰ تایی جلو می رویم و به عدد ۷۳۰ یعنی حاصل جمع می رسیم.

برای تفریق $۸۴۰ - ۳۷۰$ ابتدا عدد ۸۴۰ را در جدول می یابیم سپس ۳ ردیف به بالا می رویم تا عدد ۵۴۰ به دست آید و در نهایت ۷ تا ۱۰ تایی به عقب بر می گردیم و به عدد ۴۷۰ که حاصل تفریق است می رسیم.

$\begin{array}{r} ۳۲۰ \\ +۴۱۰ \\ \hline ۷۲۰ \\ +۱۰ \\ \hline ۷۳۰ \end{array}$	$\begin{array}{r} ۸۴۰ \\ -۳۷۰ \\ \hline ۵۴۰ \\ -۷۰ \\ \hline ۴۷۰ \end{array}$
---	---

۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰
۱۱۰	۱۲۰	۱۳۰	۱۴۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۷۰	۱۸۰	۱۹۰	۲۰۰
۲۱۰	۲۲۰	۲۳۰	۲۴۰	۲۵۰	۲۶۰	۲۷۰	۲۸۰	۲۹۰	۳۰۰
۳۱۰	۳۲۰	۳۳۰	۳۴۰	۳۵۰	۳۶۰	۳۷۰	۳۸۰	۳۹۰	۴۰۰
۴۱۰	۴۲۰	۴۳۰	۴۴۰	۴۵۰	۴۶۰	۴۷۰	۴۸۰	۴۹۰	۵۰۰
۵۱۰	۵۲۰	۵۳۰	۵۴۰	۵۵۰	۵۶۰	۵۷۰	۵۸۰	۵۹۰	۶۰۰



۶۱۰	۶۲۰	۶۳۰	۶۴۰	۶۵۰	۶۶۰	۶۷۰	۶۸۰	۶۹۰	۷۰۰
۷۱۰	۷۲۰	۷۳۰	۷۴۰	۷۵۰	۷۶۰	۷۷۰	۷۸۰	۷۹۰	۸۰۰
۸۱۰	۸۲۰	۸۳۰	۸۴۰	۸۵۰	۸۶۰	۸۷۰	۸۸۰	۸۹۰	۹۰۰
۹۱۰	۹۲۰	۹۳۰	۹۴۰	۹۵۰	۹۶۰	۹۷۰	۹۸۰	۹۹۰	

تفریق

تفریق دومین عمل از چهار عمل اصلی حساب می باشد. تفریق هم زمان با عمل جمع تدریس می گردد و دانش آموزان در زمان یاد گیری مفاهیم ترکیبی اعداد عملاً با کار تفریق روبه رو می شوند و تفریق را انجام می دهند. با توجه به این که جمع و تفریق به عنوان دو عمل، عکس هم هستند بنابراین عمل تفریق همراه با عمل جمع می توان تدریس کرد.

برای آموزش تفریق اول باید با مفاهیم تفریق آشنا شد زیرا که اگر دانش آموزان مفاهیم تفریق را یاد بگیرند مهارت تفریق کردن و کاربر د آن در ریاضیات بخصوص کاربرد تفریق در تقسیم را یاد می گیرند .

مفاهیم تفریق: تفریق دارای چهار مفهوم است که عبارتند از:

(۱) مفهوم کاهش تفریق

(۲) مفهوم افزای تفریق

(۳) مفهوم مقایسه ای تفریق

(۴) مفهوم جمعی تفریق

(۱) مفهوم کاهش تفریق: مفهوم کاهش تفریق عکس مفهوم افزایشی جمع است به این معنی است که از یک مجموعه معین از اشیا، تعدادی از اشیا آن (تعدادی از اعضای آن) بر می داریم. در مفهوم کاهش از کلمات پرواز کردن- برداشت کردن- حذف شدن- خط خوردن- پاک کردن و رفتن و هر کلمه ای که معنی کم شدن داشته باشد در طرح مسایل استفاده می کنیم. (کتاب اول، صفحه ۳۱ و ۳۲)

مثال ۱: ۵ پرنده روی یک شاخه درخت نشسته بودند ۳ پرنده از این پرواز کردند. حال چند پرنده روی شاخه درخت باقی مانده است؟

$$۵ - ۳ = ۲$$

جواب: ۲ پرنده باقی مانده است.

مثال ۲: ۴ عدد تخم مرغ در بشقاب قرار داشت ۲ تخم مرغ از این تخم مرغ ها برای پختن کیک مصرف شد . حال چند تخم مرغ در بشقاب قرار دارد؟

$$۴ - ۲ = ۲$$

جواب: ۲ تخم مرغ در بشقاب قرار دارد.

۲) مفهوم افرازی تفریق: این مفهوم در مقابل مفهوم افرازی جمع می آید و به این معنی است که یک دسته (مجموعه) از اشیای مثل هم با دو رنگ متفاوت موجود است و با توجه به رنگ آن ها به دو دسته تقسیم می کنیم و با این مجموعه (اعضای این مجموعه) دوتفریق و دو جمع متناظر می نویسیم. (به جای رنگ می توان از دو کلمه مخالف یا دو جنس مخالف مانند سالم و خراب - کوتاه و بلند - دختر و پسر - کوچک و بزرگ - مرغ و خروس - زن و مرد و... به کار برد).

مثال ۱: در یک سینی ۵ چوب خط (نی) به رنگ های آبی و قرمز وجود دارد. برای چوب خط های این سینی با توجه به رنگ های آن ها می توان دو تفریق به صورت زیر نوشت:



تعداد چوب خط های آبی: $5-3=2$

تعداد چوب خط های قرمز: $5-2=3$

در این مثال معمولا یا تعداد چوب خط های آبی یا تعداد چوب خط های قرمز را می خواهند یعنی سوال به صورت زیر مطرح می گردد.

اگر ۵ چوب خط به رنگ های آبی و قرمز در یک سینی باشند و ۳ تا از این چوب خط ها قرمز باشند تعداد چوب خط های آبی چقدر است؟ (یا اگر ۲ تا از این چوب خط ها آبی باشد تعداد چوب خط های قرمز چقدر است؟)

مثال ۲: ۱۰ تا جوجه داریم ۳ تا از جوجه ها سیاه هستند چند تا جوجه سیاه نیستند؟ (ریاضی اول ابتدایی صفحه ۱۳۳).

$$10-3=7$$

۷ جوجه از جوجه ها سیاه نیستند.

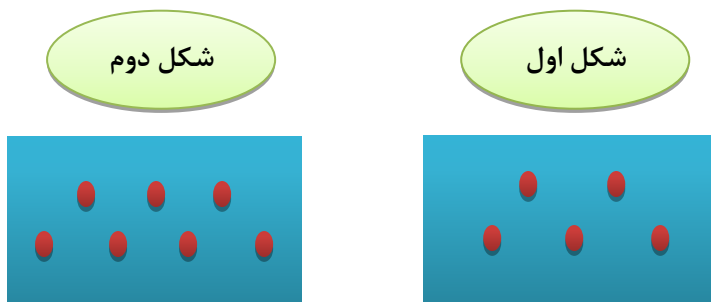
۳) مفهوم مقایسه ای تفریق: این مفهوم یعنی مقایسه تعداد اشیای مشابه دو مجموعه با هم.

مثال ۱: علی ۵ خودکار دارد و حسن ۳ خودکار دارد. علی چند خودکار بیشتر از حسن دارد؟ (یا حسن چند خودکار کمتر از علی دارد؟)

$$5-3=2$$

علی ۲ خودکار بیشتر از حسن دارد.

مثال ۲: تعداد گردوهای کدام شکل بیشتر است؟ چند تا؟



شکل ۲، دوگردوی بیشتر دارد.

۴) مفهوم جمعی تفریق: در این مفهوم یکی از جملات جمع مجهول است و برای یافتن جمله مجهول به صورت نمادین یک معادله نوشته می شود.

مثال ۱: حسن می خواهد ۱۰ مداد ۴ تومانی بخرد او ۴ تومان پول دارد حسن چند تومان دیگر نیاز دارد تا بتواند مداد را بخرد؟

$$۴ + \dots = ۱۰ \longrightarrow ۱۰ - ۴ = ۶$$

مثال ۲: به جای ... عدد مناسب قرار دهید. (کتاب ریاضی دوم دبستان)

$$۲۰ + \dots = ۴۳$$

جواب: $۴۳ - ۲۰ = ۲۳$

توجه در کتاب ریاضی اول ابتدایی صفحات ۳۱ و ۳۲ و ۳۸ و ۴۰ و ۵۱ از مفهوم کاهشی تفریق استفاده شده است (البته از نماد تفریق استفاده نشده است) نماد تفریق در صفحه ۹۳ و ۹۴ و ۹۶ معرفی می گردد.

خواص تفریق:

تفریق بر عکس جمع خواص زیادی ندارد خواص جابه جایی و شرکت پذیری در تفریق برقرار نیست یعنی: $a - b \neq b - a$ و $a - (b - c) \neq (a - d) - c$ تفریق دارای دو خاصیت روی اعداد حسابی است.

۱- خاصیت بی اثر بودن صفر در تفریق $a - ۰ = a$ (توجه $۰ - a = -a$)

۲- $a - (b + c) = (a - b) - c$ دو تفریق متوالی را می توان به یک جمع و تفریق تبدیل کرد

مثال ۱: علی ۵۰ ریال پول داشت یک دفترچه ۱۸ ریالی و یک خود کار ۱۲ ریالی خرید چند ریال برایش باقی مانده است؟

$$\text{روش اول } ۵۰ - (۱۸ + ۱۲) = ۵۰ - ۳۰ = ۲۰$$

$$\text{روش دوم } (۵۰ - ۱۸) - ۱۲ = ۳۲ - ۱۲ = ۲۰$$

۲۰ ریال برایش باقی می ماند.

توجه خاصیت دو را می توان به صورت زیر تعمیم داد.

$$a - (b + c + d) = [(a - b) - c] - d$$

آموزش تفریق: برای آموزش تفریق باید انواع تفریق ها را بشناسیم و هر یک از تفریق ها را جداگانه آموزش دهیم انواع تفریق ها عبارتند از:

(۱) تفریق های اساسی

(۲) تفریق های بدون انتقال (اعداد چند رقمی)

(۳) تفریق های با انتقال (اعداد چند رقمی)

(۱) تفریق های اساسی: تفریق های اساسی متناظر با جمع های اساسی هستند و تعداد آن ها ۱۰۰ تفریق می باشد و به دو دسته تقسیم می شوند الف) تفریق های اساسی نوع اول ب) تفریق های اساسی نوع دوم.

الف) تفریق های اساسی نوع اول: این تفریق ها متناظر با جمع های اساسی نوع اول می باشند و تعداد آن ها ۶۴ تفریق می باشد. تفریق های اساسی نوع اول به تفریق هایی گفته می شود که جمله اول تفریق (مفروق منه) حد اکثر عدد ۱۰ بوده و جمله دوم (مفروق) و باقی مانده (حاصل تفریق) عدد یک رقمی باشند و ۱۹ تا از این تفریق ها لاقبل یکی از سه جز تفریق صفر است مانند: $۹-۰=۹$ و $۴-۴=۰$

ب) تفریق های اساسی نوع دوم: این تفریق ها متناظر با جمع های اساسی نوع دوم می باشند و تعداد آن ها ۳۶ تفریق می باشد و جمله اول تفریق عدد ۱۱ تا ۱۸ می باشند و جمله دوم و سوم تفریق عدد یک رقمی هستند.

مثال ۱: چند نمونه از تفریق های اساسی نوع اول

$$۱۰-۴=۶ \text{ و } ۹-۰=۹ \text{ و } ۴-۴=۰ \text{ و } ۵-۲=۳ \text{ و } ۷-۵=۲ \text{ و } ۰-۰=۰$$

مثال ۲: چند نمونه از تفریق های اساسی نوع دوم

$$۱۸-۹=۹ \text{ و } ۱۷-۹=۸ \text{ و } ۱۴-۸=۶ \text{ و } ۱۲-۷=۵ \text{ و } ۱۱-۹=۲ \text{ و } ۱۵-۸=۷$$

توجه: تفریق های اساسی نوع اول در کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی و تفریق های اساسی نوع دوم در کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی تدریس می شود هرچند که در آخر کتاب ریاضی اول تفریق های اساسی نوع دوم نیز آمده است.

آموزش تفریق با مفهوم کاهشی تفریق در کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی (صفحات ۵۱، ۴۰، ۳۸، ۳۳، ۳۱) همراه با مفهوم افزایشی جمع آغاز می گردد. آموزش مفاهیم تفریق همانند آموزش مفاهیم جمع به کمک وسایل کمک آموزشی و دست ورز ها همراه با فعالیت دانش آموزان (یعنی همان فعالیت کلاسی که در کتاب طراحی شده است) صورت می گیرد در صفحه ۳۱ به کمک باز و بسته کردن انگشتان دست و شکل های متفاوت، تعداد شکل های باقی مانده (تعداد انگشتان باز) شمارش می کنیم. بعد از مفهوم کاهشی تفریق در صفحه ۹۳ نماد تفریق معرفی می گردد و دانش آموزان با تفریق سطری آشنا می گردند.

در صفحه ۹۴ با استفاده از انگشتان دست راست و چپ و باز و بسته کردن انگشتان و هم چنین به کمک محور اعداد (صفحه ۱۱۹) تفریق های اساسی نوع اول کامل می گردد و کاربرد این تفریق ها در حل مسئله (صفحه ۱۳۳) راه برد رسم شکل مورد استفاده قرار می گیرد.

در صفحات آخر کتاب ریاضی پایه اول ابتدایی به کمک رسم شکل و محور اعداد تفریق های اساسی نوع دوم تدریس می گردد. در کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی (صفحه ۱۰) به تفریق های اساسی نوع دوم پرداخته می شود.

تفریق های اساسی نوع دوم و تفریق های مضارب ۱۰ (ده تایی ها) به کمک رسم شکل و محور اعداد زمینه را برای تفریق های اعداد چند رقمی (بدون اعشار) فراهم می کند به تفریق های ستونی در صفحه ۲۱ کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی پرداخته می شود و تفریق ستونی در این صفحه معرفی می گردد.

تفریق های اعداد چند رقمی بدون انتقال : از طریق فعالیت کلاسی طراحی شده در کتاب (صفحه ۲۸ و ۲۹ کتاب ریاضی پایه دوم ابتدایی) تفریق های عددی بدون انتقال آغاز می گردد

مثال ۱: (صفحه ۳۱ کتاب ریاضی دوم ابتدایی)

همانند تدریس جمع دو عدد دو رقمی بدون انتقال معلم با آماده کردن چند دسته ی ده تایی و چند تا یکی و توزیع آن بین دانش آموزان از آن ها می خواهد که حاصل ۲۲-۴۷ را بیابند و سپس بعد از جمع بندی روش های دانش آموزان دهنمایی می کند که اول از عدد ۴۷ دو دسته ی ده تایی برداشته شود و سپس دو تا یکی برداشته شود حاصل تفریق ۲۵ به دست می آید.

$$\begin{array}{r} 47 \\ - 22 \\ \hline 27 \\ - 2 \\ \hline 25 \end{array}$$

مثال ۲: در تفریق ۲۰-۴۹ مرحله ۰-۲۹ برای یادگیری روش می باشد بعد از یادگیری این مرحله حذف می گردد.

$$\begin{array}{r} 95 \\ - 84 \\ \hline 15 \\ - 4 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ - 20 \\ \hline 29 \\ - 0 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 347 \\ - 125 \\ \hline 247 \\ - 25 \\ \hline 227 \end{array}$$

در تفریق اعداد سه رقمی از طرف صدگان شروع می شود و سپس دهگان و در نهایت یکان کم می شود . در صورت نیاز می توان از رسم شکل دسته های صدتایی، ده تایی و یکی استفاده کرد. (صفحه ۹۵ ریاضی دوم ابتدایی) .

تفریق اعداد چند رقمی با انتقال : برای تدریس تفریق با انتقال باید اول زمینه سازی کرد و همانند جمع دانش آموزان باید با تفریق های زیر آشنا باشند.

(۱) تفریق های مضارب ۱۰ و ۱۰۰ به کمک رسم شکل و محور اعداد و جدول اعداد که قبلاً بررسی شد.

(۲) تفریق های تقریبی (گرد کردن اعداد) از این تفریق ها برای تفریق اعداد سه رقمی استفاده می کنیم. نمونه این تفریق در صفحه ۶۵ کتاب ریاضی دوم ابتدایی آمده است.

<u>۴۳۴</u>	گرد کردن	<u>۴۰۰</u>
<u>-۱۳۷</u>	حذف یکان و دهگان	<u>-۱۰۰</u>

<u>۷۸۵</u>	گرد کردن	<u>۸۰۰</u>
<u>-۳۵۲</u>	حذف یکان و دهگان	<u>-۴۰۰</u>

الف) تفریق اعداد دو رقمی با انتقال : برای تفریق اعداد دو رقمی از هم با انتقال در مرحله اول به کمک جدول اعداد یا محور اعداد و یا رسم شکل و ساختن دسته های ده تایی و یکی عمل می کنیم .

مثال ۱: (صفحه ۳۱) معلم با ساختن چند دسته ده تایی و چند تا یکی و آوردن آن سر کلاس درس (می تواند در کلاس از دانش آمو زان کمک بگیرد و دسته های ده تایی و یکی درست کند) و توزیع آن بین دانش آموزان و یا گروه ها از آن ها بخواهد که جواب تفریق ۲۷-۴۳ را بنویسند دانش آموزان با راه های متفاوت جواب را می یابند و معلم پس از جمع بندی می تواند روش مناسب را برای این تفریق انتخاب کند . مثلاً معلم دو دسته ده تایی را از ۴ دسته ده تایی را از عدد ۴۳ بر می دارد و به حاصل ۲۳ می رسد سپس از عدد ۲۳ تعداد ۷ تا یکی را خط می زند (یا برمی دارد) تا حاصل تفریق ۲۷-۴۳ یعنی عدد ۱۶ را به دست آورد.

در مرحله دوم معلم می تواند از جدول یکی و ده تایی به صورت زیر استفاده کند .

روش اول: باز کردن یک دسته ده تایی و آن را در کنار ۳ تا یکی قرار دادن و تفریق کردن آن‌ها (یعنی انتقال از دهگان به یکان)

۱۳	۴۴
-۲۷	۱۶

ده تایی	یکی
۴	۳
-۲	۷

ده تایی	یکی
۳	۱۳
-۲	۷
۱	۶

روش دوم: در قسمت دوم تفریق یک دسته ده تایی را باز می‌کنیم.

۴۳	-۲۷
۲۳	-۷

ده تایی	یکی
۲	۳
-	۷

ده تایی	یکی
۱	۱۳
-	۷
۱	۶

توجه:

۱- قبل از تفریق عدد دو رقمی از دو رقمی اطمینان حاصل شود که دانش آموزان تفریق اساسی نوع دوم را فرا گرفته‌اند.

۲- تفریق تقریبی عدد دو رقمی هم، مهارت تفریق را افزایش می‌دهد.

ده تایی	یکی
۸	۴
-۳	۷

ده تایی	یکی
۷	۱۴
-۳	۷
۴	۷

۸۴	۸۴
-۳۷	۴۷

مثال ۲:

به این روش در قدیم روش قرض دادن می‌گفتند یعنی یک دسته ده تایی را به یکی‌ها قرض می‌دهیم.

ب) تفریق اعداد سه رقمی با انتقال : از رسم شکل و درست کردن دسته های صد تایی و ده تایی و یکی و باز کردن یک دسته صد تایی به ۱۰ دسته صد تایی و باز کردن یک دسته ده تایی به ۱۰ تا یکی می توان تفریق اعداد سه رقمی با انتقال (از صدگان به دهگان) و انتقال از دهگان به یکان، می توان تفریق اعداد سه رقمی با انتقال را تدریس کرد.

مثال ۱: انتقال از صدگان به دهگان یعنی باز کردن یک دسته صدتایی و قرار دادن در کنار ده تایی ها

$$\begin{array}{r} \boxed{} \\ \boxed{} \\ \hline 524 \\ -150 \\ \hline 374 \end{array}$$

صد تایی	ده تایی	یکی
۴	۱۲	۴
- ۱	۵	۰
۳	۷	۴

مثال ۲: انتقال از دهگان به یکان

$$\begin{array}{r} \boxed{} \\ \boxed{} \\ \hline 622 \\ -258 \\ \hline 364 \end{array}$$

صد تایی	ده تایی	یکی
۶	۶	۱۲
- ۲	۵	۸
۴	۱	۴

مثال ۳: انتقال از صدگان به دهگان و از دهگان به یکان

$$\begin{array}{r} \boxed{} \\ \boxed{} \\ \hline 247 \\ -245 \\ \hline 2 \end{array}$$

صد تایی	ده تایی	یکی
۳	۱۳	۵
- ۲	۴	۷
۱	۹	۵

صد تایی	ده تایی	یکی
۱	۸	۱۵
-		۷
۱	۸	۸

تبصره: برای تفریق های اعداد چهار رقمی و پنج رقمی و همانند اعداد سه رقمی عمل می کنیم و تفریق اعداد سه رقمی را به تفریق اعداد چند رقمی تعمیم می دهیم.

(۲) مفهوم افرازی ضرب: مجموعه ای شامل n شیئی در نظر می گیریم که به زیر مجموعه k عضوی افراز شده است و تعداد زیر مجموعه ها m تا است پس

$$M \times k = n$$

M تعداد دسته و k تعداد اعضای دسته

مثال ۱: مجموعه ای شامل ۱۰ مداد به پنج دسته دو تایی تقسیم (افراز) می کنیم یعنی ۱۰ برابر است با ۵ تا دوتا یعنی $5 \times 2 = 10$ در بخش

تقسیم به این مفهوم، مفهوم افرازی تقسیم می نمایم کتاب ریاضی سوم ابتدایی صفحات ۶۷ و ۶۹ و ۷۰

مثال ۲: هر دست قاشق ۶ قاشق دارد دو دست قاشق چند قاشق دارد جواب $2 \times 6 = 12$ ۱۲ قاشق دارد.

مثال ۳: مجید روزی ۲ صفحه قران میخواند. پس از ۵ روز چند صفحه قران خوانده است $5 \times 2 = 10$ --- < ۱۰ صفحه قران خوانده است.

توجه: در این مفهوم ضرب جمله اول ضرب تعداد دسته ها و جمله دوم ضرب تعداد اعضای دسته می باشد.

(۳) حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه: این مفهوم بیشتر در آمار و احتمال به کار می رود. با یک مثال این مفهوم را توضیح می دهیم.

مثال ۱: حسن ۳ پیراهن با رنگ های آبی و سفید و قرمز دارد و دو شلوار هم به رنگ های مشکی و قهوه ای دارد اگر حسن بخواهد به یک مهمانی برود به چند طریق می تواند یک پیراهن و یک شلوار بپوشد.

جواب: از اصل دکارتی ضرب استفاده می کنیم A را مجموعه پیراهن ها و B را مجموعه شلوارها در نظر می گیریم و در واقع حاصل ضرب دکارتی

$A \times B$ یا $(B \times A)$ را حساب می کنیم و تعداد اعضای $A \times B$ یا $(B \times A)$ جواب است فرض کنید که پ مخفف پیراهن و ش مخفف شلوار باشد

پس جواب ۱۲ طریق است:

$$A \times B = \{ \text{(ش قهوه ای و پ سفید)} \text{(ش مشکی و پ سفید)} \text{(ش قهوه ای و پ آبی)} \text{(ش مشکی و پ آبی)} \}$$

و $\{ \text{(ش قهوه ای و پ قرمز)} \text{(ش مشکی و پ قرمز)} \}$

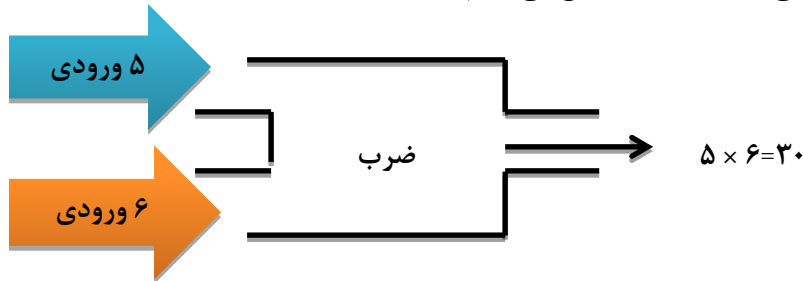
حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ یعنی مجموعه تمام زوج های مرتب (a, b) است که a از A و b از B گرفته می شود در نماد ریاضی داریم.

$$A \times B = \{ (a, b) \mid a \in A, b \in B \}$$

$$B \times A = \{ (b, a) \mid b \in B, a \in A \}$$

مثال ۲: اگر A مجموعه غذاهای چلو خورشت و چلو کباب و چلو مرغ باشد و B مجموعه نوشیدنی ها دوغ ، دلستر و آب میوه باشد اگر علی بخواهد یک دست غذا سفارش دهد بطوریکه یک نوع غذا و یک نوع نوشابه را شامل شود آنگاه علی به چند طریق می تواند غذا سفارش دهد
 جواب: تعداد اعضاء $A \times B$ یعنی $3 \times 3 = 9$ یعنی به ۹ طریق می توان غذا سفارش دهد. نیازی به ساختن ($A \times B$ یا $B \times A$) نیست .

۴) ضرب به عنوان یک ماشین ضرب : ضرب را به عنوان یک ماشین در نظر می گیریم (مانند ماشین حساب) که دارای دو ورودی و یک خروجی است از این ورودی ها ۲ عدد وارد می کنیم و از خروجی آن جواب ضرب خارج می کنیم



خواص ضرب : عمل ضرب روی مجموعه ای از اعداد حسابی $\{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$ دارای خواص زیر است.

۱) خاصیت بسته بودن ضرب : یعنی حاصل ضرب دو عدد حسابی یک عدد حسابی است .

۲) خاصیت جابجای ضرب : یعنی $a \times b = b \times a$ مثال : $2 \times 3 = 3 \times 2$

۳) خاصیت شرکت پذیری ضرب: یعنی $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ مثال : $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

۴) عضو بی اثر بودن عدد یک در ضرب : یعنی $1 \times a = a \times 1 = a$

۵) خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع : یعنی $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

$$2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$$

مثال :

توجه : خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع در کامل کردن جدول ضرب و همچنین برای آموزش محاسبه ضرب عدد یک رقمی در عدد دو رقمی کاربرد دارد به دو مثال زیر توجه کنید .

مثال ۱: اگر دانش آموزی $2 \times 5 = 10$ را یاد گرفته باشد می توان از روی آن 2×7 و 2×9 و 2×8 و 2×6 را هم یاد بگیریم .

$$2 \times 9 = 2 \times (5 + 4) = 2 \times 5 + 2 \times 4 = 10 + 8 = 18$$

$$2 \times 8 = 2 \times (5 + 3) = 2 \times 5 + 2 \times 3 = 10 + 6 = 16$$

$$2 \times 7 = 2 \times (5 + 2) = 2 \times 5 + 2 \times 2 = 10 + 4 = 14$$

$$2 \times 6 = 2 \times (5+1) = 2 \times 5 + 2 \times 1 = 10 + 2 = 12$$

مثال ۲:

$$3 \times 25 = 3 \times (20+5) = 3 \times 20 + 3 \times 5 = 60 + 15 = 75$$

$$4 \times 36 = 4 \times (30+6) = 4 \times 30 + 4 \times 6 = 120 + 24 = 144$$

روش تدریس ضرب:

تدریس ضرب از کتاب سوم ریاضی (ریاضی پایه سوم ابتدایی) شروع می شود و در کتاب چهارم ریاضی کامل می گردد در کتاب ریاضی سال سوم ابتدایی به کمک مفهوم تکراری جمع . ضرب تدریس می گردد و سپس به مفهوم افزای ضرب پرداخته می شود برای تدریس ضرب باید انواع ضرب ها را بشناسیم .

۱) ضرب های اساسی و تدریس آن ها : ضربی اساسی به ضربی گفته می شود که هر دو جمله ضرب عدد یک رقمی باشند و تعداد ضرب های اساسی ۸۱ ضرب می باشد .

این ۸۱ ضرب در جدول زیر آمده است :

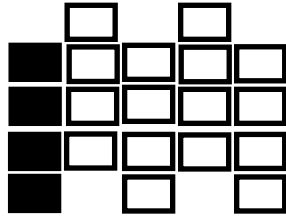
×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱

توجه : در این جدول خواص بسته بودن ضرب و خواص جابجای ضرب و خاصیت بی اثر بودن عدد یک در ضرب نهفته است (چگونه ؟)

برای تدریس ضرب می توانیم از شکل . محور اعداد . چینه ها . دسته ورزی ها و مهمتر از همه از اشیاء کمک بگیریم تا زمانی که دانش آموز جدول ضرب بالا (جدول ضرب اساسی) را یاد بگیرد

مثال ۱: به کمک رنگ کردن (در صفحه ۶۳ کتاب ریاضی ابتدایی) تعداد مربع ها را شمارش کنید مانند نمونه

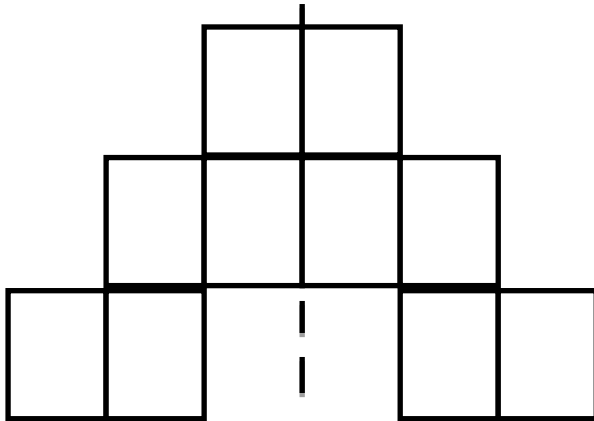
۵ دسته مربع ۴ تایی می شود ۲۰ مربع



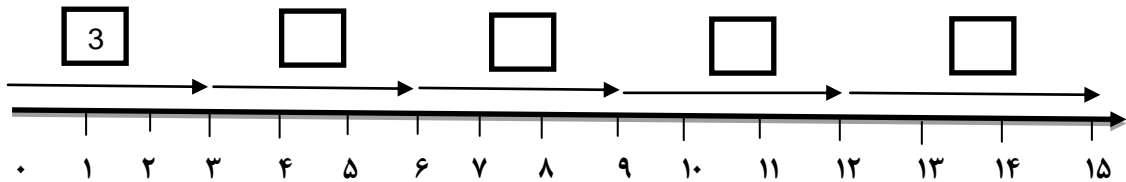
دانش آموز هر دسته مربع را با یک رنگ مشخص می کند و جواب را می نویسد (مفهوم ضرب به عنوان تکرار جمع).

$$\square \times 5 = 10$$

مثال ۲: به کمک تقارن شکل ها، تعداد مربع ها را بیابید (صفحه ۶۵)



مثال ۳: به کمک محور اعداد (صفحه ۶۶)



$$5 \times 3 = 15$$

مثال ۴: به کمک الگوی شمارش چندتا چندتا (جدول ضرب ۲ و ۳ و ۴) (صفحه ۶۶)

$$1 \times 2 = 2$$



$$2 \times 2 =$$

$$1 \times 3 = 3$$



$$2 \times 3 =$$

$$1 \times 4 = 4$$



$$2 \times 4 =$$

$$3 \times 2 =$$



$$3 \times 3 =$$



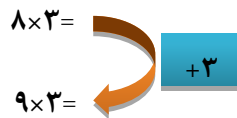
$$3 \times 4 =$$



$4 \times 2 =$



$4 \times 3 =$

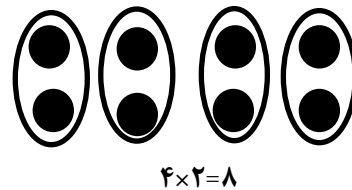
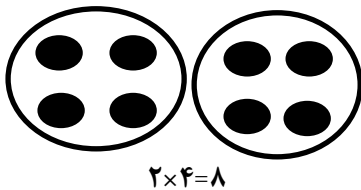


$4 \times 4 =$

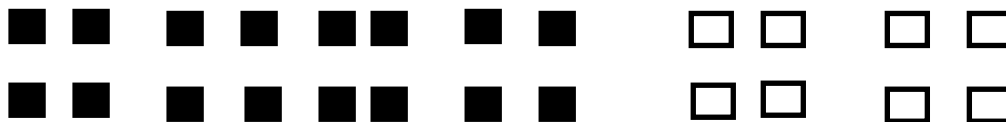


مثال ۵: تدریس خاصیت جابجایی ضرب 4×2 و 2×4 (صفحه ۷۰)

هشت دایره را می کشیم و آن را به دو طریق دسته بندی می کنیم بار اول به دسته های چهارتایی و بار دیگر به دسته های دوتایی. این کار را میتوان با ۸ شکل (جسم) سر کلاس پیدا کرد



مثال ۶: تدریس خاصیت توزیع پذیری ۲۴ مربع به دسته های ۴ تای تقسیم می کنیم (دسته بندی می کنیم) سپس داریم $6 \times 4 = 24$ (صفحه ۷۱)



حال ۴ تا از این دسته مربع های ۴ تای رنگ ابی می کنیم و ۲ دسته مربع های ۴ تای هم رنگ نمی کنیم و تعداد مربع های رنگ شده و رنگ نشده را با هم می شمارم و جمع می کنیم

$$4 \times 4 + 2 \times 4 = 16 + 8 = 24$$

سپس نتیجه می گیریم

$$6 \times 4 = 4 \times 4 + 2 \times 4$$

$$6 \times 4 = (4 + 2) \times 4$$

$$6 \times 4 = (4 + 2) \times 4 = 4 \times 4 + 2 \times 4$$

به همین صورت می توان $4 \times 6 = 4 \times (4 + 2) = 4 \times 4 + 4 \times 2$ را تدریس کرد.

۲) ضرب عدد در مضرب های ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و صفحات ۱۳۶ و ۱۳۷ کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی می توان از ماشین حساب استفاده کرد و ضرب های زیر را انجام داد.

$3 \times 10 =$

$4 \times 20 =$

$20 \times 30 =$

$60 \times 40 =$

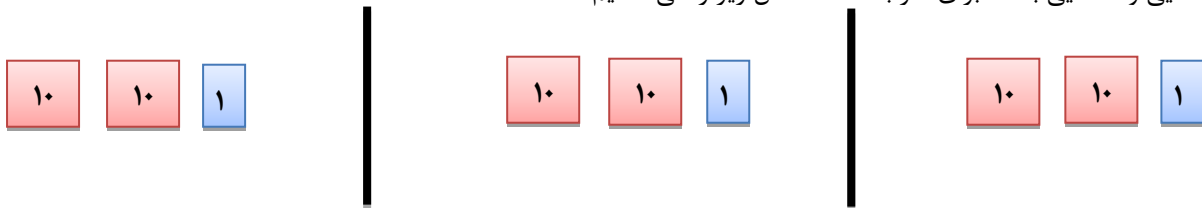
$200 \times 40 =$

$20 \times 300 =$

و یک رابطه بین تعداد صفحه های دو عدد و تعداد صفر های حاصل ضرب پیدا می کنیم سپس بدون ماشین حساب این ضربها و ضرب های مشابه را انجام می دهیم. مثلا $200 \times 40 = 8000$ دو صفر و عدد 40 یک صفر دارد سپس ضرب $8 = 4 \times 2$ را انجام می دهیم و جلو عدد 8 به تعداد صفرهای دو عدد 200 و 40 صفر قرار می دهیم پس

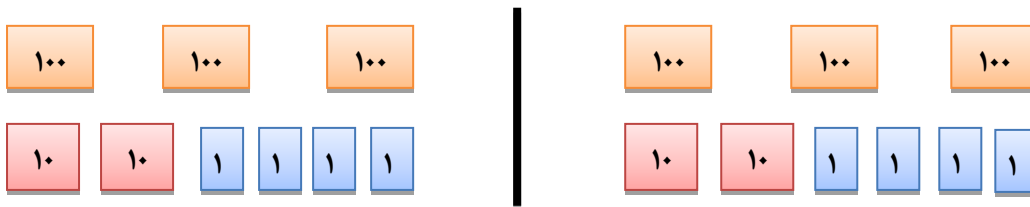
نتیجه \rightarrow $800 \times 30 = 24000$ $200 \times 40 = 8000$

۳) ضرب عدد یک رقمی در یک عدد چند رقمی بدون انتقال (صفحه ۱۳۹ ریاضی پایه سوم) از توزیع پذیری استفاده می کنیم و ضرب عدد یک رقمی در عدد چند رقمی را تدریس می کنیم (رسم شکل هم در ضرب یادگیری را افزایش می دهد). فرض کنید که 1 و 10 و 100 نماینده یکی و ده تایی و صدتایی باشد. برای ضرب 3×21 شکل زیر را می کشیم.



یعنی 3 دسته 21 تایی، سپس دستهای 10 تایی را می شماریم یعنی ضرب $3 \times 20 = 60$ و همچنین یکی ها را شمارش می کنیم یعنی ضرب $3 \times 1 = 3$ و به کمک توزیع پذیری $3 \times 21 = 3 \times 20 + 3 \times 1 = 60 + 3 = 63$ حاصل ضرب را می یابیم.

برای ضرب 2×324 شکل مقابل در نظر می گیریم.



در مرحله اول شمارش صدتایی ها یعنی ضرب $2 \times 300 = 600$
 و سپس شمارش ده تایی ها یعنی ضرب $2 \times 20 = 40$
 و در نهایت ضرب یکی ها (شمارش یکی ها) $2 \times 4 = 8$

پس $2 \times 324 = 2 \times 300 + 2 \times 20 + 2 \times 4 = 600 + 40 + 8 = 648$

در صفحه ۱۴۲ کتاب ریاضی پایه سوم ضرب عدد یک رقمی در دو رقمی و سه رقمی به صورت ستونی مانند زیر عمل می کنیم.

$\begin{array}{r} 21 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 324 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$
---	--

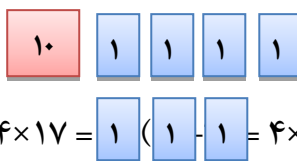
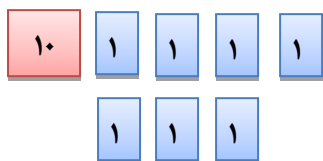
$$\begin{array}{r} 60 \\ + 3 \\ \hline 63 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 3 \times 20 \\ + 3 \times 1 \\ \hline 3 \times 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ + 40 \\ + 8 \\ \hline 648 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2 \times 300 \\ + 2 \times 20 \\ + 2 \times 4 \\ \hline 2 \times 324 \end{array}$$

و قانون آن یعنی اول عدد یک رقمی را در صدگان ضرب می شود سپس عدد یک رقمی در دهگان ضرب می شود و در نهایت عدد یک رقمی در یکان ضرب می شود و حال این ضرب با هم جمع می کنیم.

۴- ضرب عدد یک رقمی در یک عدد چند رقمی با انتقال : در کتاب ریاضی پایه چهارم صفحه ۴۸ با استفاده از رسم شکل و استفاده از جدول یکی و ده تایی و صد تایی، ضرب عدد یک رقمی در یک عدد چند رقمی با انتقال تدریس می گردد.

مثال (۱) برای ضرب 17×4 شکل مقابل رسم می کنیم.



$$4 \times 17 = 4 \times (10 + 7) = 4 \times 10 + 4 \times 7 = 40 + 28 = 68$$

اول $4 \times 10 = 40$ حساب می کنیم و سپس $4 \times 7 = 28$ حساب می کنیم.

عدد ۲۸ یعنی ۲ دسته ۱۰ تایی و ۸ تا یکی یعنی ۲ دسته ده تایی با ۴۰ اضافه می کنیم و شکل زیر رسم می شود.

اضافه شدن دو دسته ده تایی

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 4 \\ \hline 68 \end{array}$$

مثال ۱: ضرب 17×4 را به $=$ ده 28 یک 40 تا $=$ می 4×7 می 4×10 می

	ص	د	س
		۱	۷
x			۴
		۴	۲۸

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 4 \\ \hline 68 \end{array} \quad \text{②} \quad 4 \times (10 + 7) = 4 \times 10 + 4 \times 7 = 40 + 28 = 68$$

مثال ۲:

ه	ص	د	ی
	۵	۲	۴
			۵
	۲۵	۱۰	۲۰

 \longrightarrow

12
۵۲۴
$\times ۵$
<hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/>
۲۶۲۰

ه	ص	د	ی
	۲	۳	۷
			۳
	۶	۹	۲۱

 \longrightarrow

12
۲۳۷
$\times ۳$
<hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/>
۷۱۱

۵- ضرب عدد دو رقمی در دو رقمی : در صفحه ۴۹ ریاضی پایه چهارم برای ضرب ۱۲×۱۶ چهار روش به صورت فعالیت برای دانش آموزان طراحی شده است.

راه حل امیر:

$$۱۲ \times ۱۶ = (۱۰+۲) \times ۱۶ = ۱۰ \times ۱۶ + ۲ \times ۱۶ = ۱۶۰ + ۳۲ = ۱۹۲ \longrightarrow \begin{array}{r} ۱۶۰ \\ ۳۲ \\ \hline ۱۹۲ \end{array}$$

راه حل بهمن:

۱۰ قسمت		۱۶۰ قسمت
۲ قسمت		۳۲ قسمت

 \longrightarrow

۱۶۰
+ ۳۲
<hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/>
۱۹۲

راه حل آرش:

	۱۰	۶	
۱۰	۱۰×۱۰	۱۰×۶	\longrightarrow
۲	۲×۱۰	۲×۶	

۱۰۰
۶۰
۲۰
+ ۱۲
<hr style="width: 50px; margin-left: 0;"/>
۱۹۲

راه حل وحید:

$$\begin{array}{l} ۱۲ = ۱۰ + ۲ \\ ۱۶ = ۱۰ + ۶ \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} ۱۲ \\ \times ۱۶ \\ \hline ۱۲۰ \\ ۷۲ \\ \hline ۱۹۲ \end{array} \begin{array}{l} \longrightarrow ۱۰+۶ \\ \longrightarrow ۱۰ \times ۱۲ \\ \longrightarrow ۶ \times ۱۲ \end{array}$$



از دانش آموزان می خواهیم که راه حل های دیگری هم پیشنهاد بدهند و این راه حل ها را نقد و بررسی کنند و در صفحه ۵۰ دو روش بهمن و آرش انتخاب می شود و در صفحه ۵۱ به کمک جدول به ضرب قدیمی (قانون قدیمی ضرب) می رسیم.

۱۶	۱	۶		۱۶
× ۱۲	×	۱	۲	× ۱۲
	۳	۲	← ۲×۱۶	۳۲
۱	۶	۰	← ۱۰×۱۶	+ ۱۶۰
۱	۹	۲	← حاصل جمع	۱۹۲

۱۷	۱	۷		۱۷
× ۳۲	×	۳	۲	× ۳۲
	۳	۴	← ۲×۱۷	۳۴
۵	۱	۰	← ۳۰×۱۷	+ ۵۱۰
۵	۴	۴	← حاصل جمع	۵۴۴

بنابراین بدون جدول، ضرب را انجام می دهیم.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 39 \\ \hline 243 \\ + 810 \\ \hline 1053 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 31 \\ \hline 45 \\ + 1350 \\ \hline 1395 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 13 \\ \hline 72 \\ + 240 \\ \hline 312 \end{array}$$

(۶ ضرب دو عدد سه رقمی درهم: همانند ضرب دو عدد دو رقمی از جدول استفاده می کنیم و سپس نتیجه را خارج از جدول می نویسیم.

۴۵۳

			۴	۵	۳
--	--	--	---	---	---

۴۵۳

$\begin{array}{r} \times 231 \\ \hline 453 \\ 13590 \\ 90600 \\ \hline 104643 \end{array}$	$\times \quad 2 \quad 3 \quad 1$	$\leftarrow 1 \times 453$ $\leftarrow 30 \times 453$ $\leftarrow 200 \times 453$ \leftarrow حاصل جمع	$\begin{array}{r} \times 231 \\ \hline 453 \\ 13590 \\ + 90600 \\ \hline 104643 \end{array}$
--	----------------------------------	---	--

در دو نمونه مقابل برای صرفه جویی، صفر را ضرب نمی کنیم.

$$\begin{array}{r} 427 \\ \times 203 \\ \hline 1281 \\ + 85400 \\ \hline 86681 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 375 \\ \times 502 \\ \hline 750 \\ + 187500 \\ \hline 188250 \end{array}$	$\times 502$	$\leftarrow 2 \times 375$ $\leftarrow 500 \times 375$
---	--------------	--

توجه: برای ضرب 502×375 می توان از خاصیت جابجایی همانند نمونه قبل ضرب 375×502 را انجام داد.

توجه: در کتاب ریاضی پایه چهارم ضرب های ذهنی آمده است.

مثال:

$$37 \times 8 = 30 \times 8 + 7 \times 8 = 240 + 56 = 296$$

$$234 \times 7 = 200 \times 7 + 30 \times 7 + 4 \times 7 = 1400 + 210 + 28 = 1638$$

در ضرب ذهنی از توزیع پذیری ضرب روی جمع و ضرب مضارب 10 و 100 و 1000 استفاده می شود.

تقسیم

چهارمین عمل حساب تقسیم می باشد معمولاً تقسیم همزمان با ضرب تدریس می گردد همانند جمع و تفریق که همزمان گفته می شود و ضرب و تقسیم با هم گفته می شود ولی از نظر تقدم تقسیم بعد از ضرب گفته می شود. تقسیم هم همانند سه عمل جمع و تفریق و ضرب دارای مفاهیم می باشد که قبل از روش تدریس تقسیم به مفاهیم آن می پردازیم.

مفاهیم تقسیم: تقسیم دارای دو مفهوم است که هر دو از روی مفهوم ضرب بدست می آید. این دو مفهوم را مفهوم اول تقسیم و مفهوم دوم تقسیم می نامیم.

مفهوم اول تقسیم: در مفهوم اول تقسیم تعداد اشیاء دسته معلوم است ولی تعداد دسته مجهول است.

مثال ۱: اگر ۲۰ مهره را به دسته های ۵ تایی تقسیم کنیم چند دسته خواهیم داشت. در این مثال می نویسیم $20 = 5 \times \square$ و به کمک تقسیم جواب تعداد دسته های می یابیم. $20 \div 5 = 4$

مثال ۲: جواد برای شرکت در جشن نیکوکاری ۲۴ دفترچه خریده است. او می خواهد این دفترچه ها را بسته بندی کند و در هر بسته ۳ دفترچه قرار دهد. جواب چند بسته دفترچه می تواند درست کند؟ (ریاضی سوم ابتدایی صفحه ۷۳)

$$24 \div 3 = 8 \quad \text{یا} \quad \square \times 3 = 24$$

مفهوم دوم تقسیم: در مفهوم دوم تقسیم تعداد دسته ها معلوم و تعداد اعضای دسته مجهول است.

مثال ۱: اگر ۲۰ مهره را به چهار دسته مساوی تقسیم کنیم در هر دسته چند مهره خواهیم داشت.

حل: در این مثال می نویسیم $20 = 4 \times \square$ و به کمک تقسیم جواب تعداد اعضای دسته ها را می یابیم $20 \div 4 = 5$.

مثال ۲: ۱۸ شکلات داریم و می خواهیم در سه بشقاب به طور مساوی تقسیم کنیم در هر بشقاب چند شکلات قرار می گیرد.

حل: در این مثال می نویسیم: $18 = 3 \times \square$ و $18 \div 3 = 6$ در هر بشقاب ۶ شکلات قرار می گیرد. (صفحه ۷۴ کتاب ریاضی پایه سوم).

در صفحه ۷۳ و ۷۴ و ۷۵ کتاب ریاضی پایه سوم با طرح فعالیت و کار در کلاس با مفاهیم تقسیم آشنا می شویم و این دو مفهوم را به دانش آموزان یاد می دهیم.

انواع تقسیم: تقسیم هم مانند ضرب دارای انواعی است که عبارتند از:

۱- **تقسیم های اساسی:** تقسیم های اساسی به تقسیم هایی گفته می شود که مقسوم علیه و خارج قسمت هر دو عدد یک رقمی باشند. این تقسیم متناظر با ضرب های اساسی است (صفحه ۷۳ تا ۷۵) و باقی مانده صفر است.

مثال: در مثال های مفهوم اول و دوم تقسیم می توان تقسیم ها را به صورت زیر نوشت.

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \quad \rightarrow \quad 20 \overline{) 5} \\ \underline{- 20} \quad 4 \\ \text{مقسوم} \end{array}$$

69

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \quad \rightarrow \quad 18 \overline{) 3} \\ \underline{- 18} \quad 6 \\ \text{مقسوم} \end{array}$$



حاصل تقسیم های اساسی را می توان به کمک ضرب هم پیدا کرد و حاصل تقسیم (جواب تقسیم) همان خارج قسمت تقسیم می باشد.

۲- تقسیم هایی که خارج قسمت و مقسوم علیه یک رقمی هستند ولی باقی مانده صفر نیست (صفحه ۱۴۵ تا ۱۴۷ ریاضی پایه سوم)

مثال ۱: ۱۷ شاخه گل داریم و می خواهیم با هر چهار شاخه آن یک دسته گل درست کنیم، چند دسته گل درست می شود؟ و چند شاخه گل

باقی می ماند. حل: می توان این ۱۷ شاخه گل را به دسته های چهارتایی تقسیم کرد می بینیم که چهار دسته گل درست می شود و یک گل

باقی می ماند می توان این کار را با تقسیم مقابل پیدا کرد. (صفحه ۱۴۵)

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 -16 \\
 \hline
 01
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 4
 \end{array}$$

Labels: مقسوم (17), مقسوم علیه (4), خارج قسمت (4), باقی مانده (01)

مثال ۲: طاها ۸۴ شکلات داشت. او در روز نیمه شعبان بسته های ۹ تایی شکلات درست کرد و به ۹ همسایه داد. چند شکلات برای او باقی مانده است؟ (صفحه ۱۴۷ ریاضی پایه سوم)

حل: با تقسیم مقابل معلوم می شود که ۳ شکلات باقی مانده است.

$$\begin{array}{r}
 84 \\
 -81 \\
 \hline
 03
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 9 \\
 9
 \end{array}$$

برای تدریس تقسیم $44 \div 6$ می توان از راهبرد آزمایش و خط استفاده کرد و به کمک ضرب $8 \times 6 = 48$ و $7 \times 6 = 42$ و $6 \times 6 = 36$ و $5 \times 6 = 30$

خارج قسمت تقسیم را حدس زد. بدیهی است که خارج قسمت تقسیم عدد ۷ است و باقی مانده تقسیم عدد ۲ است.

$$\begin{array}{r}
 44 \\
 -42 \\
 \hline
 02
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \\
 7
 \end{array}$$

در کتاب ریاضی پایه چهارم ابتدایی صفحه ۶۰ به بخش تقسیم و بخش پذیری پرداخته شده است. در این بخش با طراحی فعالیت دانش آموزان با دو مفهوم رابطه های تقسیم و بخش پذیری آشنا می شوند. در واقع رابطه های تقسیم همان امتحان تقسیم می باشد که با یک مثال آن را روشن می کنیم.

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 -20 \\
 \hline
 02
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 5
 \end{array}$$

مثال ۱: در تقسیم _____ می دانیم که ۵ خارج قسمت تقسیم و ۴ مقسوم علیه تقسیم است و عدد ۲۲ مقسوم نام دارد و عدد ۲ باقی مانده تقسیم است. برای اینکه مطمئن شویم تقسیم را درست انجام داده ایم باید دو شرط برقرار باشد:

(۱) باید باقی مانده کمتر از مقسوم علیه باشد.

(۲) باقی مانده + مقسوم علیه × خارج قسمت = مقسوم

این دو شرط را رابطه های تقسیم می نامیم.

باقی مانده + مقسوم علیه × خارج قسمت = مقسوم

مقسوم علیه < باقی مانده

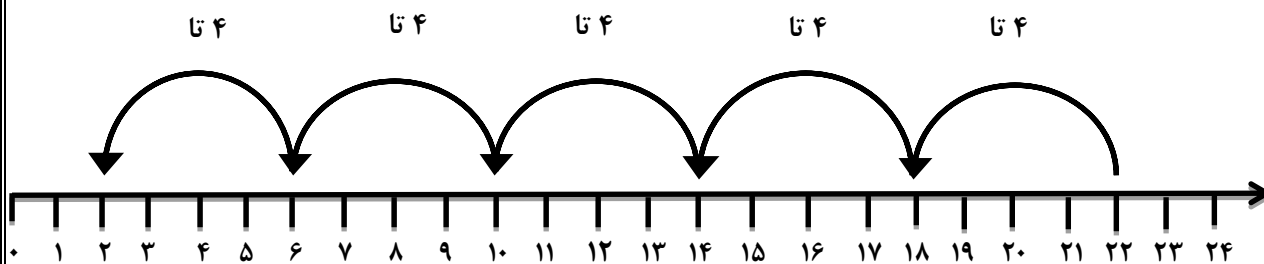
رابطه های تقسیم

اگر در تقسیمی باقی مانده تقسیم صفر شود می گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

مثال ۲: ۲۴ بر عدد ۶ بخش پذیر است. زیرا در تقسیم
$$\begin{array}{r} 24 \quad | \quad 6 \\ \underline{24} \quad | \quad 4 \\ 0 \end{array}$$
 باقی مانده صفر است.

توجه: به کمک تفریق هم می توان خارج قسمت و باقی مانده تقسیم را یافت.

مثال ۳: برای تقسیم $22 \div 4$ می توان از روش تفریق و به کمک رسم محور خارج قسمت و باقی مانده را یافت کافی است. محور اعداد رسم کنید.



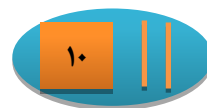
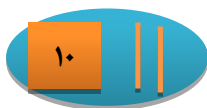
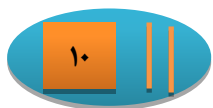
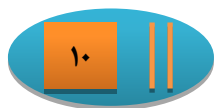
$$22 - 4 = 18 \text{ و } 18 - 4 = 14 \text{ و } 14 - 4 = 10 \text{ و } 10 - 4 = 6 \text{ و } 6 - 4 = 2$$

تعداد تفریق ها یعنی ۵ خارج قسمت تقسیم است و جواب آخرین تفریق یعنی عدد ۲ باقی مانده تقسیم است.

۳- تقسیم عددهای چند رقمی بر یک رقمی که خارج قسمت چند رقمی است (صفحه ۶۴ تا صفحه ۶۷)

مثال ۱: ۴۸ مداد داریم و می خواهیم آن ها را بطور مساوی بین ۴ نفر تقسیم کنیم به هر نفر چند مداد می رسد.

حل: چهار ظرف به عنوان چهار نفر در نظر می گیریم چون ۴۸ دارای ۴ دسته ۱۰ تایی است اول دسته ده تایی ها را روی این ظرف ها (بین افراد) تقسیم می کنیم به هر نفر یک دسته ۱۰ تایی می رسد. سپس ۸ تا یکی را بین این چهار نفر (درون این ظرف ها) تقسیم می کنیم و به هر نفر (ظرف) ۲ مداد می رسد.



پس به هر نفر ۱۲ مداد می رسد که به صورت مقابل تقسیم می نویسیم.

$$\begin{array}{r} 48 \quad | \quad 4 \\ \underline{40} \quad | \quad 10 \\ 8 \end{array}$$

+۱

-۸ ۱۲

مثال ۲: عدد ۴۸ را بر عدد ۲ تقسیم کنید.

حل:

$$\begin{array}{r}
 48 \quad | \quad 2 \\
 -40 \quad 20 \\
 \hline
 8 \quad +4 \\
 -8 \quad 24 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

از مثال ۱ و ۲ نتیجه می گیریم که ۴۸ بر دو عدد ۲ و ۴ بخش پذیر است

مثال ۳: عدد ۷۳۷ را بر عدد ۳ تقسیم کنید.

جواب:

$$\begin{array}{r}
 737 \quad | \quad 3 \\
 -600 \quad 200 \\
 \hline
 137 \quad +40 \\
 -120 \quad 5 \\
 \hline
 17 \quad 245 \\
 -15 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

توجه: برای تدریس تقسیم عدد چند رقمی بر یک رقمی لازم است که صفحات ۵۶ و ۵۷ و ۵۸ و ۵۹ را تدریس کرده باشیم در این صفحات

۱- تقریب (گرد کردن) اعداد یادآوری می شود.

۲- حاصل ضرب عدد یک رقمی در مضارب ۱۰ و ۱۰۰ یادآوری می شود.

۳- به کمک حاصل ضرب عدد یک رقمی در مضارب ۱۰ و ۱۰۰ می توان تقسیم های زیر را به راحتی انجام داد.

$4 \div 2 = 2$	$6 \div 3 = 2$	$8 \div 2 = 4$	$8 \div 4 = 2$
$40 \div 2 = 20$	$60 \div 3 = 20$	$80 \div 2 = 40$	$80 \div 4 = 20$
$400 \div 2 = 200$	$600 \div 3 = 200$	$800 \div 2 = 400$	$800 \div 4 = 200$

۴- حاصل تقریبی تقسیم ها را مانند نمونه زیر بدست آوریم.

۲	72	۴
---	----	---

$$412 \rightarrow 400 \div 2 = 200 \quad 794 \rightarrow 800 \div 4 = 200$$

$$631 \mid 20 \rightarrow 600 \div 20 = 30 \quad 587 \mid 30 \rightarrow 600 \div 30 = 20$$

$$210 \mid 4 \rightarrow 200 \div 4 = 50 \quad 305 \mid 6 \rightarrow 300 \div 6 = 50$$

با این چهار مرحله می توان تقسیم $737 \mid 3$ را به راحتی یاد گرفت.

مثال ۴:

$\begin{array}{r} 209 \mid 2 \\ -200 \quad 100 \\ \hline 9 \quad +4 \\ \hline -8 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 805 \mid 8 \\ -800 \quad 100 \\ \hline 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 752 \mid 5 \\ -500 \quad 100 \\ \hline 252 \quad +40 \\ -200 \quad +10 \\ \hline 52 \quad 150 \\ -50 \\ \hline 2 \end{array}$
---	---	---

توجه: تقسیم $752 \div 5$ را می توان به صورت مقابل خلاصه کرد.

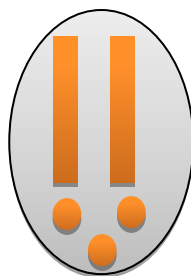
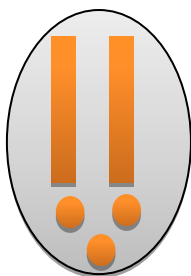
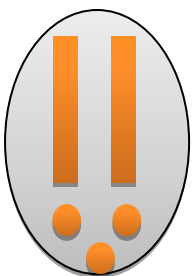
$$\begin{array}{r} 752 \mid 5 \\ -750 \quad 150 \\ \hline 2 \end{array}$$

۴- تقسیم عدد چند رقمی بر عدد دو رقمی: برای تسیم عدد چند رقمی بر عدد دو رقمی از رسم شکل استفاده می کنیم.

فرض کنید که دایره کوچک نشان یکی باشد و مستطیل نشان یک ده تایی و مربع نشان یک صد تایی باشد.

مثال ۱: برای تقسیم $23 \mid 69$ شکل رسم می کنیم و به دسته های 23 تایی تقسیم می کنیم و 69 را می توان به سه دسته 23 تایی تقسیم کرد.

پس:



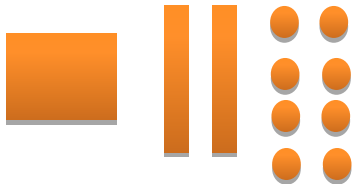
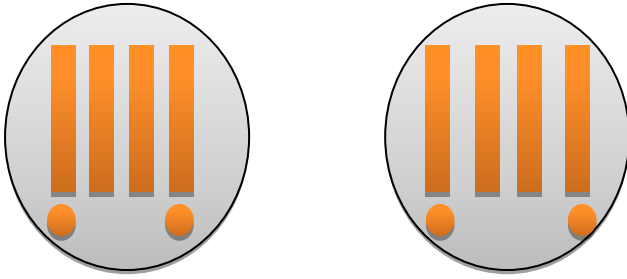
$$\begin{array}{r} 69 \mid 23 \\ -69 \quad 3 \\ \hline 00 \end{array}$$

مثال ۲: برای تقسیم $42 \mid 87$ داریم.

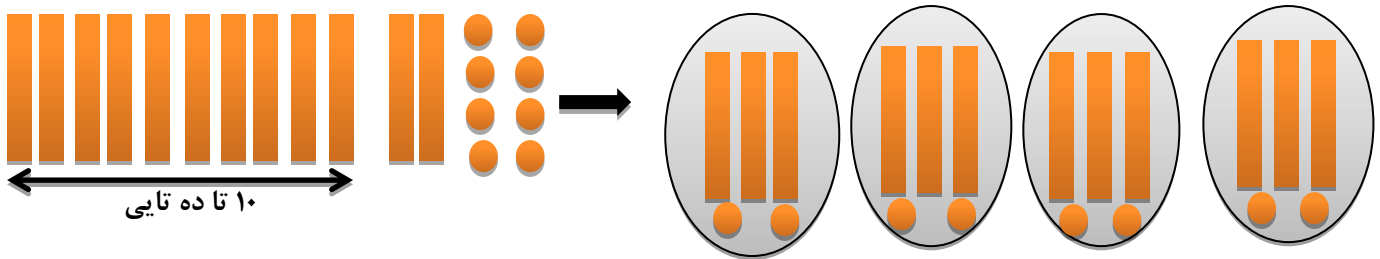
پس :

$$\begin{array}{r|l} ۸۷ & ۴۲ \\ -۸۴ & ۲ \\ \hline & ۳ \end{array}$$

مثال ۳: برای تقسیم ۳۲ | ۱۲۸ داریم.



دسته صد تایی را به دسته های ده تایی تقسیم می کنیم (باز می کنیم) سپس داریم.



$$\begin{array}{r|l} ۱۲۸ & ۳۲ \\ -۱۲۸ & ۴ \\ \hline & \dots \end{array}$$

با توجه به سه مثال قبل کشیدن شکل برای هر تقسیم وقت گیر است ، بنابر این از تقسیم تقریبی به صورت زیر استفاده می کنیم تا به یک روش مناسب برسیم.

مثال ۴:

$$\begin{array}{r|l} ۶۷۵ & ۲۱ \\ -۶۳۰ & ۳۰ \\ \hline ۴۵ & +۲ \\ -۴۲ & ۳۲ \\ \hline & ۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} ۶۰۰ & ۲۰ \\ -۶۰۰ & ۳۰ \\ \hline & \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} ۴۰ & ۲۰ \\ -۴۰ & ۲ \\ \hline & \dots \end{array}$$

مثال ۵: چون $۲۳ \times ۴۰ = ۹۲۰ < ۸۷۵$ پس ۴۰ تقریب مناسبی نیست بنابراین این ۳۰ انتخاب می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۸۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۸۰۰ \quad | \quad ۴۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

از ۳۰ استفاده می کنیم

چون $۲۰۷ = ۹ \times ۲۳ < ۱۸۵$ پس عدد ۹ مناسب نیست بنابراین این از ۸ استفاده می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۸۷۵ \quad | \quad ۲۳ \\ -۶۹۰ \quad | \quad ۳۰ \\ \hline ۱۸۵ \quad | \quad +۸ \\ -۱۸۴ \quad | \quad ۳۸ \\ \hline ۰۰۱ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۱۸۰ \quad | \quad ۹ \\ \hline \dots \end{array}$$

مثال ۶:

$$\begin{array}{r} ۶۷۵۴ \quad | \quad ۲۱ \\ -۶۳۰۰ \quad | \quad ۳۰۰ \\ \hline ۴۷۵ \quad | \quad +۲۰ \\ -۴۲۰ \quad | \quad +۲ \\ \hline ۵۵ \quad | \quad ۳۲۲ \\ -۴۲ \quad | \quad \\ \hline ۱۳ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۶۰۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۶۰۰۰ \quad | \quad ۳۰۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۴۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۴۰۰ \quad | \quad ۲۰ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۵۰ \quad | \quad ۲۰ \\ -۴۰ \quad | \quad ۲ \\ \hline \dots \end{array}$$

۵- تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد سه رقمی : برای تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد سه رقمی می توان مشابه تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد دو رقمی عمل کرد به عبارت دیگر می توان تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد دو رقمی را به تقسیم عدد چند رقمی بر یک عدد سه رقمی تعمیم داد. در کتاب ریاضی دوره ابتدایی از این نوع تقسیم صحبت شده است.

مثال ۱:

$$\begin{array}{r} ۸۴۴ \quad | \quad ۲۱۱ \quad (ج) \\ -۸۴۴ \quad | \quad ۴ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۷۰۷ \quad | \quad ۱۰۱ \quad (ب) \\ -۷۰۷ \quad | \quad ۷ \\ \hline \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۶۹۳ \quad | \quad ۲۳۱ \quad (الف) \\ -۶۹۳ \quad | \quad ۳ \\ \hline \dots \end{array}$$

مثال ۲: $765 > 10646 = 152 \times 7$ پس ۷ مناسب نیست با آزمایش و خطا عدد ۵ را انتخاب می کنیم.

$$\begin{array}{r} 765 \overline{) 152} \\ - 760 \\ \hline 005 \end{array} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{r} 700 \overline{) 100} \\ - 700 \\ \hline 000 \end{array}$$

مثال ۳: در الف $1200 = 200 \times 6$ پس عدد ۶ به عنوان خارج قسمت مناسب است. در ب به صورت زیر عمل می کنیم.

$$\begin{array}{r} 5961 \overline{) 236} \text{ (ب)} \\ - 4720 \\ \hline 1241 \\ - 1180 \\ \hline 0061 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1342 \overline{) 204} \text{ (الف)} \\ - 1224 \\ \hline 0098 \end{array}$$

مثال ۴: تقسیم های زیر را حساب کنید.

$$\begin{array}{r} 73585 \overline{) 251} \text{ (ب)} \\ - 50200 \\ \hline 23385 \\ - 22590 \\ \hline 00795 \\ - 753 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9437 \overline{) 311} \text{ (الف)} \\ - 9230 \\ \hline 0107 \end{array}$$

کسر متعارفی

برای آموزش کسر ابتدا باید تقسیم های مساوی و نامتساوی را به طور مجسم (یعنی استفاده از اشیاء مانند کیک، سیب درختی، بیسکویت، مربع، مستطیل، دایره و نوار کاغذی و ...) و نیمه مجسم (یعنی استفاده از اشکال) با اجسام و اشکالی که دانش آموزان با آن ها سروکار دارند صحبت به میان آورد و این اجسام و اشکال را به قسمت های متساوی و همچنین قسمت های نامتساوی تقسیم کرد تا دانش آموزان با قسمت های متساوی آشنا گردند و نصف کردن کیک و سیب و سه قسمت کردن و چهار قسمت کردن این اجسام و اشکال را تجربه کنند.

مثال ۱: یک قطعه زمین کشاورزی را نصف کردند و در نیمی از آن هویج کاشتند و نیم دیگرش را به سه قسمت مساوی تقسیم کردند و در یک قسمت آن پیاز کاشتند. (کتاب ریاضی پایه سوم صفحه ۴۴)

جاهای خالی زیر را کامل کنید.

..... قسمت از قسمت مساوی هویج کاشته اند.

..... قسمت از قسمت مساوی پیاز کاشته اند.

هویج	پیاز
هویج	
هویج	

..... قسمت از قسمت مساوی چیزی کاشته نشده است.

این مثال را به کمک راهبرد رسم شکل حل می کنیم

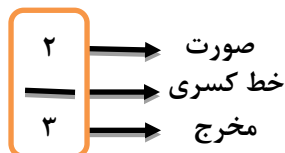
سوال اول دو جواب دارد ۱ قسمت از ۲ قسمت و ۳ قسمت از ۶ قسمت که در آینده به کمک تساوی کسرها هر دو جواب یکسان و برابر هستند.

مثال ۲: یک مربع را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم و هر قسمت آن را نیز به ۴ قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. این مربع به چند قسمت مساوی کوچک تقسیم شده است؟

با راهبرد رسم شکل به جواب ۱۶ قسمت مساوی می رسیم.

با حل مسائل صفحه ۴۴ و ۴۵ و انجام فعالیت صفحه ۴۶ به معرفی کسر می پردازیم.

(در ریاضی، ۲ قسمت از ۳ قسمت مساوی را با $\frac{2}{3}$ نشان می دهیم و به آن یک کسر می گوئیم و آن را دو سوم می خوانیم).



بعد از معرفی کسر از دانش آموزان می خواهیم تا مسائل صفحه ۴۴ و ۴۵ و فعالیت کلاسی صفحه ۴۶ را به صورت کسر نمایش دهند یعنی جواب ها را به صورت کسر بنویسند و از دانش آموزان می خواهیم که کار در کلاس صفحه ۴۷ و تمرین صفحه ۴۸ را حل کنند. (کار در کلاس در کلاس و تمرین در خانه).

توجه: از اندازه گیری و محور اعداد برای معرفی کسر استفاده می کنیم و از کسر برای اندازه گیری کمک می گیریم یعنی یکی از کاربردهای کسر در اندازه گیری است صفحه ۴۹ ریاضی پایه سوم. (استفاده از سانتی متر و میلی متر)

تساوی کسرها: برای تدریس تساوی دو کسر $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{4}$ می توان از دو روش زیر استفاده کرد (روش های دیگری هم وجود دارد)

روش اول: یک نوار کاغذی (مقوا) را سر کلاس درس می آوریم و از یک دانش آموز می خواهیم که نصف این نوار کاغذی را رنگ کند و از اون می خواهیم کسر مربوطه (رنگ شده) را بنویسد. سپس آن نوار را طوری تا می کنیم که به چهار قسمت تقسیم شود و از دانش آموزان می خواهیم دوباره کسر رنگ شده را با توجه به چهار قسمت شدن بنویسند و این دو کسر را در کنار هم می نویسیم و با توجه به اینکه قسمت رنگ شده ثابت مانده است دانش آموزان پی می برند که :

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

روش دوم: دو نوار کاغذ که با هم برابرند را به دو دانش آموز می دهیم و از آن ها می خواهیم نفر اول نصف نوار را رنگ کند و نفر دوم با خط کش

نوار را به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده و دو قسمت از آن را رنگ کند و کسرهای مربوطه را روی تخته می نویسیم و معلوم می شود: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

در صفحه ۵۲ کتاب ریاضی پایه سوم ابتدایی یک فعالیت آمده که با حل آن توسط دانش آموز با تعدادی از کسر های مساوی آشنا می شود.

کسر واحد: در صفحه ۵۳ کتاب ریاضی پایه سوم (کار در کلاس) دانش آموزان با کسر $\frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$ آشنا می شوند.

یک دایره را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و هر بار یک قسمت آن را رنگ می کنیم (با یک رنگ) و برای هر بار رنگ کردن کسر آن را می نویسیم و کسر های $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{4}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{4}$ می نویسیم. و همین کار را برای کسر های $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{3}$ انجام می دهیم. یعنی یک دایره را به سه قسمت مساوی تقسیم می کنیم و هر بار یک قسمت آن را رنگ می کنیم و کسر های آن را می نویسیم.

مقایسه کسر ها

الف) کسر هایی که صورت متساوی دارند (صفحه ۵۵ کتاب ریاضی پایه سوم) مانند $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ دو شکل هم اندازه را به دو دانش آموز می دهیم و از یکی می خواهیم $\frac{1}{4}$ و از دیگری می خواهیم $\frac{1}{3}$ شکل را رنگ آمیزی کند و این دو دانش آموز شکل هایی که رنگ کرده اند را به دیگر دانش آموزان نشان می دهند و دانش آموزان تشخیص می دهند که $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ و سپس قانون آن یعنی (در دو کسر با صورت مساوی کسری کوچک تر است که مخرج بزرگ تری داشته باشد) توسط دانش آموزان بیان می گردد

ب) کسر هایی که مخرج آن ها مساوی است مانند $\frac{2}{4}$ و $\frac{3}{4}$ دو شکل مثل هم را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنیم و یکی را دو قسمت آن و دیگری را سه قسمت آن رنگ می کنیم دانش آموزان متوجه می شوند که $\frac{3}{4} < \frac{2}{4}$ ((در کسر با مخرج های مساوی آن کسر بزرگ تر است که صورت آن بزرگ تر است))

ج) کسر هایی که مخرج آن ها و صورت آن ها متساوی نیست (صفحه ۵۶ ریاضی پایه سوم) با رسم شکل و رنگ کردن می توان این نوع کسر ها را با هم مقایسه کرد. مانند $\frac{2}{6}$ و $\frac{3}{4}$. دو شکل به اندازه هم را یکی به چهار قسمت و سه قسمت آن را رنگ می کنیم و دیگری به شش قسمت و دو قسمت آن را رنگ می کنیم و این دو شکل را کنار هم قرار می دهیم و می بینیم که $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$

در کلاس چهارم دبستان با هم مخرج کردن دو کسر صفحه ۳۷ می توان دو کسر را با هم مقایسه کرد و سپس از حالت ب کمک می گیریم

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3} < \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{مانند: } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{14} = \frac{3}{7} < \frac{9}{14} \quad \text{مانند: } \frac{3}{7} \text{ و } \frac{9}{14}$$

تبصره ۱: معرفی $\frac{1}{3}$ نیم و $\frac{1}{4}$ ثلث، $\frac{1}{5}$ ربع و $\frac{1}{6}$ خمس در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی صفحه ۴۱ (در حل تمرین آمده است) با رسم شکل و رنگ کردن به معرفی آن ها می پردازیم.

تبصره ۲: در نمایش کسر از روی شکل برای رنگ آمیزی پیشنهاد می گردد که برای ساختن شکل ها از مقوای زمینه سفید استفاده کنید تا بتوان از هر رنگی برای رنگ آمیزی آن استفاده کرد.

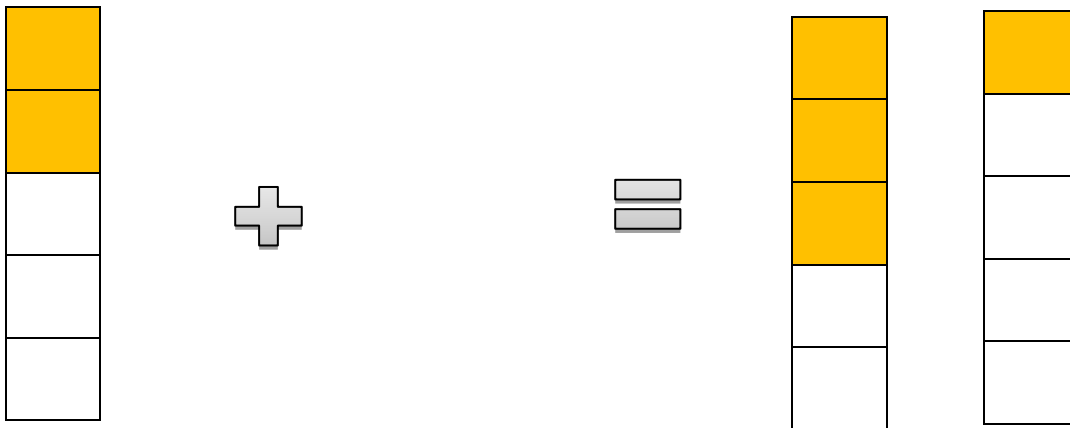
جمع و تفریق کسر ها: جمع و تفریق کسر ها طی سه مرحله زیر آموزش می دهیم.

الف) جمع و تفریق کسر های که مخرج آن ها مساوی است .

روش اول به کمک رسم شکل:

نمونه اول $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ ، سه شکل هم اندازه مثلا مستطیل را به کلاس می بریم و از دو دانش آموز می خواهیم که این مستطیل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنند و $\frac{2}{5}$ از یک مستطیل و $\frac{1}{5}$ از مستطیل دیگری را رنگ کنند .

سپس این دو دانش آموز می خواهیم که به اندازه قسمت های رنگ شده این دو مستطیل سوم رنگ بزنند و کسرهای مربوطه را با هم جمع کنند

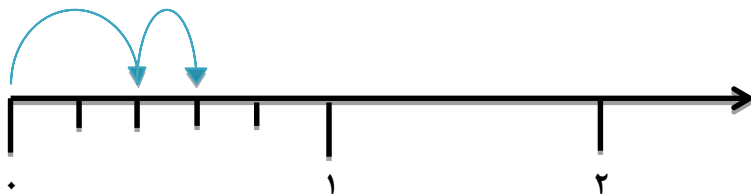


$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

توجه : می توان به جای سه مستطیل از یک مستطیل استفاده کرد و دانش آموز اول دو قسمت و دانش آموز دوم یک قسمت آن را رنگ می کنند و سپس از دانش آموزان دیگر می خواهیم که بگویند چه کسری از این مستطیل رنگ شده است . یعنی : $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

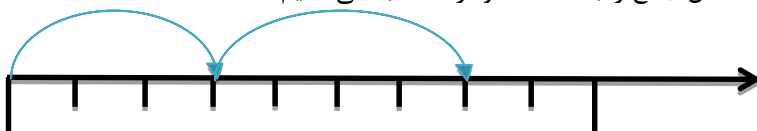
نمونه ۲ : $\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$ یک مربع را به ۹ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از دو دانش آموز می خواهیم که یک نفر $\frac{3}{9}$ این مربع و دیگری $\frac{4}{9}$ مربع را رنگ کنند و از دانش آموز دیگر می خواهیم که برای این مربع یک جمع بنویسد $\frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$

روش دوم : رسم محور، یک محور اعداد رسم می کنیم و یک واحد این محور را از ۰ تا ۱ به ۵ قسمت تقسیم می کنیم . و جمع $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ روی محور پیاده می کنیم (با استفاده از دانش آموزان)



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

و برای جمع $\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$ یک محور اعداد را رسم می کنیم. سپس حاصل جمع را به کمک نمودار محاسبه می کنیم.



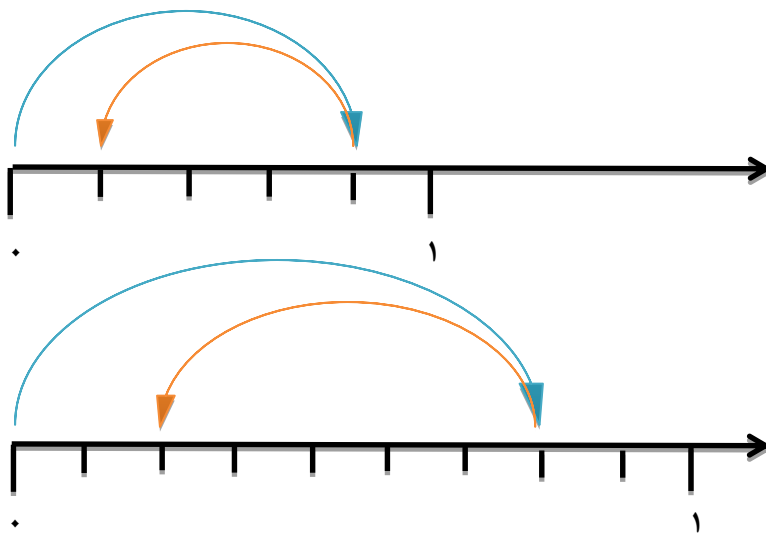
$$\frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{7}{9}$$

نمونه ۳: (تفریق) رسم شکل: $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ یک مستطیل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از یک دانش آموز می خواهیم که ۴ قسمت آن را رنگ کند و از دانش آموز دیگر می خواهیم که ۳ قسمت از قسمت های رنگ شده را با گذاشتن علامت \times روی آن حذف کند و سپس می پرسیم چه کسری از قسمت های رنگ شده باقی مانده است.



$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} =$$

نمونه ۴ (تفریق) رسم شکل: $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ یک مستطیل را به ۹ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از یک دانش آموز می خواهیم که ۷ قسمت آن را رنگ بزند و از دانش آموز دیگر می خواهیم که ۵ قسمت از قسمت های رنگ شده را (با گذاشتن علامت \times) حذف کند و سپس تفریق حاصل را جواب دهد.



رسم نمودار تفریق $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ و $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$$

نتیجه: با انجام فعالیت صفحه ۳۰ و کار در کلاس صفحه ۳۱ دانش آموزان به نتیجه زیر می رسند.

برای جمع دو کسر با مخرج مساوی یک کسر می نویسیم که مخرج آن با مخرج دو کسر قبلی مساوی باشد سپس صورت این کسر باید برابر باشد با جمع در صورت کسر های قبلی یا برای جمع دو کسر با مخرج کسری فقط صورت کسر ها را با هم جمع می کنیم و مخرج کسر ها را می نویسیم.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{و} \quad \frac{3}{9} + \frac{4}{9} = \frac{3+4}{9} = \frac{7}{9}$$

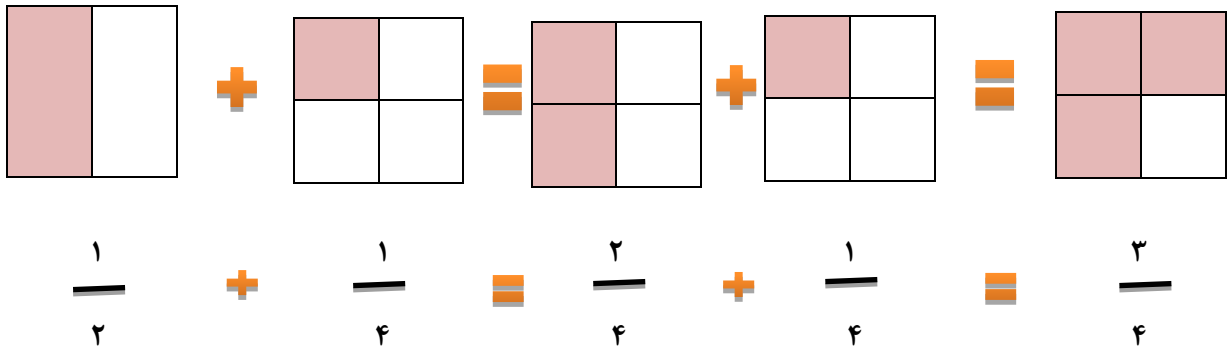
و برای تفریق دو کسر با مخرج کسر مساوی، صورت کسر ها را از هم کم می کنیم و مخرج کسر ها را می نویسیم.

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{7-5}{9} = \frac{2}{9} \quad \text{و} \quad \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$$

ب) جمع و تفریق دو کسر که مخرج یکی از کسر ها بر مخرج کسر دیگر بخش پذیر باشد. صفحه ۳۶ و ۳۷ کتاب ریاضی چهارم ابتدایی) برای جمع و تفریق هایی که مخرج یک کسر بر مخرج کسر دیگر بخش پذیر باشد از تساوی کسر کمک می گیریم.

مثال ۱: حاصل جمع $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ را بیابید. برای کسر $\frac{1}{4}$ معادل آن $\frac{2}{8}$ می نویسیم (این کسر معادل های دیگری مانند $\frac{3}{6}$ ، $\frac{4}{8}$ و ... نیز دارد ولی $\frac{2}{8}$ انتخاب می کنیم زیرا که می خواهیم مخرج دو کسر را یکسان کنیم. به اصطلاح مخرج مشترک بگیریم: پس

از روی شکل هم به همین صورت انجام می شود. برای این مثال دو شکل هم اندازه در نظر می گیریم. یکی را به دو قسمت و دیگری را به چهار قسمت تقسیم می کنیم و کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{4}$ را نمایش می دهیم.



می توان از دانش آموزان خواست که در مراحل جمع به کمک شکل همکاری کنند.

مثال ۲:

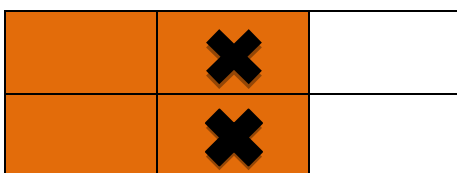
$$\frac{2}{3} + \frac{4}{21} = \frac{14}{21} + \frac{4}{21} = \frac{18}{21}$$

$$\frac{3}{18} + \frac{5}{16} = \frac{6}{16} + \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

در تفریق هم از تساوی کسر ها استفاده می کنیم

مثال ۳: حاصل تفریق $\frac{4}{6} - \frac{1}{3}$ را حساب کنید.

از طریق شکل : اول کسر $\frac{4}{6}$ را از طریق شکل نشان می دهیم و یک شکل می کشیم (مثلاً یک مستطیل) و آن را به شش قسمت تقسیم می کنیم و چهار قسمت آن را رنگ می زنیم سپس یک قسمت از سه قسمت (معادل آن دو قسمت از شش قسمت) را حذف می کنیم .



می توان در کلاس درس برای رسم شکل و نمایش کسر از دانش آموزان کمک گرفت .

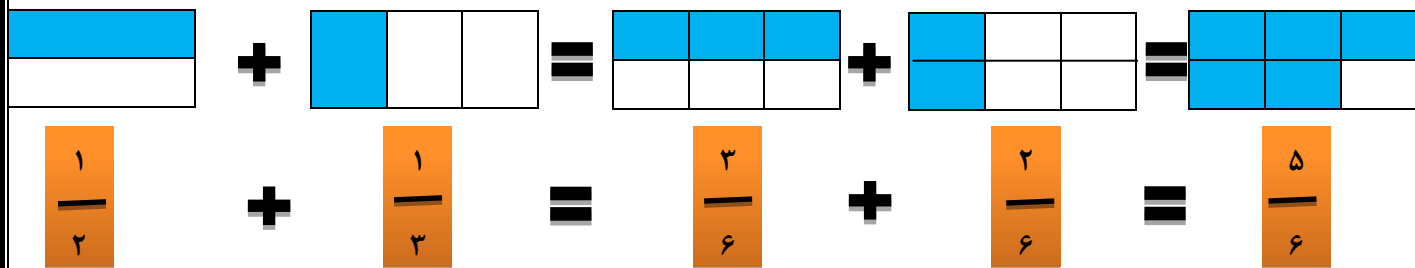
مثال ۴ :

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{4} = \frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{7}{9} - \frac{1}{3} = \frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$$

ج) جمع و تفریق کسر های که مخرج متفاوت دارند و به هم بخش پذیر نیستند . در این مثال از بخش پذیر اعداد استفاده می کنیم (یعنی دانش آموزان باید بخش پذیری و مضرب اعداد را آموزش دیده باشند).

مثال ۱: در جمع $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ از دانش آموزان می خواهیم که کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را نمایش دهند . سپس معادل این دو کسر را بنویسند طوری که مخرج دو کسر یکسان باشد .



یعنی یک عدد پیدا کنند که بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد (یا یک عدد بیابند که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ باشند). این عدد ۶ است (توجه اعداد ۱۲، ۱۸، ... هم وجود دارد که عدد ۶ را انتخاب می کنیم یعنی بین این اعداد کوچک ترین آن ها یا کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد انتخاب می کنیم).

مثال ۲:

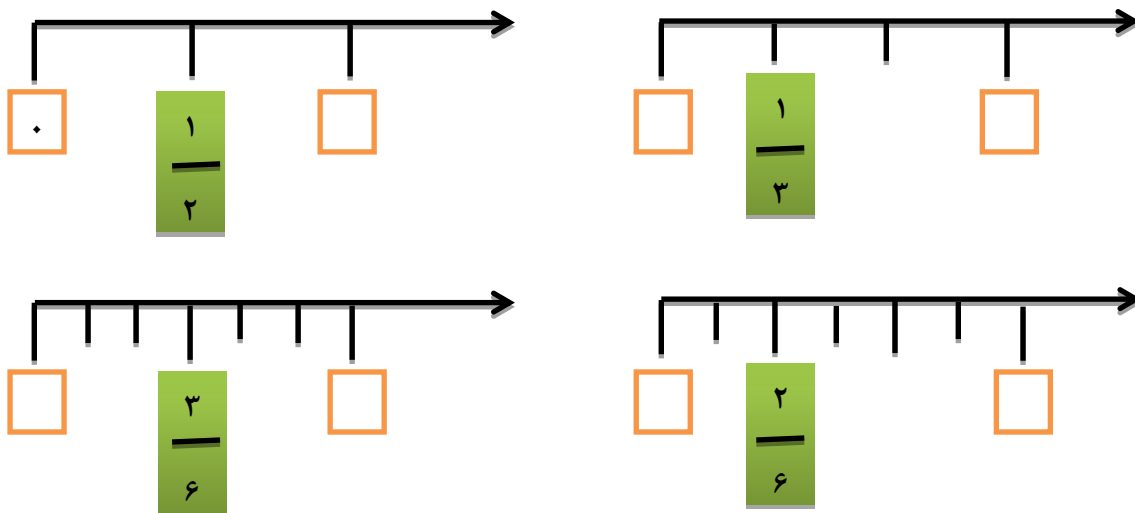
$$\frac{2}{4} + \frac{2}{6} = \frac{9}{12} + \frac{4}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$$

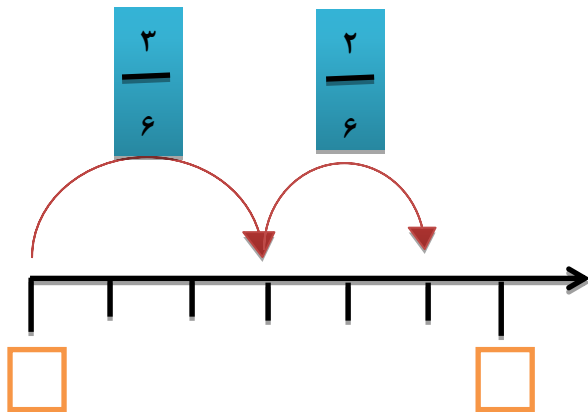
تبصره : در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۲۷ از طریق فعالیت این نوع جمع از دو روش (روش رسم شکل و رسم محور) تدریس می گردد.

مثال ۳ : حاصل جمع $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ را به کمک محور به دست آورید.

حل : دو محور جداگانه رسم می کنیم و روی آن ها $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ را نمایش می دهیم . سپس معادل این دو کسر را روی محور نمایش می دهیم .



سپس هر دو محور را به یک محور تبدیل می کنیم و حاصل جمع را می یابیم .



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

تفریق دو کسر که مخرج متفاوتی دارند . و بر هم بخش پذیر نیستند . همانند جمع از هم مخرج کردن استفاده می کنیم (کوچک ترین مضرب مشترک یا کوچک ترین عددی که بر هر دو مخرج بخش پذیر باشد).

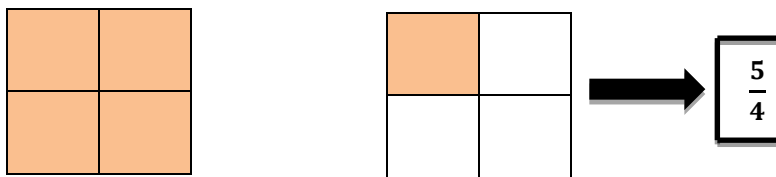
مثال ۱ :

مثال ۲ :

مثال ۳ :

کسر های بزرگ تر از واحد و عدد مخلوط : کسری که صورت آن بزرگ تر از مخرجش باشد را کسر بزرگ تر از واحد می نامیم. مانند $\frac{5}{4}$ یعنی یک واحد کامل و $\frac{1}{4}$ از یک واحد و نمایش دیگری برای کسر بزرگ تر از واحد وجود دارد که آن را عدد مخلوط می نامیم .

یعنی:

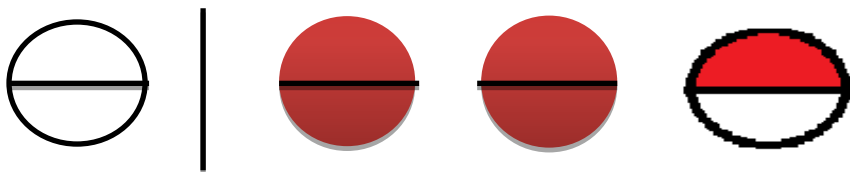


$$\left(\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4} \text{ جمع کمک به}\right) \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

برای تدریس عدد مخلوط یا معرفی عدد مخلوط می توان با کشیدن شکل از دانش آموزان خواست که کسر مربوط هر شکل را بنویسند .

مثال ۱: برای شکل مقابل با توجه به واحد آن یک کسر بنویسید.

نفر اول : جواب می دهد $\frac{5}{4}$



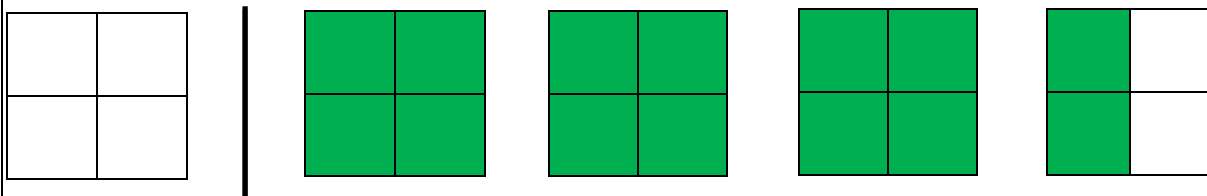
نفر دوم : جواب می دهد $2\frac{1}{2}$ هر دو جواب یکسان هستند و $\frac{5}{4}$ کسر بزرگ تر از واحد است که نمایش دیگر آن عدد مخلوط $1\frac{1}{4}$ است یعنی ۲ واحد کامل و $\frac{1}{4}$ از یک واحد.

مثال ۲ : کسر مناسب برای شکل زیر را بنویسید .

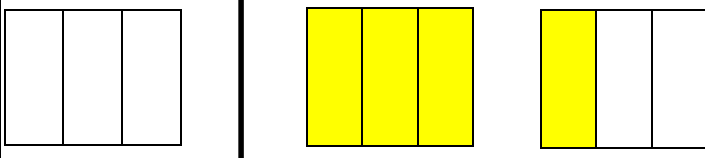
نفر دوم : $3\frac{2}{4}$

نفر اول : $\frac{14}{4}$

جواب :



مثال ۳ : کسر مناسب برای شکل زیر بنویسید .



نفر دوم $1\frac{1}{3}$

نفر اول $\frac{4}{3}$

جواب:

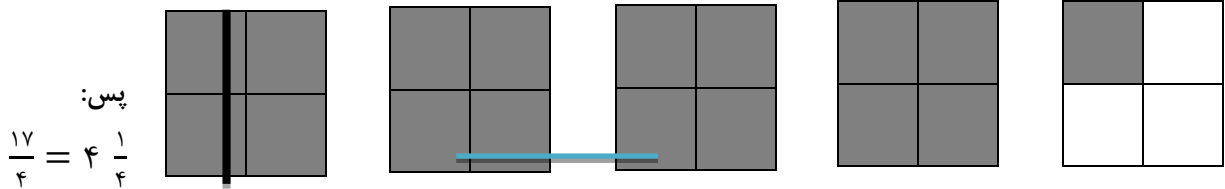
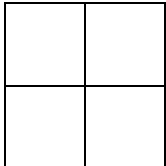
توجه: در عدد مخلوط $3\frac{2}{4}$ به عدد ۳ قسمت صحیح و $\frac{2}{4}$ را قسمت کسر عدد مخلوط می نامیم.

تبدیل کسر به عدد مخلوط

روش اول با استفاده از رسم شکل: یعنی برای کسر داده شده شکلی می کشیم که کسر را نمایش دهد، سپس از روی شکل عدد مخلوط را می نویسیم.

مثال ۱: کسر $\frac{17}{4}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

حل: $\frac{17}{4}$ یعنی ۱۷ تا $\frac{1}{4}$ که می شود ۴ واحد کامل و $\frac{1}{4}$ واحد



روش دوم: با استفاده از تقسیم، صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم و خارج قسمت تقسیم قسمت صحیح عدد مخلوط و باقی مانده را به صورت کسر می نویسیم و قسمت کسری عدد مخلوط می باشد.

مثال ۲: کسر $\frac{17}{4}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

حل: ۱۷

$$\begin{array}{r} 17 \quad 4 \\ \hline -16 \quad 4 \\ \hline 01 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

مثال ۳: کسر $\frac{14}{3}$ را به صورت عدد مخلوط بنویسید.

$$\begin{array}{r} 14 \quad 3 \\ \hline -12 \quad 4 \\ \hline 02 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

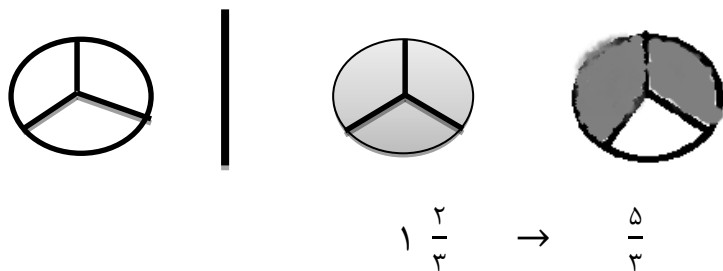
تبدیل عدد مخلوط به کسر

روش اول رسم شکل : یعنی برای عدد مخلوط داده شده یک شکل که نمایش عدد مخلوط است را رسم می کنیم سپس از روی شکل کسر مربوطه را می نویسیم.

مثال ۱ : عدد مخلوط $۱ \frac{۲}{۳}$ را به صورت کسر بزرگ تر از واحد بنویسید.

توجه: $۱ \frac{۲}{۳}$ یعنی ۵ تا $\frac{۱}{۳}$ پس داریم .

حل :



روش دوم با استفاده از ضرب و جمع : قسمت صحیح را در مخرج ضرب می کنیم و سپس حاصل را با صورت کسر مخلوط جمع می کنیم.

مثال ۲ : عدد مخلوط $۱ \frac{۲}{۳}$ را به صورت کسر بزرگ تر از واحد بنویسید .

$$1 \frac{2}{3} \rightarrow \{1 \times 3 = 3\}$$

$$\{3 + 2 = 5\}$$



$$1 \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

مثال ۳ : عدد های مخلوط داده شده را به صورت کسر بزرگ تر از واحد بنویسید.

$$2 \frac{3}{4} \rightarrow \{2 \times 4 = 8\}$$

$$\{8 + 3 = 11\}$$



$$2 \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

$$2 \frac{2}{9} \rightarrow \{2 \times 9 = 18\}$$

$$\{18 + 2 = 20\}$$



$$2 \frac{2}{9} = \frac{20}{9}$$

مقایسه دو عدد مخلوط : برای مقایسه دو عدد مخلوط می توان از روش رسم شکل ، تبدیل به کسر استفاده کرد که قبلا در کسر ها به آن پرداخته ایم . در این قسمت روش سومی به صورت زیر معرفی می کنیم .

توجه: اول به قسمت صحیح دو عدد مخلوط نگاه می کنیم . عدد مخلوطی بزرگ تر است که قسمت صحیح آن بزرگ تر باشد . اگر قسمت صحیح دو عدد مخلوط با هم برابر باشند عدد مخلوطی بزرگ تر است که قسمت کسری آن بزرگ تر باشد..

مثال : در جا های خالی علامت $>$ ، $=$ یا $<$ قرار دهید.

الف) $4 \frac{1}{2}$ $3 \frac{1}{3}$

ب) 4 $3 \frac{4}{5}$

ج) $2 \frac{2}{3}$ $2 \frac{2}{5}$

حل : در قسمت الف) $4 \frac{1}{2}$ بزرگ تر از $3 \frac{1}{3}$ است چون قسمت صحیح $4 \frac{1}{2}$ از قسمت صحیح $3 \frac{1}{3}$ بزرگ تر است.

در قسمت ب) هم به همین صورت.

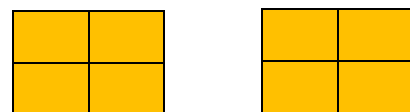
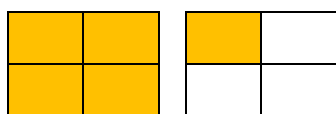
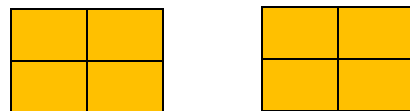
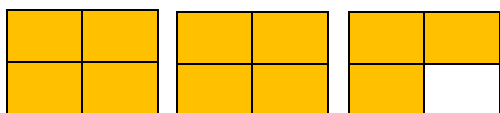
در قسمت ج) قسمت صحیح هر دو عدد با هم مساوی است و چون $\frac{2}{3}$ از $\frac{2}{5}$ بزرگ تر است ، پس

جمع و تفریق دو عدد مخلوط

روش اول : برای جمع و تفریق دو عدد مخلوط می توان اعداد مخلوط را به صورت کسر های بزرگ تر از واحد نوشت سپس از طریق جمع و تفریق کسر ها حاصل جمع و تفریق دو عدد مخلوط را یافت.

روش دوم : به وسیله رسم شکل : می توان جمع و تفریق دو عدد مخلوط را حساب کرد . از روش رسم شکل برای جمع و تفریق های اعداد مخلوطی استفاده می کنیم که قسمت کسری آن ها از یک واحد باشند .

مثال ۱: $2 \frac{3}{4} + 1 \frac{1}{4} = 4$



مثال:

$$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 1\frac{2}{4}$$

روش سوم: در جمع اول قسمت صحیح عدد مخلوط را با هم جمع می کنیم و قسمت کسری دو عدد مخلوط را با هم جمع می کنیم. سپس حاصل این دو مقدار را با هم جمع می کنیم.

مثال ۲:

الف) $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4} = (2 + 1) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3 + 1 = 4$

ب) $6\frac{2}{5} + 2\frac{1}{3} = (6 + 2) + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) = 8 + \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = 8 + \frac{11}{15} = 8\frac{11}{15}$

در تفریق اگر قسمت کسری عدد اول بزرگ تر از قسمت کسری عدد دوم باشد همانند جمع عمل می کنیم با این تفاوت که بجای جمع کردن، قسمت صحیح ها را از هم کم می کنیم و قسمت کسری ها هم از هم کم می کنیم و حاصل را با هم جمع می کنیم.

مثال ۳:

الف) $2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = (2 - 1) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = 1 + \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4}$

ب) $6\frac{2}{5} - 2\frac{1}{3} = (6 - 2) + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right) = 4 + \left(\frac{6}{15} - \frac{5}{15}\right) = 4 + \frac{1}{15} = 4\frac{1}{15}$

مثال ۴:

الف) $7\frac{2}{3} - 5 = (7 - 5) + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

ب) $4\frac{1}{4} - 3 = (4 - 3) + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$

توجه: اگر قسمت کسری عدد دوم بزرگ تر از قسمت کسری عدد اول باشد بعد از اینکه قسمت صحیح دو عدد مخلوط را از هم کم کردیم یک واحد کامل به قسمت کسری عدد اول می دهیم تا قسمت کسری عدد اول بزرگ تر از قسمت کسری عدد دوم شود. (نمونه های زیر)

مثال ۵:

الف) $4\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = (4 - 1) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 3 + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}\right) = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

ب) $8 - 3\frac{1}{4} = (8 - 3) +$

ج) $8\frac{1}{10} - 2\frac{7}{10} = (8 - 2)$

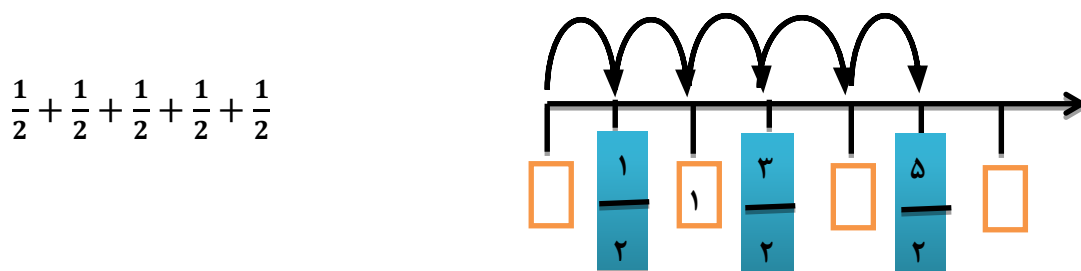
د) $3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3} = (3 - 1) +$

یک واحد کامل (معادل $\frac{12}{12}$ به $\frac{3}{12}$) اضافه کرده ایم.

ضرب کسر ها : برای تدریس ضرب کسر ها در مرحله اول باید ضرب عدد در کسر را تدریس کنیم.

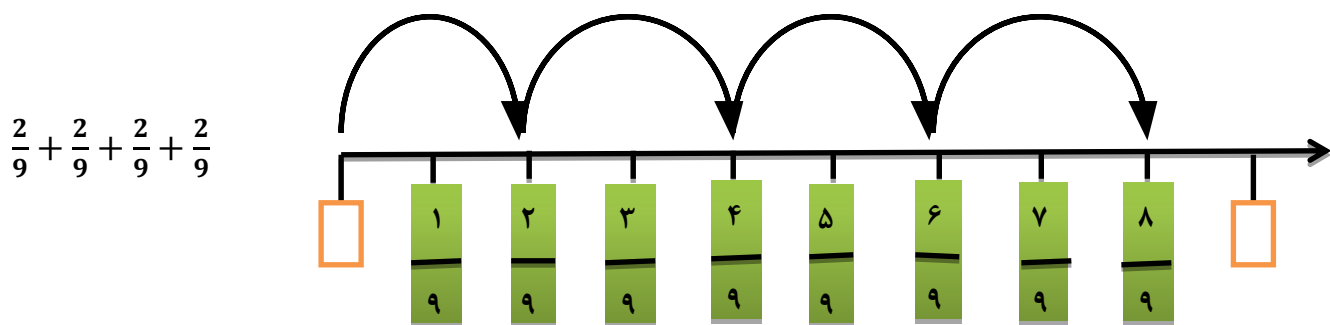
الف) ضرب عدد در کسر . ضرب عدد در کسر هم در کتاب ریاضی چهارم ابتدایی و هم در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی آمده است . برای تدریس ضرب عدد در کسر از تکرار جمع کسر ها استفاده می کنیم.

مثال ۱ : حاصل جمع کسر ها را روی محور به دست آورید (از دانش آموزان به عنوان حل فعالیت استفاده می کنیم).



باید ۵ تا $\frac{1}{2}$ را با هم جمع کنیم به عبارت دیگر ۵ تا $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{5}{2}$ پس $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

مثال:



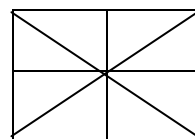
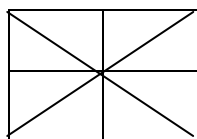
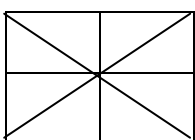
باید ۴ تا $\frac{2}{9}$ را با هم جمع کنیم به عبارت دیگر ۴ تا $\frac{2}{9}$ یعنی $\frac{8}{9}$ پس $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = 4 \times \frac{2}{9} = \frac{8}{9}$

نتیجه : دانش آموزان نتیجه می گیرند که در ضرب عدد در کسر ، عدد در صورت ضرب می شود . مثلاً در ضرب دو عدد یاد گرفته است که ضرب تکرار جمع است.

مثال ۲ : به کمک رسم شکل مناسب حاصل ضرب را به دست آورید.

$3 \times \frac{1}{8} =$

$5 \times \frac{1}{8} =$



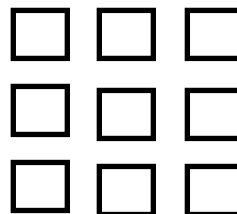
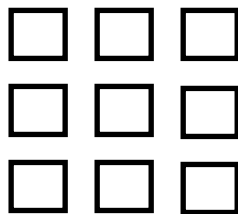
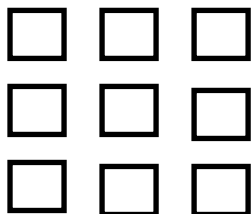
۳ قسمت از شکل را رنگ می کند
حاصل ضرب را $\frac{3}{8}$ می یابد (۳ رنگ مختلف)

۵ قسمت را با پنج رنگ مختلف رنگ
می کند و حاصل ضرب را $\frac{5}{8}$ می یابد.

مثال:

$$3 \times \frac{2}{9} =$$

$$4 \times \frac{2}{9} =$$



۳ تا $\frac{2}{9}$ از مربع های کوچک را با ۳ رنگ
متفاوت رنگ می کنیم و حاصل ضرب
یعنی $\frac{6}{9}$ را می یابیم.

چهار تا $\frac{2}{9}$ از مربع های کوچک را با
چهار رنگ متفاوت رنگ می کنیم و
یعنی $\frac{8}{9}$ را می یابیم.

مثال ۳: به صفحه ۳۹ کتاب ریاضی سال چهارم مراجعه کرده و برای شکل های داده شده ضرب می نویسیم (یک تساوی ضرب می نویسیم)

توجه: از خاصیت جابجایی ضرب استفاده می کنیم و ضرب کسر در عدد هم تدریس می کنیم.

مثال ۴:

مثال ۵: $\frac{1}{3}$ عدد ۱۲ را بیابید.

حل:
$$\frac{1}{3} \times 12 = 12 \times \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

مثال: به کمک ضرب به سوالات زیر جواب دهید.

الف) $\frac{2}{5}$ عدد ۱۰ را بیابید. $\frac{2}{5} \times 10 = \frac{20}{5} = 4$

ب) $\frac{2}{3}$ عدد ۱۲ را بیابید. $\frac{2}{3} \times 12 = \frac{24}{3} = 8$

ج) $\frac{4}{5}$ عدد ۲۰ را بیابید. $\frac{4}{5} \times 20 = \frac{80}{5} = 16$

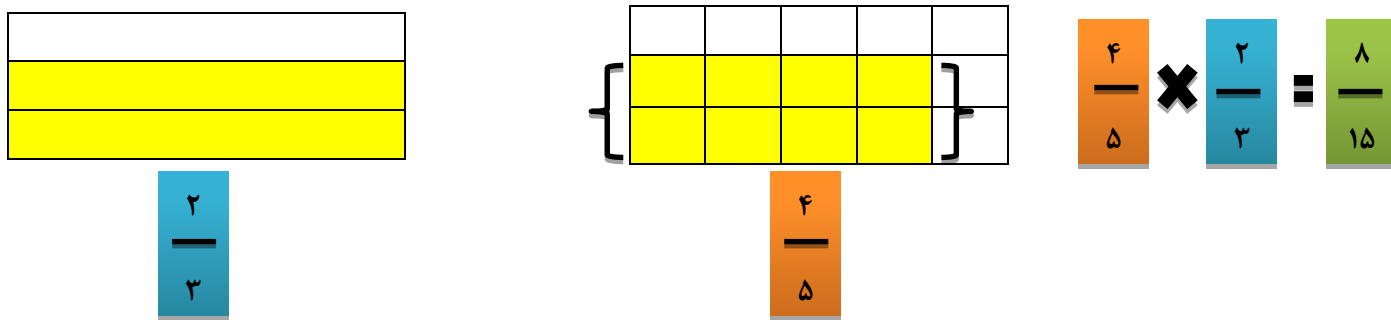
د) $\frac{1}{5}$ عدد ۱۵ را بیابید. $\frac{1}{5} \times 15 = \frac{15}{5} = 3$

نتیجه: در ضرب عدد در کسر و همچنین ضرب کسر در عدد، عدد در صورت کسر ضرب می شود.

توجه: در کتاب ریاضی سال پنجم برای ضرب عدد در کسر (صفحه ۳۲) در فعالیت یک مسئله طراحی می شود و با راهبرد رسم شکل با سه روش حل می شود. روش اول رسم شکل، روش دوم رسم محور، روش سوم تکرار جمع

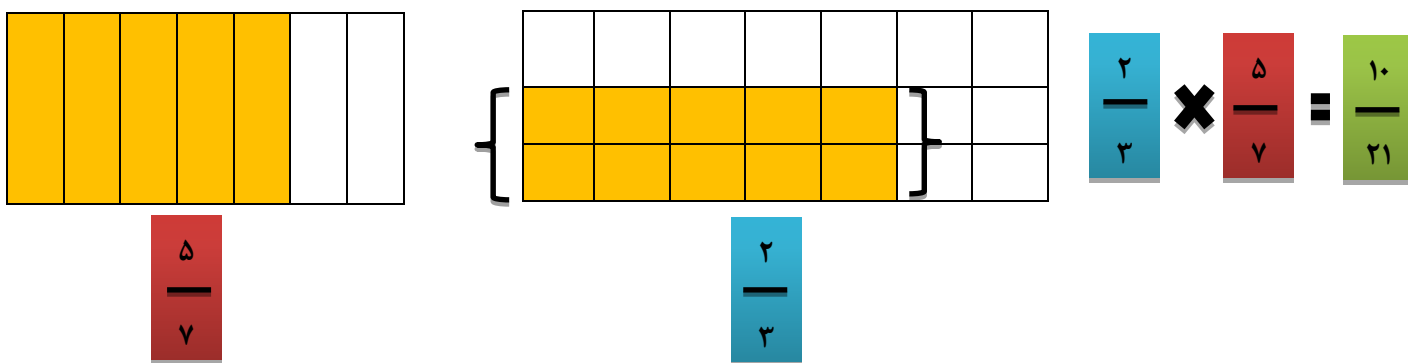
(ب) **ضرب کسر در کسر:** برای تدریس ضرب کسر در کسر برای کسر دوم یک شکل مناسب که نمایش این کسر باشد رسم می شود و سپس از شکل معین شده به اندازه کسر اول جدا می کنیم (مثال های زیر).

مثال ۱: برای ضرب $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ (ریاضی پنجم صفحه ۳۴) کسر $\frac{2}{3}$ را نمایش می دهیم. (۲ قسمت از ۳ قسمت را رنگ می کنیم) سپس این شکل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و از قسمت رنگ شده $\frac{4}{5}$ را انتخاب می کنیم (با رنگ دیگر روی آن رنگ می زنیم)



توجه: وقتی شکل اول را به پنج قسمت تقسیم می کنیم قسمت رنگ شده به ۱۰ قسمت تقسیم می شود و از این ۱۰ قسمت هشت قسمت دوباره رنگ می شود (با رنگ دیگری) یعنی $\frac{8}{10}$ شکل رنگ شده را انتخاب کرده ایم. پس ۸ قسمت از ۱۵ قسمت دوباره رنگ خورده است و $\frac{8}{15}$ جواب است.

مثال ۲: برای ضرب $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ کسر $\frac{5}{7}$ را نمایش می دهیم.



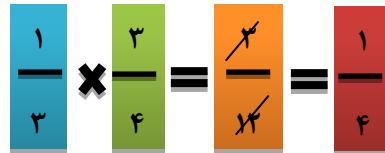
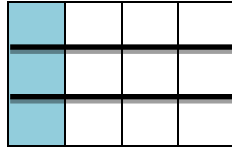
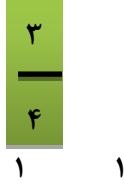
$\frac{2}{3}$ شکل رنگی را انتخاب می کنیم که ۱۰ قسمت از ۲۱ قسمت می شود.

نتیجه: در ضرب دو کسر، صورت ها را در هم ضرب می کنیم و مخرج ها هم در هم ضرب می کنیم.

ساده کردن در ضرب کسر ها: برای یادگیری ساده کردن در ضرب کسر ها در مرحله اول ساده کردن ضرب دو کسر که مخرج یکی با صورت دیگری مساوی است تدریس می کنیم.

مثال ۱: ساده کردن ضرب $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$ و ضرب $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$ (ریاضی پنجم صفحه ۴۱)

روش اول: رسم شکل $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$

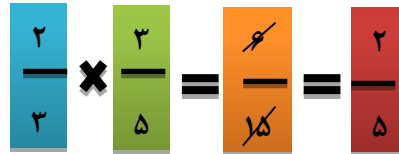
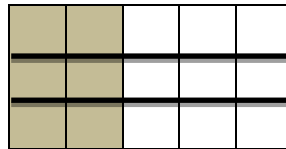
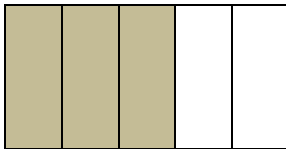


روش سوم: $\frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{4} = \frac{1 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 4} = \frac{1}{4}$

روش دوم: $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

۱ ۱

روش اول: رسم شکل $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$



روش سوم: $\frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{5} = \frac{2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 5} = \frac{2}{5}$

روش دوم: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

۱ ۱

نتیجه: طبق روش سوم: در هنگام ضرب دو کسر، اگر صورت کسر اول با مخرج کسر دیگر برابر باشند می توان آن ها را با هم ساده کرد و جواب را آسان تر یافت.

در مرحله دوم به ساده کردن ضرب دیگر کسر ها می پردازیم.



مثال ۲:

$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7} \quad \text{یا} \quad \frac{3}{\cancel{5}} \times \frac{10}{7} = \frac{6}{7}$$

$\div 5$

مثال نتیجه: برای به دست آوردن حاصل ضرب کسرها بهتر است که از همان ابتدا کسرها را ساده کنیم سپس ضرب کسرها را انجام دهیم.

$$\frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{18}{5} = \frac{27}{10}$$

۲

$$\frac{\cancel{9}}{4} \times \frac{2}{\cancel{18}} = \frac{1}{4}$$

۲ ۲

تقسیم کسرها: برای تدریس کسرها در مرحله اول تبدیل تقسیم به کسر را آموزش می دهیم. (ریاضی پنجم صفحه ۳۶)

مثال ۱: می خواهیم ۴ عدد نان را بین سه نفر تقسیم کنیم. به هر نفر چه مقدار نان می رسد؟

حل: روش اول چهار دایره (قرص نان) را در نظر می گیریم و از دانش آموزان می خواهیم که هر دایره را به سه قسمت مساوی تقسیم کنند و

با تقسیم نان اول به هر نفر $\frac{1}{3}$ نان می رسد چون ۴ عدد نان داریم به هر نفر

$$4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

۴ نان می رسد یعنی $\frac{4}{3}$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{3}$$

$$4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \quad \text{بنابراین}$$

پس به هر نفر یک نان کامل و $\frac{1}{3}$ نان می رسد.

روش دوم: چون ۴ تا نان داریم و می خواهیم بین ۳ نفر تقسیم کنیم به هر نفر یک نان کامل می دهیم و یک نان باقی مانده که آن هم به سه

قسمت مساوی تقسیم می کنیم و به هر نفر یک قسمت از ۳ قسمت را می دهیم سپس به هر نفر $1\frac{1}{3}$ نان می رسد. (تبدیل عدد مخلوط به

کسر بزرگ تر از واحد)

صفحه ۳۶ کتاب ریاضی پنجم ابتدایی را توسط دانش آموزان کامل می کنیم.

مرحله دوم: تقسیم یک کسر را بر یک عدد تدریس می کنیم (صفحه ۳۷ کتاب ریاضی پنجم ابتدایی)

مثال ۲: $\frac{1}{4}$ متر از یک پارچه را به ۳ قسمت مساوی برش می زنیم. هر قسمت چند متر می شود؟

$$\frac{1}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

حل: باید حاصل $\frac{1}{4} \div 3$ را پیدا کنیم یعنی باید $\frac{1}{3}$ عدد $\frac{1}{4}$ را بیابیم.

پس باید $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ را در هم ضرب کنیم.



از روی شکل به $\frac{1}{12}$ متر می رسمیم.

نتیجه: اگر به این دو مرحله از تقسیم نگاه کنیم به این نتیجه می رسمیم که در تقسیم کافی است عدد اول را بنویسیم و تقسیم را به ضرب تبدیل کنیم و عدد دوم را هم وارونه کنیم.

مثال ۳:

الف

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ \hline 7 \div 4 = 7 \times \frac{1}{4} = 1 \frac{3}{4} \\ \hline 4 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad 7 \quad 1 \quad 7 \\ \hline \frac{\quad}{\quad} \div 2 = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \\ \hline 5 \quad 5 \quad 2 \quad 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \times 1 \quad 1 \\ \hline \frac{\quad}{\quad} \div 6 = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \\ \hline 3 \quad 3 \quad 6 \quad 3 \times 6 \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 3 \quad 1 \quad 3 \\ \hline \frac{\quad}{\quad} \div 4 = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \\ \hline 8 \quad 8 \quad 4 \quad 32 \end{array}$$

مرحله سوم: تقسیم عدد بر یک کسر (صفحه ۳۸ کتاب ریاضی پنجم)

مثال ۴: علی می خواهد ۵ ساندویچ را بین دوستانش تقسیم کند. اگر برای هر نفر $\frac{1}{2}$ ساندویچ کافی باشد، این پنج ساندویچ به چند نفر از دوستان علی می رسد؟

حل: همه ساندویچ ها را نصف می کنیم و می بینیم که ۱۰ تا $\frac{1}{2}$ (نصف) ساندویچ داریم. یعنی ۵ ساندویچ به ۱۰ نفر می رسد. به عبارت دیگر داریم $۱۰ = ۵ \times ۲$ را حساب می کنیم. یعنی همان نتیجه بالا.

مثال ۵:

$$\text{الف) } ۵ \div \frac{1}{2} = ۵ \times \frac{2}{1} = ۱۰$$

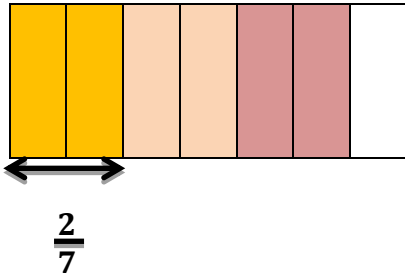
$$\text{ب) } ۵ \div \frac{1}{4} = ۵ \times ۴ = ۲۰$$

$$\text{ج) } ۷ \div \frac{1}{7} = ۷ \times ۷ = ۴۹$$

$$د) 9 \div \frac{1}{6} = 9 \times 6 = 54$$

مرحله چهارم: تقسیم دو کسر با مخرج مساوی: (ریاضی ششم ابتدایی صفحه ۱۷).

مثال ۶: برای تقسیم $\frac{6}{7} \div \frac{2}{7}$ به کمک رسم شکل به صورت زیر عمل می‌کنیم.



$$\frac{6}{7} \times \frac{2}{7} = 3 \longrightarrow \text{6} \div \text{2} = \text{3}$$

به جای های متفاوت از یک رنگ استفاده کرد و ۶ قسمت رنگ آمیزی شده را به ۳ تا $\frac{2}{7}$ تقسیم می‌کنیم. یعنی $\frac{2}{7}$ و $\frac{2}{7}$ و $\frac{2}{7}$ جدا کنیم و برای این که دانش آموز به یک قانون (نتیجه بالا) برسد می‌نویسیم:

$$\frac{6}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \times \frac{7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

مرحله پنجم: تقسیم دو کسر دلخواه: برای تقسیم دو کسر با مخرج غیر متساوی ابتدا آن‌ها را هم مخرج می‌کنیم.

مثال ۷: تقسیم $\frac{4}{3} \div \frac{5}{7}$

$$\frac{4}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{4 \times 7}{3 \times 5} \div \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{4 \times 7}{5 \times 3} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{28}{15}$$

مثال: تقسیم $\frac{2}{9} \div \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{9} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{9 \times 3} \div \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{4 \times 2}{3 \times 9} = \frac{2}{9} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{27}$$

نتیجه نهایی: تقسیم را می‌توان به ضرب تبدیل کرد به شرطی که کسر دوم را به صورت وارونه بنویسیم.

مثال ۸:

الف) $\frac{6}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{6}{35} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{10}$

ب) $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{21}$

ضرب عدد های مخلوط: برای تدریس ضرب عدد های مخلوط در روش اول از رسم شکل کمک می‌گیریم بدین صورت که فرض می‌کنیم عدد اول مخلوط طول و عدد دوم مخلوط در ضرب را عرض یک مستطیل در نظر می‌گیریم. در این صورت مساحت مستطیل جواب حاصل ضرب دو عدد مخلوط می‌باشد و برای محاسبه مساحت مستطیل از راه رسم شکل از قانون توزیع پذیری زیر استفاده می‌کنیم.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

مثال ۱: حاصل ضرب $2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4}$ را بیابید؟

حل: یک مستطیل در نظر می‌گیریم که طول آن $3\frac{1}{4}$ و عرض آن $2\frac{1}{2}$ باشد. سپس مستطیل را به چندین مربع و چندین مستطیل به صورت زیر تقسیم می‌کنیم.



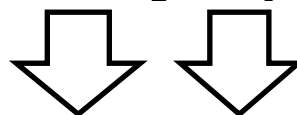
۱	۱	۱	$\times \frac{1}{4}$
۱			\times
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	



مساحت مستطیل کوچک به اندازه $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$



$$\text{مساحت مستطیل} = 3\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2} = \left(3 + \frac{1}{4}\right) \times \left(2 + \frac{1}{2}\right) = 6 + 3 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$$



مساحت مستطیل های

که علامت \times دارد. هاشور خورده

روش دوم: تبدیل عدد های مخلوط به کسر و سپس ضرب دو کسر

$$2\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$$

مثال ۲: حاصل ضرب $3\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{4}$ را بیابید.

روش اول: رسم شکل

$$3\frac{1}{3}$$

۱	۱	۱	$\times \frac{1}{3}$
۱			\times

$\frac{3}{4}$			
---------------	--	--	--

$$\text{مساحت مستطیل} = 2\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{3} = \left(2 + \frac{3}{4}\right) \times \left(3 + \frac{1}{3}\right) = 6 + 2 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = 6 + \frac{2}{3} + \frac{9}{4} + \frac{3}{12} = \frac{110}{12} = 9\frac{2}{12}$$

روش دوم: تبدیل به کسر و سپس ضرب کردن

$$2\frac{1}{3} \times 2\frac{3}{4} = \frac{10}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{110}{12} = 9\frac{2}{12}$$

تبصره: هر دو روش باید در دبستان تدریس شود. هر چند که روش دوم راحت تر است.

تقسیم دو عدد مخلوط بر هم: برای تقسیم دو عدد مخلوط همانند تقسیم دو کسر عمل می کنیم، یعنی دو عدد مخلوط به کسر های بزرگتر از واحد تبدیل می کنیم سپس تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم.

مثال ۳: تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\text{الف) } 3\frac{2}{3} \div 4\frac{1}{5} = \frac{11}{3} \div \frac{21}{5} = \frac{11}{3} \times \frac{5}{21} = \frac{55}{63}$$

$$\text{ب) } 2\frac{1}{4} \div 5\frac{3}{4} = \frac{9}{4} \div \frac{23}{4} = \frac{9}{23} \text{ یا } \left(\frac{9}{4} \times \frac{4}{23} = \frac{9}{23}\right)$$

اعداد اعشاری

بعد از تدریس اندازه گیری طول و عدد مخلوط در کلاس چهارم، عدد اعشاری آموزش داده می شود و تدریس و آموزش عدد اعشاری با یک فعالیت (در صفحه ۱۰۴ کتاب ریاضی چهارم ابتدایی) شروع می شود.

معلم می تواند از متر و خط کش استفاده نماید و در کلاس درس از دانش آموزان بخواهد که اندازه خودکار، مداد، پاک کن، گیره و لبه کتاب درسی ... را با خط کش حساب کند و این اندازه ها را به صورت یک کسر یا یک عدد مخلوط بنویسد. در این صورت اعداد $\frac{5}{10}$ و $\frac{4}{10}$ و $5\frac{3}{10}$ و $23\frac{7}{10}$... به عنوان اندازه وسایل ذکر شده است و بر حسب سانتی متر به دست می آید. همچنین معلم می تواند دو یا چند ظرف یک لیتری که مندرج شده (با ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده) را به کلاس بیاورد. و مقداری آب داخل این ظرف ها را بریزد و هر بار از دانش آموزان بخواهد که آب درون این ظرف های مندرج را به صورت یک کسر نمایش دهند، بدیهی است که کسر های $\frac{9}{10}$ ، $\frac{3}{10}$ ، $\frac{2}{10}$ ، $\frac{1}{10}$ و ... بدست می آید.

کسر های $\frac{9}{10}$ ، $\frac{3}{10}$ ، $\frac{2}{10}$ ، $\frac{1}{10}$ را می توان به صورت $0/9$ ، $0/3$ ، $0/2$ ، $0/1$ نمایش داد و به این نمایش کسر، اعداد اعشاری می نامیم و در اعداد $0/1$ ، $23/7$ ، $5/3$ ، $5/5$ ، خط جدا کننده ی دو قسمت عدد اخط ممیز یا اعشاری می نامیم و در کلاس درس در مورد این نوع نمایش عدد بحث و

گفت و گو می کنیم . و با انجام کار در کلاس صفحه ۱۰۵ کتاب ریاضی چهارم ابتدای توسط دانش آموزان ، باعث می شود که دانش آموزان عدد های کسری که مخرج آن ها عدد ۱۰ است را به صورت عدد اعشاری نمایش دهند.

در کلاس پنجم دانش آموزان با کسرهایی که مخرج آن ها ۱۰۰۰ ، ۱۰۰ ، ... آشنا می شوند و آن ها را به صورت عدد اعشاری نمایش می دهند .مانند:
 $\frac{476}{1000} = ۰/۴۷۶$ ، $\frac{125}{1000} = ۰/۱۲۵$ ، $\frac{2}{100} = ۰/۰۲$ خواندن این اعداد و نوشتن عدد های اعشاری به حروف مهم است و باید در کلاس درس کار شود .

مثال ۱: عدد های اعشاری $۰/۳$ ، $۱۲/۵$ ، $۱۴/۱$ ، $۱۲/۲$ را بتواند بخواند و با حروف بنویسد.

سه دهم = $۰/۳$ دوازده و پنج دهم = $۱۲/۵$ چهارده و یک دهم = $۱۴/۱$ دوازده و دو دهم = $۱۲/۲$

مثال ۲: هر یک از اعداد اعشاری زیر را با رقم بنویسید.

دویست و پنج و پنج دهم سه و هشت دهم بیست و هفت و هفت دهم.

حل: $۲۰۵/۵$ $۳/۸$ $۲۷/۷$

تبصره: ممکن است که این سوال در ذهن دانش آموزان بوجود بیاید که آیا می توان همه ی کسرها را به صورت اعشاری نوشت . در آینده دانش امزان با عمل تقسیم به پاسخ این سوال پی می برند .

مثال ۳: برای نمایش اعداد اعشاری برای کسر $\frac{2}{5}$ از دانش آموزان می خواهیم که چند کسر مساوی $\frac{2}{5}$ بنویسند . $\frac{6}{15} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

با نوشتن $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ می توان بنویسیم . $\frac{2}{5} = ۰/۴$ پس $۰/۴$ نمایش عدد کسری $\frac{2}{5}$ است.

مثال ۴: عدد مخلوط $۱\frac{1}{2}$ و $۲\frac{4}{5}$ را به صورت عدد اعشاری بنویسید.

حل:

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2} = ۰/۵ \quad \longrightarrow \quad ۱\frac{1}{2} = ۱/۵$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = ۰/۸ \quad \longrightarrow \quad ۲\frac{4}{5} = ۲/۸$$

مثال ۵: در کلاس پنجم ابتدایی عدد های کسری $\frac{6}{100}$ ، $\frac{304}{100}$ و $\frac{1}{100}$ را به صورت عدد اعشاری بنویسید .

حل:

$$5 \frac{6}{100} = ۵/۰۶$$

$$\frac{304}{100} = ۳/۰۴$$

$$\frac{1}{100} = ۰/۰۱$$

توجه: برای کسر واحد هم می توان عدد اعشاری معرفی کرد.

مثال ۶:

$$۰ = ۰/۰$$

$$۴ = ۴/۰$$

$$۲ = ۲/۰$$

جمع و تفریق اعداد اعشاری

جمع اعداد اعشاری : برای تدریس جمع اعداد اعشاری در مرحله اول جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشاری می باشند تدریس می گردد (کتاب چهارم ابتدایی)

الف) جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشاری هستند. برای زمینه سازی اول باید گسترده یک عدد اعشاری را آموزش داد.

مثال ۱: همان طور که $2\frac{1}{10} = 2 + \frac{1}{10}$ پس می توان $2 + 0/1 = 2 + \frac{1}{10}$ و $2 + 0/1$ را گسترده اعداد اعشاری $2/1$ می نامیم.

مثال ۲ :

$$12/125 = 12 + 0/1 + 0/2 + 0/5$$

$$12/125 = 12 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 12 + \frac{100}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000}$$

حال برای تدریس دو عدد اعشاری به صورت زیر عمل می کنیم

مثال ۳ : تدریس $0/3 + 0/5$:

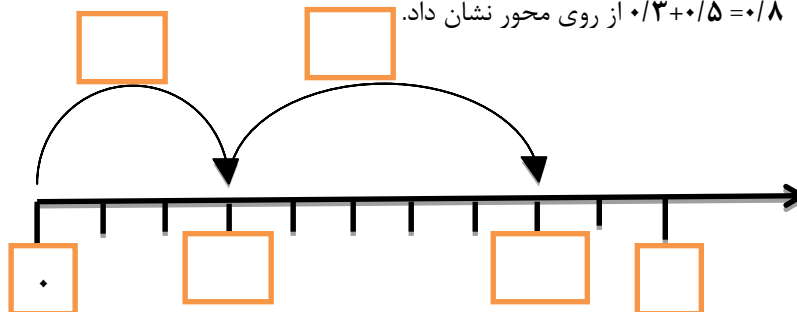
با کشیدن سه ظرف یک لیتری مندرج (ظرف هایی که به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است) و نمایش $0/3$ و $0/5$ (به ترتیب با رنگ کردن سه قسمت از یک ظرف و ۵ قسمت از ظرف دوم) از دانش آموزان می پرسیم اگر حاصل $0/3 + 0/5$ را بخواهیم حساب کنیم به کمک ظرف سوم چه کاری باید انجام دهیم . جواب ان توسط دانش آموزان داده می شود . روی ظرف سوم هشت قسمت باید رنگ آمیزی کنیم یعنی اگر $0/3$ و $0/5$ را آب در نظر بگیریم می خواهیم این دو ظرف را داخل ظرف سوم خالی کنیم هشت قسمت از ظرف سوم پر از آب می شود

$$0/3 + 0/5 = 0/8 \quad \text{یعنی :}$$

البته دانش آموزان می توانند درستی راه حل خود را با نوشتن حاصل جمع دو کسر امتحان کنند .

$$0/3 + 0/5 = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{8}{10}$$

توجه : می توان برای آموزش جمع $0/3 + 0/5 = 0/8$ از روی محور نشان داد.



تبصره: با یاد آوری جمع دو عدد یک رقمی هم می توان زمینه را برای جمع دو اعداد اعشاری را به آماده کرد.

مثال ۴:

$$3 + 5 = 8 \quad \longrightarrow \quad 3 \text{ تاده تایی} + 5 \text{ تاده تایی} = 8 \text{ تا ۱۰ تایی} \quad \longrightarrow \quad 30 + 50 = 80$$

$$300 + 500 = 800 \quad \longrightarrow \quad 3 \text{ تا صد تایی} + 5 \text{ تا صد تایی} = 8 \text{ تا صد تایی}$$

مثال ۵:

دو دانش آموز حاصل جمع $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ را به صورت زیر به دست آورده اند. راه حل های آن ها را توضیح دهید. (کتاب چهارم ابتدایی ۱۰۹)

نفر اول:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

نفر دوم:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{0}{4} + \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

برای جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشاری هستند لازم است که ارزش های مکانی اعداد اعشاری را معرفی کنیم ، ارزش مکانی عددهای اعشاری (ریاضی چهارم ابتدایی صفحات ۱۱۳ و ۱۱۲)

انجام فعالیت زیر دانش آموزان را برای یادگیری ارزش های مکانی عدد اعشاری آماده می کند.

۵ سانتی متر و $\frac{0}{5}$ سانتی متر می شود $\frac{5}{5}$ سانتی متر . $\frac{5}{5}$ سانتی متر

یعنی: $\frac{55}{100}$ تا $\frac{0}{100}$ سانتی متر ۲ لیتر و $\frac{0}{100}$ لیتر می شود $\frac{2}{100}$ لیتر یعنی $\frac{27}{100}$ تا $\frac{0}{100}$ لیتر .

$\frac{0}{100}$ تا $\frac{0}{100}$ سانتی متر می شود یک سانتی متر و $\frac{10}{100}$ تا $\frac{0}{100}$ لیتر می شود یک لیتر

جدول ارزش مکانی اعداد اعشاری : چون هر عدد اعشاری از دو قسمت تشکیل شده است قسمت اعشاری و قسمت غیر اعشاری (قسمت طبیعی یا قسمت درست عدد)

مثال ۶: عدد اعشاری $\frac{3}{7}$ یعنی قسمت درست = ۳ و قسمت اعشاری = $\frac{3}{7}$ همان $\frac{0}{7}$ سپس این عدد اعشاری را در جدول زیر قرار دهید.

یکی	دهم
	۷

$\frac{3}{7}$ ←

مثال ۷ :

یکی	دهم
<input type="text"/>	<input type="text"/>

← ۹/۲

دهم	یکی	ده تایی
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

← ۱۲/۴

دهم	یکی	ده تایی	صد تایی
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

← ۳۲۵/۶

مثال ۸ : (در کتاب پنجم ابتدایی)

صدم	دهم	یکی
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

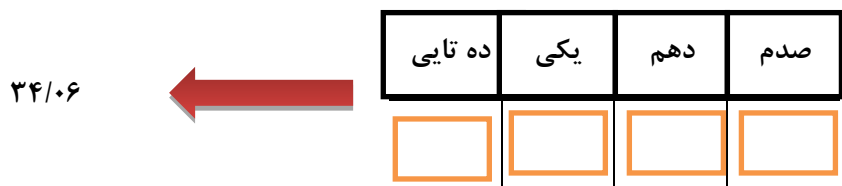
← ۳/۶۵

صدم	دهم	یکی
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

← ۷/۱۴

صدم	دهم	یکی
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

← ۰/۳۷



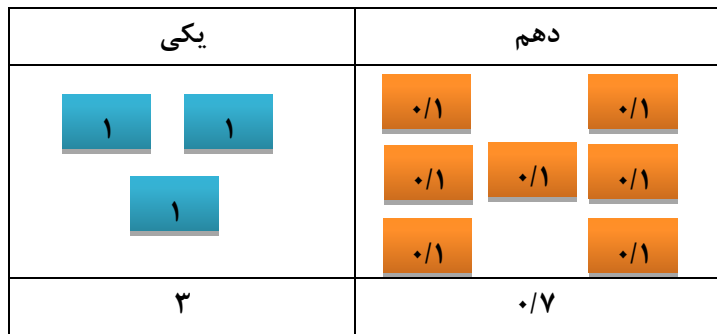
مثال ۹: حاصل جمع دو عدد $2/3$ و $1/4$ را بیابید. یعنی: $2/3 + 1/4 = ?$

بدون رسم شکل

دهم	یکی
۳	۲
۴	+ ۱
۷	۳

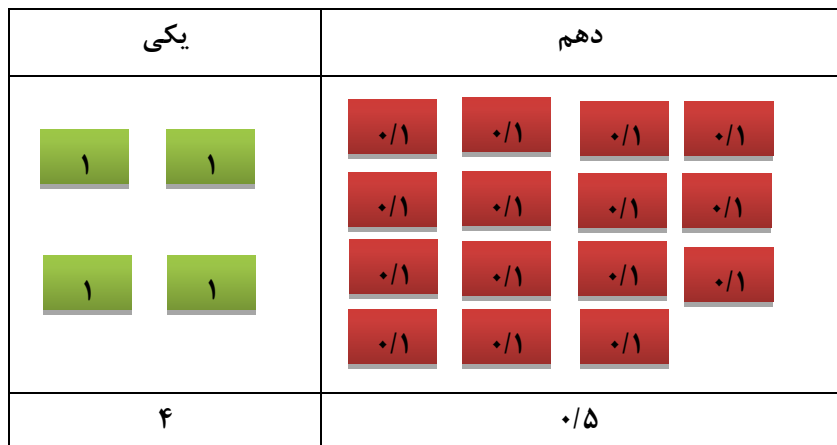
$$\begin{array}{r} 2/3 \\ + 1/4 \\ \hline 2/7 \end{array}$$

با رسم شکل



مثال ۱۰: $1/7 + 2/8 = ?$

دهم	یکی
۷	۱
۸	+ ۲
۵	۴



توجه :

در کلاس چهارم ابتدایی برای جمع دو عدد اعشاری قانون خاصی ذکر نمی گردد و از دانش آموزان می خواهیم به هر روشی که می توانند حاصل جمع دو عدد اعشاری را به دست آورند.

راه حل های دانش آموزان (روش های دانش آموزان) می تواند عبارت باشد از :

روش اول : همانند جمع دو عدد دو رقمی عمل کردن (نتیجه نهایی جمع)

۱

$$\begin{array}{r} 6/7 \\ + 1/9 \\ \hline 8/6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3/4 \\ + 2/3 \\ \hline 5/7 \end{array}$$

روش دوم : همانند جمع دو رقمی به صورت مرحله ای جمع کردن

$$\begin{array}{r} 6/7 \\ + 1/9 \\ \hline 7/7 \\ + 0/9 \\ \hline 8/6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3/4 \\ + 2/3 \\ \hline 5/4 \\ + 0/3 \\ \hline 5/7 \end{array}$$

روش سوم : رسم شکل همانند مثال ۹ و ۱۰ (با کشیدن محور اعداد)

روش چهارم : قرار دادن در جدول ارزش مکانی همانند مثال ۹ و ۱۰

ب) جمع دو عدد اعشاری که ارقام اعشاری آن ها بیش از یک رقم دارد. (کتاب پنجم ابتدایی)

برای تدریس جمع دو عدد اعشاری که ارقام اعشاری آن ها بیش از یک رقم دارد کافی است که فعالیت های زیر را انجام دهیم.

فعالیت ۱: $0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 + 0/1 = \frac{10}{10} = 1$

یا ۱۰ تا ۰/۱ می شود یک واحد کامل همچنین ۱۰ تا ۰/۰۱ می شود ۱۰ و ۱۰ تا ۰/۰۰۱ می شود ۱۰۰

$$0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 + 0/01 = \frac{10}{100} = 0/1$$

$$0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 + 0/001 = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0/01$$

فعالیت ۲: گسترده عددهای زیر را بیابید:

$$10/019 \text{ و } 2/945$$

$$10/019 = 10 + 0/01 + 0/009$$

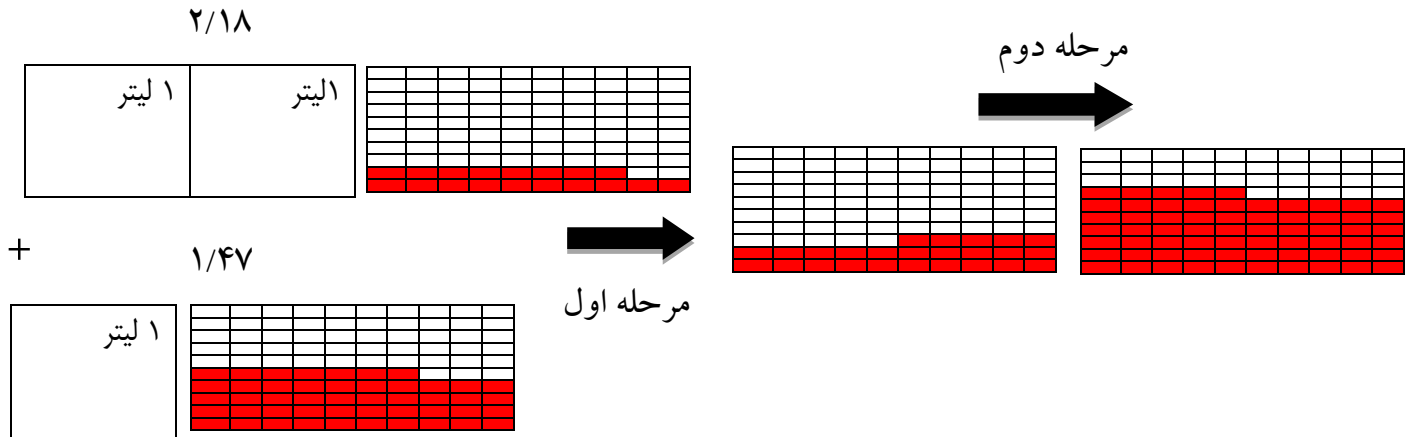
$$2/945 = 2 + 0/9 + 0/04 + 0/005$$

حل:

نمونه ۱:

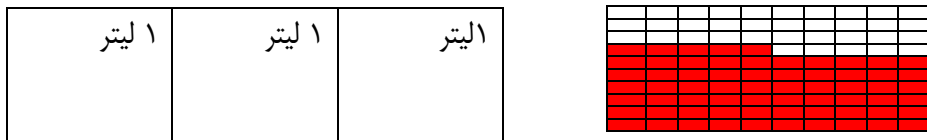
تدریس جمع $2/18 + 1/47$:

اول: رسم شکل



در مرحله اول ۷ خانه کوچک از ۴۷ خانه کوچک عدد دوم را به خانه های کوچک عدد اول اضافه می کنیم (یعنی صدم ها را با هم جمع می کنیم) $(0/08 + 0/7 = 0/15)$

در مرحله دوم باقی خانه های کوچک رنگ شده عدد دوم را به خانه های کوچک عدد اول اضافه می کنیم (دهم ها را با هم جمع می کنیم) در مرحله سوم واحدها (لیترها) را با هم جمع می کنیم.



پس:

$$\begin{array}{r} 2/18 \\ +1/47 \\ \hline 3/65 \end{array}$$

روش دوم: استفاده از جدول ارزش مکانی

صد	دهم	یکی	⇒	صد	دهم	یکی	⇒	صد	دهم	یکی	⇒	صد	دهم	یکی
۸	۱	۲	مرحله اول	۸	۱	۲	مرحله دوم	۵	۲	۲	مرحله سوم	۵	۶	۲
۷	۴	۱		۷	۰	۰			۴	۰		۰	۰	۰
				۵	۲	۲		۵	۶	۳		۵	۶	۳

روش سوم: (روش قدیمی جمع کردن)

$$\begin{array}{r} 2/18 \\ + 1/47 \\ \hline 3/65 \end{array}$$

در نمونه ۱ از طرف به ترتیب صدم، دهم و یکان جمع کردیم).

نمونه ۲: جمع $۳/۳۸۵ + ۱/۴۷۴$. در این نمونه برعکس عمل می کنیم از طرف یکان بعد دهم بعد صدم و در نهایت هزارم جمع می کنیم.

یکان	مرحله اول	یکان	دهم	مرحله دوم	یکان	دهم	صدم	مرحله سوم	یکان	دهم	صدم	هزارم	مرحله چهارم
۳	⇒	۰	۳	⇒	۰	۰	۸	⇒	۰	۰	۰	۵	⇒
۱		۰	۴		۰	۰	۷		۰	۰	۰	۴	
۴		۰	۷		۱	۵	۰		۰	۰	۹		

یکان	دهم	صدم	هزارم
۰			
+۰	۷		
+۰	۱	۵	
+۰	۰	۰	۹
۳	۸	۵	۹

نمونه ۱ و نمونه ۲ هر دو جمع اعداد اعشاری را محاسبه می کند. کدام نمونه بهتر است یا آسان تر است دانش آموز:

در کتاب ریاضی پایه ششم برای جمع نوع الف (معنی جمع دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشار هستند)

(صفحه ۲۷ کتاب) و از دانش آموزان می خواهد که هر روشی که ساده تر است را انتخاب کنند.

مثال ۱: جمع $۳/۱ + ۲/۷$

$$۳/۱ + ۲/۷ = \frac{۳۱}{۱۰} + \frac{۲۷}{۱۰} = \frac{۵۸}{۱۰} = ۵/۸$$

روش اول: (تبدیل کسر کردن)

روش دوم: (تبدیل به عدد مخلوط)

$$۳/۱ + ۲/۷ = ۳ \frac{۱}{۱۰} + ۲ \frac{۷}{۱۰} = (۳+۲) + \left(\frac{۱}{۱۰} + \frac{۷}{۱۰} \right) = ۵ + \frac{۸}{۱۰} = ۵/۸$$

روش سوم:

$$۳/۱ + ۲/۷ = ۳ + ۰/۱ + ۲ + ۰/۷ = ۵ + ۰/۸ = ۵/۸$$

روش چهارم: (جدول ارزش مکانی)

یکان	دهم	
۳	۱	⇒
+۲	۷	
۵	۸	

۳/۱
+۲/۷
۵/۸

مثال ۲: جمع $۴/۷ + ۵/۶$

$$۴/۷ + ۵/۶ = \frac{۴۷}{۱۰} + \frac{۵۶}{۱۰} = \frac{۱۰۳}{۱۰} = ۱۰/۳$$

روش اول: (تبدیل به کسر)

$$۴/۷ + ۵/۶ = ۴ \frac{۷}{۱۰} + ۵ \frac{۶}{۱۰} = ۹ + \frac{۷}{۱۰} + \frac{۶}{۱۰} = ۹ + \frac{۱۳}{۱۰} = ۹ + \frac{۳}{۱۰} = ۱۰ \frac{۳}{۱۰} = ۱۰/۳$$

روش دوم: (تبدیل به عدد مخلوط)

روش سوم:

$$۴/۷ + ۵/۶ = ۴ + ۰/۷ + ۵ + ۰/۶ = ۹ + ۱/۳ = ۱۰/۳$$

دهگان	یکان	دهم
	۴	۷
	۵	۶
۱	۰	۳

روش چهارم (جدول ارزش مکانی)

$۴/۷$

$+۵/۶$

$۱۰/۳$

۲- در صفحه ۲۹ کتاب ششم برای جمع نوع ب (یعنی جمع دو عدد اعشاری که رقم اعشار آنها بیشتر از یک رقم است) دو روش پیشنهاد شده است و دانش آموزان حق انتخاب دارند و روش ساده تر را انتخاب می کنند.

مثال ۱: جمع $۱۲/۲۵ + ۳۶/۴۲$

روش اول:

$$\begin{array}{r} ۱۲/۲۵ \\ + ۳۶/۴۲ \\ \hline ۴۸/۶۷ \end{array}$$

روش دوم:

$$\begin{array}{r} ۱۲ \\ + ۳۶ \\ \hline ۴۸ \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} ۲۵ \\ + ۴۲ \\ \hline ۶۷ \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} ۱۲/۲۵ \\ + ۳۶/۴۲ \\ \hline ۴۸/۶۷ \end{array}$$

در روش اول جمع از طرف راست (اعشار) صورت گرفته است و جمع از طرف صدم بعد دهم و سپس یکان و در نهایت دهگان شروع شده است.

در روش دوم جمع در دو مرحله صورت گرفته است ارقام اعشاری جدا و ارقام غیراعشاری هم جدا شده اند و در مرحله دوم این دو جمع را با هم نوشته شده است.

مثال ۲: جمع $۲۴/۴۸ + ۱۷/۷۳$

$$\begin{array}{r} ۱۱\ 1 \\ ۲۴/۴۸ \\ + ۱۷/۷۳ \\ \hline \end{array}$$

روش اول:

$$\begin{array}{r} 24 \\ +17 \\ \hline 41 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 48 \\ +73 \\ \hline 121 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{r} 24/48 \\ +17/73 \\ \hline 42/21 \end{array}$$

روش دوم:

دانش آموزان معمولاً روش اول را انتخاب می کنند زیرا در جمع با انتقال این روش آسان تر است.

تفریق اعداد اعشاری:

برای آموزش تفریق دو عدد اعشاری همانند جمع عددهای اعشاری عمل می کنیم یعنی همه مراحل آموزش جمع دو عدد اعشاری را برای آموزش تفریق دو عدد اعشاری بکار می گیریم.

برای شروع و زمینه سازی از رسم شکل و محور اعداد کمک می گیریم.

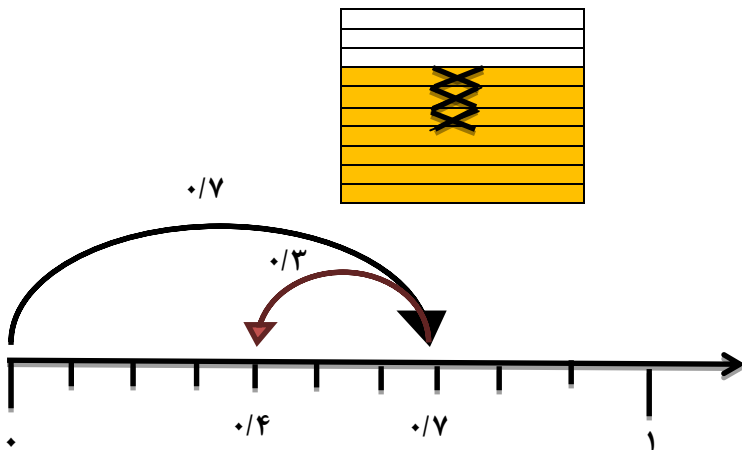
مثال ۱: برای تفریق $0.7 - 0.3$ به صورت زیر عمل می کنیم. برای نمایش عدد اعشاری 0.7 و شکل یک ظرف آب درجه بندی شده (ظرف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می کنیم) که 0.7 آن پر از آب است را رسم می کنیم و سپس 0.3 آن را حذف می کنیم (با علامت \times مشخص می کنیم)

و باقی مانده آب 0.4 است.

$$0.7 - 0.3 = 0.4$$

پس:

به کمک محور هم تفریق را انجام می دهیم.



توجه ۱: در صفحه ۱۱۰ کتاب ریاضی چهارم ابتدای با استفاده از تفریق دو عدد یک رقمی، تفریق $0.7 - 0.3$ آموزش داده می شود.

$$7 - 3 = 4 = 70 - 30 = \text{۷ ده تایی} - \text{۳ ده تایی} = \text{۴ ده تایی}$$

$$700 - 300 = \text{۷ صد تایی} - \text{۳ صد تایی} = \text{۴ صد تایی}$$

$$7000 - 3000 = \text{۷ هزار تایی} - \text{۳ هزار تایی} = \text{۴ هزار تایی}$$

بنابراین:

$$0/4 = 4 \text{ دهم} - 3 \text{ دهم} - 7 \text{ دهم} = 0/3 - 0/7$$

توجه ۲: می توان برای تفریق $0/3 - 0/7$ از نمایش کسری آن کمک گرفت یعنی:

$$0/7 - 0/3 = \frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = 0/4$$

حال همانند جمع دو عدد اعشاری به تفریق دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشار می باشند به صورت کلی می پردازیم.

روش اول: استفاده از جدول ارزش مکانی:

نمونه ۱: تفریق $3/6 - 1/2$ (جدول ارزش مکانی و رسم شکل)

یکی	دهم
۳	۶
-۱	۲
۲	۴

یکی	دهم
۴	۲
-۱	۷

یکی	دهم
۳	۱۲
-۱	۷
۲	۵

نمونه ۲: تفریق $4/2 - 1/7$

$4/2 - 1/7 = 2/4$

$4/2 - 1/7 = 2/5$

روش دوم: (روش مرحله ای: یعنی تفریق یکی ها و سپس تفریق دهم ها)

نمونه ۱:	$3/6$	نمونه ۲:	$4/2$
	$-1/2$		$-1/7$
	$2/6$		$3/2$
	$-0/2$		$-0/7$
	$2/4$		$2/5$

در کتاب ریاضی چهارم ابتدایی دانش آموزان یکی از این دوروش را به دلخواه انتخاب می کنند و به کمک آن تفریق اعداد اعشاری که دارای یک رقم اعشار هستند انجام می دهند.

در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی به تفریق اعداد اعشاری که تعداد ارقام اعشار آنها بیشتر از یک است پرداخته می شود.

برای تفریق دو عدد اعشاری که دارای چند رقم اعشار هستند نیاز به یک زمینه سازی است و این کار با یک فعالیت می تواند شروع شود که در آن تبدیل عدد یک به ۱۰ تا ۰/۱ و تبدیل عدد مثلاً ۵ به ۵۰ تا ۰/۱ همچنین تبدیل عدد یک به ۱۰۰ تا ۰/۰۱ و تبدیل عدد اعشاری ۰/۱ به ۱۰ تا ۰/۰۱ کار می شود.

نمونه ۱:

۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۰
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	108	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰

$$\text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} + \text{---} = \text{---} = 1$$

$$\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.1$$

نمونه ۲:

$$\frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0.01$$

نمونه ۳: (قراردادن اعداد اعشاری در جدول ارزش مکانی) عدد ۷/۱۲۴ را در جدول ارزش مکانی قرار می دهیم.

یکی	دهم	صدم	هزارم
۷	۱	۲	۴

نمونه ۴: (نوشتن گسترده اعداد اعشاری) گسترده عدد ۷/۱۲۴ را می نویسیم.

$$7/124 = 7 + 0.1 + 0.02 + 0.004$$

بعد از زمینه سازی به آموزش تفریق دو عدد اعشاری می پردازیم.

توجه: چون تفریق بعد از جمع تدریس می گردد، اگر دانش آموزان مراحل بالا را یاد گرفته باشند دیگر به زمینه سازی نیازی نیست.

مثال ۱: تفریق $0.847 - 0.381$ می دانیم که 0.847 یعنی ۸۴۷ تا هزارم و 0.381 هم یعنی ۳۸۱ تا هزارم پس چون:

$$\begin{array}{r} 0.847 \\ -0.381 \\ \hline 0.466 \end{array} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 847 \\ -381 \\ \hline 466 \end{array}$$

مثال ۲: تفریق $1/72 - 0.427$ می دانیم که $1/72 = \frac{1}{72} = \frac{10}{720} = \frac{100}{7200}$ زیر $\frac{100}{7200}$ پس همانند مثال ۱ می توان عمل کرد:

$$\begin{array}{r} 1/720 \\ -0.427 \\ \hline 1/293 \end{array} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 1720 \\ -427 \\ \hline 1293 \end{array}$$

مثال ۳: تفریق $2/304 - 5/726$. (صفحه ۱۰۲ کتاب پنجم ابتدایی)

مرحله اول	۶	مرحله دوم	۲	مرحله سوم	۷	مرحله چهارم	۵
مرتبه هزارم	$\frac{-4}{2}$	مرتبه صدم	$\frac{-0}{4}$	مرتبه دهم	$\frac{-3}{4}$	مرتبه یکی ها	$\frac{-2}{3}$

مثال ۴:

$$\begin{array}{r} ۸/۲۶۹ \\ -۳/۴۵۲ \\ \hline ۴/۸۱۷ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۷/۲۶۵ \\ -۴/۰۳۹ \\ \hline -۳/۲۲۶ \end{array}$$

یعنی عمل تفریق از طرف ارقام اعشاری شروع می کنیم.

در کتاب ریاضی ششم ابتدایی برای تفریق دو عدد اعشاری که دارای یک رقم اعشار هستند چهار روش ذکر می گردد (صفحه ۲۷ کتاب) این چهار روش مشابه چهار روش برای جمع دو عدد اعشاری است.

تفریق $۳/۱ - ۲/۷$:

$$۳/۱ - ۲/۷ = \frac{۳۱}{۱۰} - \frac{۲۷}{۱۰} = \frac{۴}{۱۰} = ۰/۴$$

روش اول: (تبدیل به کسر)

روش دوم: (روش عدد مخلوط)

$$۳/۱ - ۲/۷ = ۳ \frac{۱}{۱۰} - ۲ \frac{۷}{۱۰} = ۱ + \left(\frac{۱}{۱۰} - \frac{۷}{۱۰} \right) = \frac{۱۱}{۱۰} - \frac{۷}{۱۰} = \frac{۴}{۱۰} = ۰/۴$$

روش سوم:

$$۳/۱ - ۲/۷ = (۳+۰/۱) - (۲+۰/۷) = (۳-۲) + (۰/۱-۰/۷) = ۱ + (۰/۱-۰/۷) = ۰/۱ + (۱-۰/۷) = ۰/۱ + ۰/۳ = ۰/۴$$

روش چهارم: (استفاده از جدول ارزش مکانی)

یکان	دهم
۳	۱
-۲	۷
<hr/>	

یکی	دهم
۳	۱
-۲	۷
<hr/>	
۰	۴

۳/۱
-۲/۷
<hr/>
۰/۴

در صفحه ۲۹ برای تفریق دو عدد اعشاری که رقم های اعشاری آنها بیشتر از یک رقم باشد دو روش پیشنهاد می گردد (مشابه جمع).

تفریق $۳۶/۳۲ - ۱۲/۱۱$:

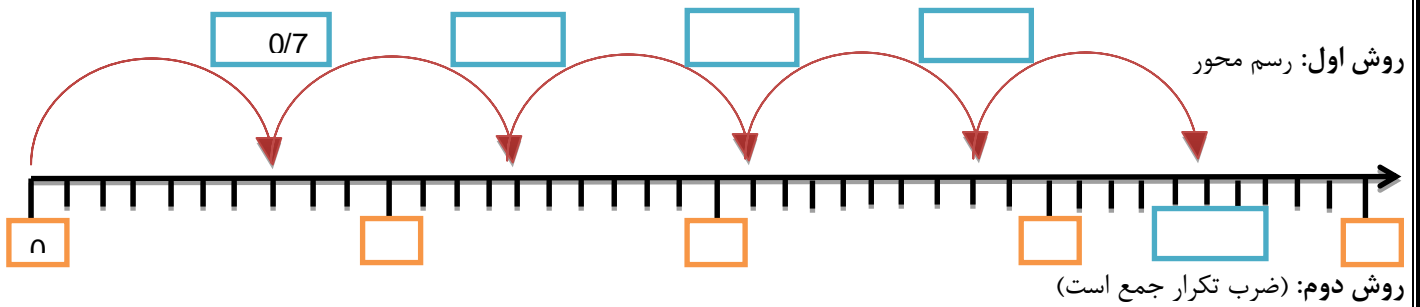
۳۶	۳۲	۳۶/۳۲	روش دوم:	۳۶/۳۲	روش اول:
<hr/>	<hr/>	<hr/>		<hr/>	<hr/>
۲۴	۲۱	۲۴/۲۱		۲۴/۲۱	

انتخاب با دانش آموزان است.

ضرب دو عدد اعشاری در هم:

ضرب اعداد اعشاری در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی تدریس می گردد. با توجه به اینکه ضرب، تکرار جمع می باشد برای ضرب یک عدد درست (صحیح) در عدد اعشاری از مفهوم تکرار جمع استفاده می کنیم (فعالیت صفحه ۱۰۴).

نمونه ۱: ضرب $0/7 \times 5$



$$0/7 + 0/7 + 0/7 + 0/7 + 0/7 = 3/5$$



$$5 \times 0/7 = 3/5$$

نمونه ۲: ضرب $0/25 \times 6$

روش اول: رسم شکل در کتاب صفحه ۱۰۴

روش دوم: از روی جمع

$$0/25 + 0/25 + 0/25 + 0/25 + 0/25 + 0/25 = 1/5 \Rightarrow 6 \times 0/25 = 1/5$$

نمونه ۳: ضرب $0/184 \times 4$

روش اول: رسم شکل در کتاب صفحه ۱۰۴

روش دوم: از روی جمع

$$0/184 + 0/184 + 0/184 + 0/184 = 0/736 \Rightarrow 4 \times 0/184 = 0/736$$

برای ضرب دو عدد اعشاری در هم با تبدیل کردن عوامل ضرب به کسر دانش آموزان به قانون ضرب پی می برند.

مثال ۱:

$$0/2 \times 0/3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100} = 0/06$$

$$2/1 \times 0/8 = \frac{2}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{16}{100} = 0/16$$

$$0/12 \times 1/9 = \frac{12}{100} \times \frac{1}{9} = \frac{12}{900} = 0/012$$

طبق این مثال می توان به قانون زیر رسید.

برای ضرب دو عدد اعشاری در هم، اول این دو عدد را بدون در نظر گرفتن ممیز (اعشار) در هم ضرب می کنیم سپس به تعداد رقم های اعشاری هر دو عامل ضرب (تعداد رقم های هر دو عدد را با هم جمع می کنیم) از سمت راست در حاصل ضرب ممیز می گذاریم.

مثال ۱:

$\begin{array}{r} 4/5 \\ \times 2/3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ \times 23 \\ \hline 135 \\ + 900 \\ \hline 1035 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4/5 \\ \times 2/3 \\ \hline 10/35 \end{array}$
--	--	--

توجه: در ضرب 45×23 از طرف یکان ضرب شده است دانش آموز می تواند از طرف دهگان ضرب کند.

مثال ۲:

$\begin{array}{r} 3/35 \\ \times 1/4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 335 \\ \times 14 \\ \hline 1340 \\ + 3350 \\ \hline 4690 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3/35 \\ \times 1/4 \\ \hline 4/690 \end{array}$
---	---	---

توجه: برای تفهیم ضرب در کلاس پنجم ابتدایی (صفحه ۱۰۵ و ۱۰۶) یک فعالیت طراحی شده است و برای ضرب $4/2 \times 1/8$ پنج روش (روش سمانه-روش سحر-روش ساناز-روش سپیده و روش مریم) آمده است.

تقسیم اعداد اعشاری: برای تدریس این پنج روش دانش آموزان با مفهوم ضرب آشنا می شوند و هر روشی که آسان تر است را برای ضرب دو عدد اعشاری انتخاب می کنند.



تقسیم دو عدد اعشاری بر هم لازم است که:

(۱) تقسیم یک عدد بر یک عدد طبیعی یادآوری شود (۲) تقسیم یک عدد اعشاری بر یک عدد طبیعی تدریس گردد (۳) یافتن رابطه بین تقسیم اعداد اعشاری و تقسیم دو عدد طبیعی بررسی گردد.

برای یادآوری تقسیم دو عدد طبیعی بر هم می توان به هر دانش آموز یک تقسیم داد و راه حل نهایی آنها را بررسی کرد.

تقسیم یک عدد اعشاری بر یک عدد طبیعی: در صفحه ۳۳ ریاضی پایه ششم ابتدایی در مرحله اول از رسم شکل استفاده می شود سپس در مرحله دوم از یادآوری تقسیم دو عدد طبیعی کمک می گیریم.

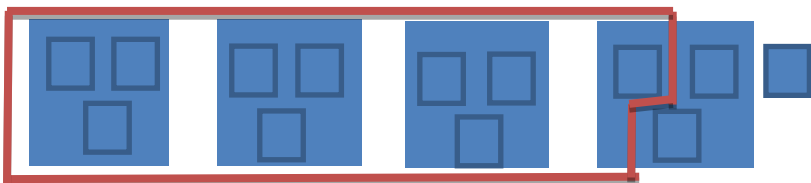
مثال ۱: تقسیم $3 \div 7/2$ (یعنی تقسیم $7/2$ بین سه نفر)

روش اول رسم شکل: برای عدد یک، یک مستطیل که از 10 قسمت تشکیل شده است و برای $1/10$ یک مربع کوچک در نظر می گیریم.

پس برای عدد $7/10$ شکل مقابل را در نظر می گیریم.



اول 7 را بر عدد 3 تقسیم می کنیم که به دو دسته 3 تایی تقسیم می شود و یک واحد کامل یعنی یک مستطیل که از 10 قسمت تقسیم شده است باقی می ماند این مستطیل را هم به 10 مربع کوچک (که هر کدام نمایش $1/10$ است) تقسیم می کنیم و سپس 12 مربع کوچک (یعنی $12/10$) به دسته های 3 تایی تقسیم می کنیم که به چهار دسته تقسیم می شود و یک مربع باقی می ماند پس به هر نفر 2 واحد کامل (مستطیل) و 4 مربع ($4/10$) می رسد و یک مربع کوچک یعنی $1/10$ باقی می ماند.



روش دوم: استفاده از تقسیم دو عدد طبیعی: مراحل رسم شکل را به صورت تقسیم مقابل می نویسیم.

$$\begin{array}{r}
 7/3 \quad 3 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 7 \quad 3 \quad 3 \\
 - \quad 6 \quad 4 \\
 \hline
 1 \quad 3 \\
 - \quad 1 \quad 2 \\
 \hline
 0 \quad 1
 \end{array}
 \qquad
 \rightarrow$$

برای ممیز خط قرمز در نظر می گیریم.

نتیجه: در تقسیم یک عدد اعشاری بر یک عدد طبیعی همانند تقسیم عدد طبیعی بر عدد طبیعی عمل می کنیم و هر وقت در تقسیم به ممیز (اعشار) رسیدیم در خارج قسمت علامت ممیز قرار می دهیم.

$$\begin{array}{r}
 35 \quad 98 \quad | \quad 21 \\
 \hline
 = 21 \quad | \quad 1/71 \\
 \hline
 14 \quad 9 \\
 = 14 \quad 7 \\
 \hline
 \cdot\cdot \quad 28 \\
 = \cdot\cdot \quad 21 \\
 \hline
 \cdot \quad 07
 \end{array}$$

نتیجه: با توجه به مثال ۱ و ۲ یک رابطه بین رقم های اعشار مقسوم و باقی مانده وجود دارد و این رابطه، برابر بودن تعداد ارقام اعشاری مقسوم و باقی مانده است. (تقسیم هایی که باقی مانده غیر صفر دارد.)

سوال: آیا رابطه ای بین ارقام اعشاری مقسوم و خارج قسمت وجود دارد؟

برای یافتن جواب این سوال به مثال زیر توجه می کنیم.

مثال ۳: تقسیم های زیر را با دو رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید (یعنی تقسیم را تا زمانی انجام دهید که خارج قسمت دارای ۲ رقم اعشار باشد).

(ج)

$$2/37 \quad 5$$

$$\begin{array}{r}
 37 \quad 5 \\
 \hline
 = 7 \quad 0 \quad 0/47 \\
 \hline
 \cdot \quad 37 \\
 = \quad 35 \\
 \hline
 \cdot\cdot \quad 02
 \end{array}$$

(ب)

$$8/3 \quad 4$$

$$\begin{array}{r}
 8 \quad 30 \quad 4 \\
 \hline
 = 8 \quad | \quad 2/07 \\
 \hline
 \cdot \quad 3 \\
 = \quad \cdot \quad \cdot \\
 \hline
 \cdot \quad 30 \\
 = \quad 28
 \end{array}$$

(الف)

$$17/0 \quad 6$$

$$\begin{array}{r}
 17 \quad 0 \quad 6 \\
 \hline
 = 12 \quad | \quad 2/83 \\
 \hline
 \cdot \quad 5 \quad \cdot \\
 = \quad 4 \quad 8 \\
 \hline
 \cdot \quad 20 \\
 = \quad 18
 \end{array}$$

حل:

توجه: به جای $\frac{8}{3}$ نوشته ایم $\frac{8}{30}$ زیرا $\frac{8}{3} = \frac{8 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{80}{30}$ و هم چنین به جای $\frac{17}{100}$ نوشته ایم $\frac{1700}{10000}$

نتیجه: طبق مثال ۳ و مثال ۲ می بینیم که برای داشتن خارج قسمتی با دو رقم اعشار باید برای مقسوم هم دو رقم اعشار در نظر بگیریم و چون عدد ۱۷ ارقام اعشاری نداشت آن را به صورت $\frac{1700}{10000}$ نوشتیم یعنی بعد از ممیز ۲ رقم صفر نوشته ایم تا دارای ۲ رقم اعشار گردد و هم چنین برای عدد $\frac{8}{3}$ نوشته ایم $\frac{80}{300}$.

پس جواب سوال بالا به این بستگی دارد که در تقسیم می خواهیم خارج قسمت چند رقم اعشار داشته باشد. سپس به تعداد ارقام اعشاری که برای خارج قسمت می خواهیم باید مقسوم هم ، همان تعداد ارقام اعشار داشته باشد که اگر مقسوم آن عدد تعداد ارقام اعشار نداشت از صفر استفاده می کنیم.

$$\begin{array}{r} 100 \quad 3 \\ \hline 9 \quad 0/33 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 01 \end{array}$$

مثال ۴: تقسیم $3 \div 1$ را با دو رقم اعشار در خارج قسمت انجام دهید.

حل:

توجه: در تقسیم $4 \div \frac{8}{3}$ بعد از اینکه یکی ها را تقسیم کردیم و نوبت به تقسیم $\frac{0}{3}$ رسید چون $\frac{0}{3}$ را نمی توان بر ۴ تقسیم کرد $\frac{0}{3}$ را به صورت $\frac{0}{30}$ نوشتیم و $\frac{0}{30}$ را بر ۴ تقسیم می کنیم که جواب $\frac{0}{70}$ است. (معمولاً به این کار قرار دادن ۰ بعد از ممیز است و آوردن یک رقم از مقسوم و قرار دادن آن کنار ۳) به مثال زیر توجه کنید.

$$\begin{array}{r} 22 \quad 100 \quad 22 \\ \hline 22 \quad 1/004 \\ \hline 00 \quad 100 \\ 088 \\ \hline 012 \end{array}$$



مثال ۵:

برای یافتن رابطه بین تقسیم دو عدد اعشاری بر هم و تقسیم دو عدد طبیعی بر هم در کتاب ریاضی پایه ششم ابتدایی صفحه ۳۶ یک فعالیت به صورت زیر طراحی شده است. و حاصل این فعالیت این است که "اگر مقسوم و مقسوم علیه همزمان در یک عدد ضرب شود در نتیجه تقسیم (یعنی خارج قسمت) هیچ تاثیری ندارد یا به عبارت دیگر خارج قسمت ثابت باقی می ماند."

$$\text{زیرا در تقسیم } m \div n \text{ (به عبارت دیگر } m \div n = \frac{m}{n} \text{ داریم)} \frac{km}{kn} = \frac{km}{kn}.$$

پس برای تقسیم دو عدد اعشاری بر هم کافی است این دو عدد اعشاری را در یک عدد مانند ۱۰، ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ ضرب کنیم تا اعشار آن از بین برود و سپس دو عدد طبیعی به دست آمده را بر هم تقسیم کنیم.

مثال ۱:

$$\begin{array}{r} 0/7 \overline{) 0/3} \\ \underline{0/3} \\ 0/4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 4 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 70 \overline{) 30} \\ \underline{30} \\ 40 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 700 \overline{) 300} \\ \underline{300} \\ 400 \end{array}$$

بدیهی است که در تقسیم های $0/7 \div 0/3$ ، $7 \div 3$ ، $70 \div 30$ ، $700 \div 300$ خارج قسمت عدد ۱ است. ولی باقی مانده ها ۱۰ برابر، ۱۰۰ برابر و ۱۰۰۰ برابر می شود.

$$0/4 \times 100 = 40 \quad , \quad 0/4 \times 1000 = 400 \quad , \quad 0/4 \Rightarrow 4 \text{ (باقی مانده)}$$

نتیجه: پس به جای تقسیم $0/7 \div 0/3$ کافی است که تقسیم $7 \div 3$ را انجام دهیم.

مثال ۲:

$$\begin{array}{r} 4/3 \overline{) 0/7} \\ \underline{4/3} \\ 0/4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 43 \overline{) 7} \\ \underline{42} \\ 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 4 \overline{) 3} \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0/1 \end{array}$$

مثال ۳:

$$\begin{array}{r} 7/23 \overline{) 0/11} \\ \underline{7/23} \\ 0/11 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 723 \overline{) 11} \\ \underline{66} \\ 55 \\ \underline{55} \\ 0 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \overline{) 23} \\ \underline{6} \\ 17 \\ \underline{17} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0/63 \end{array}$$

مثال ۴:

$$\begin{array}{r}
 38 \quad \frac{1}{8} \\
 \hline
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{r}
 380 \quad 18 \\
 \hline
 = 36 \\
 20 \\
 \hline
 = 18
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 3 \quad 80 \quad \frac{1}{8} \\
 \hline
 = 3 \quad 6 \\
 20 \\
 \hline
 = 18
 \end{array}$$

توجه: در تقسیم ها از روش قدیم استفاده شده است.

هندسه

یکی از مباحثی که در ریاضیات دوره ابتدایی آموزش داده می شود هندسه می باشد. هندسه دوره ابتدایی شامل مطالب زیر است.

خط و نقطه - چند ضلعی ها (مثلث، مربع، لوزی، مستطیل، متوازی الاضلاع و ...) - دایره - زاویه و انواع زاویه - اندازه گیری زاویه - اندازه گیری طول - خطوط عمود و موازی - محیط و مساحت - تقارن و خط تقارن و تقارن مرکزی و محوری - حجم برخی از اجسام فضایی (مکعب و مکعب مستطیل) - دستگله مختصات

هندسه دوره ابتدایی به استدلال و اثبات منطقی نمی پردازد. هندسه دوره ابتدایی هندسه ای شهودی و ملموس همراه با آزمایش و کار با وسایل و کشف و نتیجه گیری است.

در سال اول ابتدایی از اشکال هندسی استفاده می شود برای اینکه دانش آموزان با شمارش و مفاهیم ریاضی آشنا شوند. اشکال را بدون دانستن نام آن ها (مانند دایره، مثلث، مربع، مستطیل، پنج ضلعی و ...) بکار می رود تا دانش آموزان مهارت شمردن و مهارت جمع و تفریق کردن یاد بگیرند. در سال اول ابتدایی دانش آموز در ابتدا با گردی و سه گوش و چهار گوش و خط باز و بسته آشنا می شود و استفاده از شابلون برای رسم شکل و استفاده از خط کش برای رسم خط را یاد می گیرد. در انتهای کتاب سال اول ابتدایی با نام دایره، مثلث، مربع و مستطیل آشنا می گردد. شکل های متقارن و خط تقارن و رسم این اشکال را به کمک شابلون و یافتن شکل هایی که محور تقارن دارند در کتاب اول ابتدایی آمده است و آموزش این مطالب همگی به صورت عملی و همراه با فعالیت های دانش آموزان صورت می گیرد.

در سال دوم ابتدایی علاوه بر تقارن و خط تقارن و استفاده از شابلون و خط کش به معرفی سه گوشه، ضلع و چند ضلعی و اندازه گیری طول و معرفی متر و سانتی متر و میلی متر و ارتباط واحد های طول با هم پرداخته می شود. در سال دوم از اشکال هندسی برای ساختن وسایل و شکل های دیگر استفاده می گردد.

در سال سوم ابتدایی از شکل مکعب برای معرفی اعداد سه رقمی و چهار رقمی استفاده می گردد. دانش آموز با طول و عرض مستطیل، خط، نیم خط، پاره خط و قطر چندضلعی، قطر و شعاع دایره و محیط اشکال (چندضلعی ها) و مساحت مربع و مساحت مستطیل و واحد اندازه گیری مساحت آشنا می گردد.

در کلاس چهارم ابتدایی به اندازه گیری طول، اندازه گیری زاویه، انواع زاویه (تند، باز، راست) و کار با نقاله و انواع مثلث، خط عمود و موازی و چهار ضلعی متوازی الاضلاع و لوزی و مساحت و محیط آن ها و ارتباط بین چهارضلعی ها پرداخته می شود.

در کلاس پنجم ابتدایی به تقارن محوری و تعریف خط تقارن و تقارن مرکزی و تعریف مرکز تقارن و زاویه و نیم ساز زاویه و مجموع زوایای یک مثلث و چند ضلعی ها و مجموع زوایای آن ها و خصوصیات چهار ضلعی ها پرداخته می شود . همچنین ارتباط بین حجم اجسام و گنجایش اشکال (اندازه گیری مایعات درون یک ظرف) بررسی می گردد.

در کلاس ششم ابتدایی به اندازه گیری طول و فاصله یک نقطه تا یک خط، وسط یک پاره خط و اندازه گیری زاویه و مقایسه زاویه ها و اندازه گیری سطوح و حجم و مساحت دایره پرداخته می شود.

برخی از مباحث هندسه در کتاب های ریاضی دوره ابتدایی تکرار می گردد و منظور از این تکرار آشنایی دانش آموزان با مفاهیم هندسی و تکمیل این مفاهیم در سال بعد است . این مفاهیم تکراری عبارت اند از: خط- چهار ضلعی ها- زاویه و تقارن ها و اندازه گیری طول و زاویه و مساحت و حجم اجسام است که در کتاب ریاضی پنجم و ششم ابتدایی کامل می گردد.

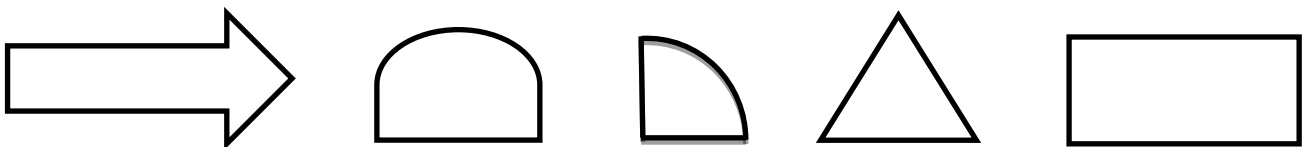
با توجه به اینکه در دوره ابتدایی نیازی به اثبات و استدلال نیست بنابراین تعداد زیادی از مفاهیم هندسی از جمله خط، نیم خط، پاره خط، چندضلعی ها (مثلث، مربع، لوزی، مستطیل، متوازی الاضلاع) و دایره و تقارن بدون تعریف دقیق به دانش آموزان معرفی می شود و دانش آموزان هم با لمس کردن و بازی کردن و شمارش کردن و ساختن اشکال و برش زدن با این مفاهیم آشنا می شوند.

در این جا به برخی از مفاهیم هندسی مانند محیط، مساحت و حجم و ... می پردازیم.

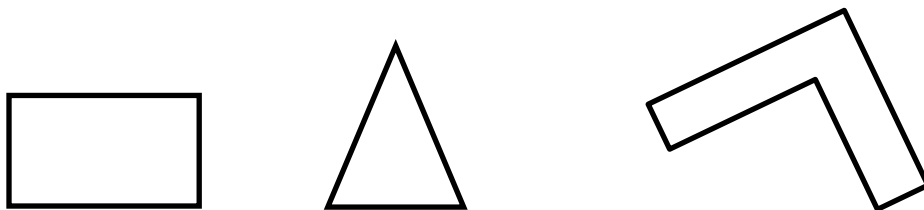
محیط: اندازه دور هر شکل را محیط آن شکل می نامیم. در تعریف محیط، شکل باید بسته باشد اگر شکل باز باشد اندازه پاره خط هایی که شکل را تشکیل می دهند، اندازه گرفته می شود ولی چون شکل یک خط بسته نیست به آن اندازه محیط شکل گفته نمی شود.

برای اینکه دانش آموزان با محیط شکل ها آشنا شوند با کشیدن چند شکل بسته از آن ها می خواهیم که با مداد رنگی دور شکل را رنگ کنند . لزومی ندارد که شکل ها شناخته شده باشند. (صفحه ۸۵ کتاب ریاضی سوم ابتدایی).

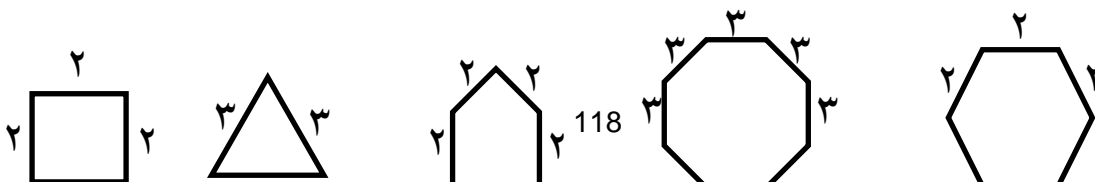
نمونه ۱: با مداد رنگی دور شکل های زیر را رنگ کنید.



نمونه ۲: به کمک خط کش محیط شکل های زیر (اندازه دور شکل ها) را اندازه گیری کنید.



نمونه ۳: در هر شکل طول پاره خط ها اندازه گیری شده و کنار آن ها نوشته شده است با توجه به این اندازه ها محیط هر شکل را بیابید و سپس نتیجه زیر را کامل کنید





نتیجه: محیط شکل های که اندازه اضلاع آن با هم مساوی است برابر است با.....

توجه: شکل های نمونه ۳ را چند ضلعی منتظم می نامیم و طبق نتیجه قبل محیط مربع و مثلث متساوی الاضلاع عبارت است از:

$$\text{محیط مربع} = \text{اندازه یک ضلع} \times 4 \qquad \text{محیط مثلث متوازی الاضلاع} = \text{اندازه یک ضلع} \times 3$$

محیط لوزی هم همانند محیط مربع بدست می آید.

برای محاسبه محیط مستطیل و متوازی الاضلاع با توجه به برابری ضلع های رو به رو در این دو شکل متوجه می شویم که:

$$\text{محیط مستطیل} = (\text{طول} + \text{عرض}) \times 2 \qquad \text{محیط متوازی الاضلاع} = (\text{مجموع دو ضلع مجاور}) \times 2$$

برای محاسبه محیط دایره نیاز به مقدمه سازی است. با طرح یک فعالیت دنبال یک فرمول برای محاسبه محیط دایره می گردیم.

روش اول: دایره ای دلخواه در نظر می گیریم و روی آن چند نقطه را به هم وصل می کنیم تا یک چند ضلعی (چند ضلعی محاط در دایره) بدست آید به کمک محیط این چند ضلعی، محیط تقریبی دایره را می یابیم.

دانش آموزان می توانند تعداد نقاط انتخابی روی دایره را دلخواه انتخاب کنند و به تعداد دانش آموزان مقدار تقریبی برای محیط دایره بدست می آید. هرچه تعداد نقاط روی دایره بیشتر باشد مقدار تقریبی دقیق تر است.

با این روش مقدار تقریبی محیط دایره بدست می آید.

روش دوم: از دانش آموزان می خواهیم که هر دانش آموز دو دایره به شعاع دلخواه روی مقوا درست کنند و دور این دایره ها را ببرند و با متر اندازه دور دایره ها را حساب کنند و شعاع خود را در جدول زیر یادداشت کنند. اگر ۲۰ دانش آموز در یک کلاس درس باشند و هر دانش آموز ۲ دایره رسم کند جمعا ۴۰ دایره رسم می شود که ممکن است برخی از دایره ها دارای شعاع برابر باشند.

نسبت محیط به قطر	محیط دایره	قطر دایره	شعاع دایره

نسبت محیط دایره به قطر آن را عدد پی می نامیم و تقریبا این عدد برابر با $\frac{3}{14}$ می باشد و در ریاضی با π (می خوانیم پی) نمایش داده

$$\frac{3}{14} = \frac{\text{محیط}}{\text{اندازه قطر}} \qquad \text{می شود.}$$

$$\text{نتیجه: } \pi \times \text{شعاع} \times 2 = \pi \times \text{اندازه قطر} = \text{محیط دایره}$$

مثال: محیط شکل های زیر را بیابید.

(۱) دایره ای به شعاع ۵ سانتی متر

حل: سانتی متر $\frac{31}{4} = 3\frac{3}{4} = 10 \times \frac{3}{14} =$ محیط

(۲)



حل: سانتی متر $\frac{7}{14} = 4 + \frac{1}{4} (4 \times \frac{3}{14}) = 4 + \frac{3}{4} = 4\frac{3}{4}$ محیط

(۳)



حل: سانتی متر $\frac{10}{28} = 4 + \frac{1}{2} (4 \times \frac{3}{14}) = 4 + \frac{6}{7} = 4\frac{6}{7} = 4\frac{10}{28}$ محیط

تمرین

(۱) استخری به شکل مستطیل داریم که طول آن ۱۰ و عرض آن ۸ متر است می خواهیم دور این استخر دو دور سیم خاردار بکشیم. چه مقدار سیم خاردار نیاز است؟

(۲) زمینی به شکل مستطیل که یک طرف آن به یک رودخانه محدود است می خواهیم دور این زمین حصار بکشیم. اگر طول این زمین ۵۰ متر و عرض آن ۲۰ متر باشد آنگاه در هر حالت زیر مقدار حصار لازم را حساب کنید.

الف) رودخانه در طرف طول مستطیل باشد

ب) رودخانه در طرف عرض مستطیل باشد

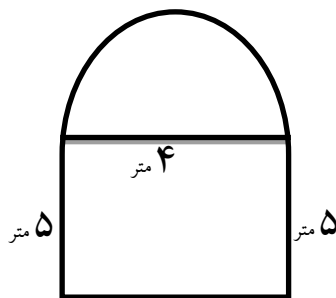
(۳) شکلی به صورت زیر در دست است

الف) محیط شکل را حساب کنید

ب) اگر شکل مقابل پنجره یک خانه باشد و چهارچوب این پنجره از

فلز آهن ساخته شده باشد چند متر برای این چهارچوب بکار رفته است؟

(قطر نیم دایره را قسمتی از چهارچوب در نظر بگیرید).



مساحت و واحد اندازه گیری مساحت: در کلاس سوم ابتدایی، دانش آموزان با مفهوم سطح و واحد سطح آشنا می شوند.

در یک فعالیت از دانش آموزان خواسته می شود که روی سطح میز یا روی سطح کتاب یا دیوار دست بکشند. همچنین با رنگ کردن سطح میز یا شکل و مقایسه قسمت های رنگ شده دانش آموزان به مفهوم سطح پی می برند. با استفاده از کاغذ شطرنجی از دانش آموزان می خواهیم که چند شکل دلخواه مانند مربع- لوزی- مستطیل و مثلث روی کاغذ شطرنجی رسم کنند و آنها را به دلخواه رنگ آمیزی کنند سپس از هر دانش آموز می

خواهیم شکل های خود را به دی‌گران نشان دهد و بگوید که سطح کدام شکل از سطح بقیه شکل ها بیشتر است یعنی سطح شکل ها را با هم مقایسه کنند.

برای معرفی واحد اندازه گیر سطح می توان از چند کاغذ رنگی و قیچی استفاده کرد (دانش آموزان در سال دوم در کتاب ریاضی برای پوشاندن سطح یک شکل را با شکل های ک و چک آموزش دیده اند) از دانش آموزان می خواهیم که تعدادی مثلث هم اندازه و تعدادی دایره هم اندازه و تعدادی شش ضلعی هم اندازه با این کاغذ های رنگی درست کنند.

(می توان کاغذ های رنگی که بصورت شطرنجی مثلثی شکل و مربعی شکل هستند را برش زد) و از دانش آموزان می خواهیم م با شکل هایی که درست کرده اند سطح میز معلم را بپوشانند و پوشاندن را برای اشکال دیگر هم بکار گیرند و با پرسیدن اینکه با کدام یک از شکل های دایره ، مثلث ، شش ضلعی راحت تر می توان سطح میز را پوشاند به جواب شکل مربع می رسیم و به این صورت به معرفی واحد اندازه گیری سطح که مربعی به طول یک سانتی متر است می رسیم و به اندازه سطح هر شکل را مساحت می گوئیم.

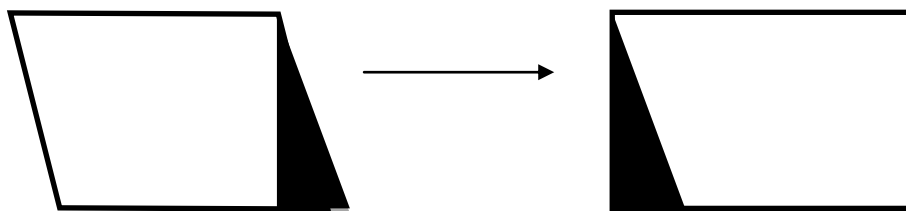
با شمردن و تکرار فعالیت پوشاندن سطح اشکال مختلف (مانند مربع-مثلث-مستطیل و ...) توسط مربعی به طول یک سانتی متر دانش آموزان به فرمول مساحت مربع و مستطیل به صورت زیر می رسند.

اندازه یک ضلع ضرب در خودش = مساحت مربع یا اندازه ضلع × اندازه ضلع = مساحت مربع

عرض × طول = مساحت مستطیل یا اندازه عرض × اندازه طول = مساحت مستطیل

در سال چهارم ابتدایی (کتاب ریاضی صفحه ۱۳۲ و ۱۳۱) از روی مساحت مستطیل بصورت زیر مساحت متوازی الاضلاع و از روی مساحت متوازی الاضلاع مساحت مثلث را پیدا می کنیم.

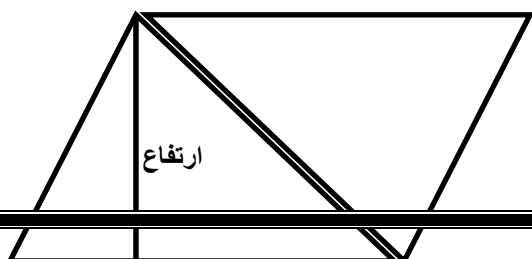
برای یافتن یک فرمول برای مساحت متوازی الاضلاع با رسم یک متوازی الاضلاع و قیچی کردن مثلث از گوشه آن و قرار دادن این مثلث در گوشه دیگر متوازی الاضلاع یک مستطیل درست می شود.



سپس مساحت متوازی الاضلاع برابر با مساحت مستطیل است . چون طول مستطیل همان قاعده متوازی الاضلاع و عرض مستطیل همان ارتفاع متوازی الاضلاع است پس:

اندازه ارتفاع × اندازه قاعده = مساحت متوازی الاضلاع

و با قرار دادن دو متوازی الاضلاع هم اندازه ، به صورت وارونه کنار هم یک مثلث درست می کنیم پس مساحت متوازی الاضلاع دو برابر مساحت مثلث است پس:



$$(\text{اندازه ارتفاع}) \times (\text{اندازه قاعده}) = \frac{1}{2} \times \text{مساحت مثلث}$$

قاعده

برای یافتن مساحت لوزی و دوزنقه بصورت زیر عمل می کنیم (کلاس پنجم ریاضی صفحه ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶) در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۱۱۴ و ۱۱۵ یک فعالیت طراحی شده است که در این فعالیت سه دانش آموز به سه روش مختلف مساحت لوزی را پیدا می کنند. برای رسیدن یک فرمول برای مساحت لوزی در صفحه ۱۱۵ به صورت زیر عمل می کنیم.

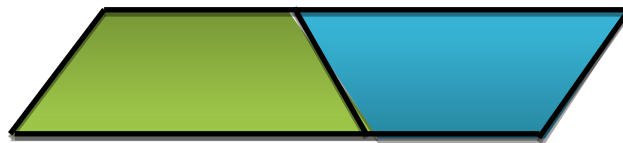
روی دو مقوا با رنگ های مختلف دو لوزی رسم می کنیم، یکی از لوزی ها را از روی قطر آن برش می ز نیم و به چهار مثلث تقسیم می کنیم و این چهار مثلث را روی لوزی دیگر قرار می دهیم تا دانش آموزان متوجه شوند که مساحت این چهار مثلث با مساحت لوزی یکسان است سپس این چهار مثلث را در اطراف لوزی قرار می دهیم تا یک مستطیل درست شود و چون :

مساحت مستطیل = طول \times عرض پس نصف قطر بزرگ = طول مستطیل و نصف قطر کوچک = عرض مستطیل

پس: (مساحت مستطیل) $= \frac{1}{2}$ مساحت لوزی

یعنی: (قطر کوچک \times قطر بزرگ) $= \frac{1}{2}$ مساحت لوزی

برای پیدا کردن یک فرم کلی برای مساحت دوزنقه روی دو مقوا با رنگ های متفاوت دو دوزنقه هم اندازه رسم می کنیم و این دو دوزنقه را بصورت مقابل کنار هم قرار می دهیم تا یک متوازی الاضلاع بدست آید.



چون مساحت متوازی الاضلاع برابر با قاعده \times ارتفاع است. پس چون ارتفاع متوازی الاضلاع همان ارتفاع دوزنقه است و قاعده متوازی الاضلاع برابر با مجموع دو قاعده کوچک و بزرگ دوزنقه است.

پس: (ارتفاع \times مجموع دو قاعده) $= 2 \times$ مساحت دوزنقه

تبصره: برای اینکه هر سطح اندازه معینی داشته باشد و برای همه شناخته شده باشد واحد های استاندارد را بکار می بریم . واحد استاندارد اندازه گیری سطح متر مربع است. برای دقیق تر شدن اندازه گیریها (مخصوصا برای شکل های کوچک) از واحد های کوچکتر مانند دسی متر مربع، سانتی متر مربع و میلی متر مربع استفاده می کنیم.

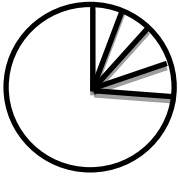
مساحت دایره: برای محاسبه مساحت دایره در مرحله اول بصورت تقریبی مساحت دایره را می یابیم.

یک دایره به شعاع چهار سانتی متر رسم میکنیم و با استفاده از مربع هایی به طول یک سانتی متر سطح این دایره را می پوشانیم و تعداد مربع های مورد استفاده (مربع هایی که داخل دایره واقع می شوند) برابر با مساحت دایره برحسب سانتی متر مربع است (حدودا ۴۸ سانتی متر مربع).

حال اگر این دایره را به ۲۴ مثلث تقسیم کنیم (۲۴ نقطه به فاصله مساوی روی دایره در نظر بگیرد) این نقاط را به ترتیب به هم وصل کنید و از هر نقطه به مرکز دایره وصل کنید. قاعده هر مثلث یک سانتی متر (بصورت تقریبی) و ارتفاع بصورت تقریبی ۴ سانتی متر در نظر بگیرید.

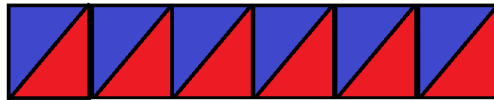
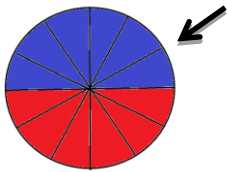
سانتی متر مربع $48 = 24 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 24 \times 2 = 48$ مساحت مثلث $24 \times 2 = 48$ مساحت تقریبی دایره

(توجه: سانتی متر $25/12 = 2 \times 4 \times 3/14 =$ محیط دایره)



تقسیم کردن یک دایره به مثلث و مربع خیلی آسان نیست بنابراین باید یک فرمول برای آن یافت و در فعالیت زیر می توان به یک فرمول برای محاسبه مساحت دایره رسید.

یک دایره به شعاع ۴ رسم می کنیم و روی این دایره ۱۲ نقطه به فاصل مساوی در نظر می گیریم و از این نقاط به مرکز دایره رسم می کنیم. به هر قسمت یک قطاع می نامیم و نصف دایره را رنگ آبی و نصف دیگر را رنگ قرمز می کنیم و قطاع های قرمز و آبی را طوری برش می زنیم که شبیه دو لبه یک زیپ در بیاید که با بستن این زیپ یک شکل شبیه مستطیل درست می شود (شکل).



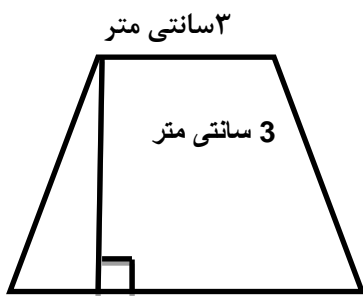
طبق شکل :

شعاع \times شعاع $\times 1/4 =$ مساحت مستطیل = مساحت دایره

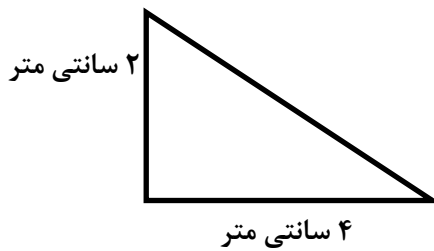
پس: شعاع \times شعاع $\times 3/14 =$ مساحت دایره

زیرا که عرض مستطیل برابر شعاع مستطیل است و محیط دایره هم طول مستطیل است بنابراین مساحت دایره برابر است با : $3/14 \times$ شعاع

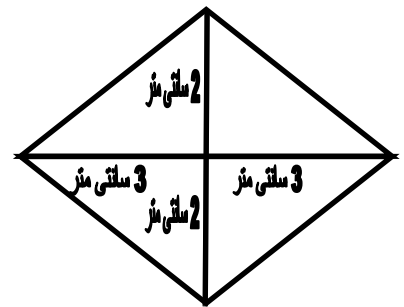
مثال : مساحت شکل های زیر را بیابید.



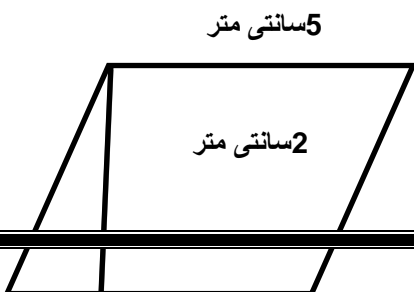
۶ سانتی متر



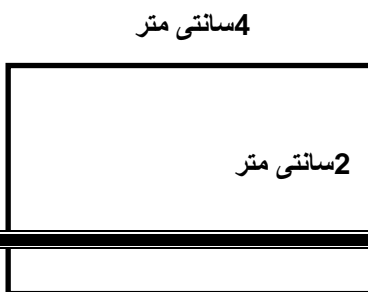
۴ سانتی متر



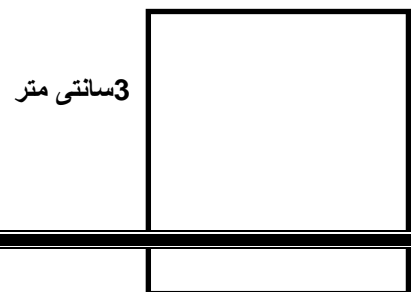
۳ سانتی متر



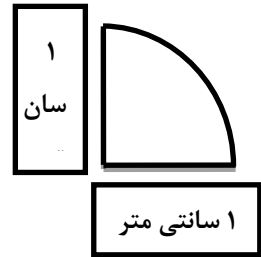
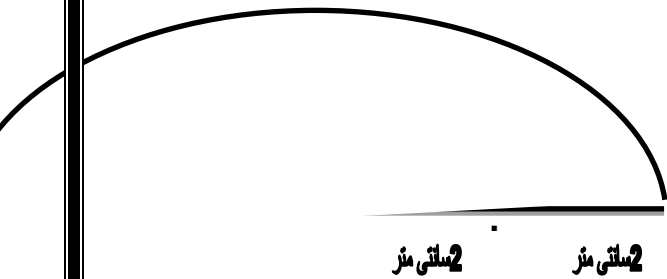
۲ سانتی متر



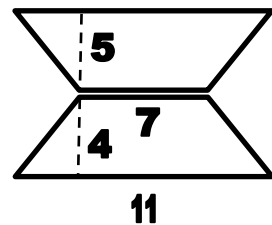
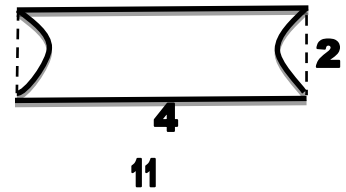
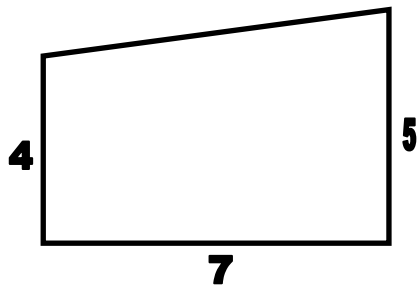
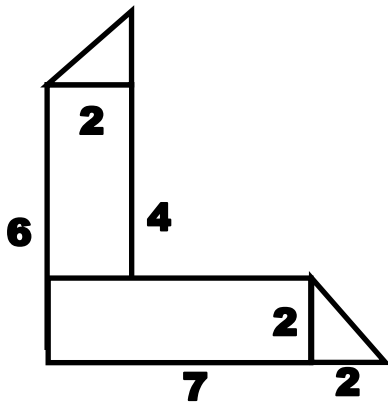
۲ سانتی متر



۳ سانتی متر



تمرین: مساحت شکل های زیر را حساب کنید.



تبصره: در کتاب ریاضی ششم ابتدایی مکعب مستطیل و مکعب مورد بررسی قرار می گیرد؛ این دو جسم دارای شش سطح می باشند. برای یافتن مساحت این شش سطح باید برای مکعب مستطیل مساحت شش مستطیل و برای مکعب باید مساحت شش مربع را حساب کنیم.

حجم اجسام:

با یک فعالیت مفهوم حجم را به دانش آموزان آموزش می دهیم . یک ظرف شفاف درجه بندی شده را که دارای مقداری آب است در نظر می گیریم و یک تکه سنگ و یک مکعب فلزی و یکجسم فلزی کروی شکل همراه خود به کلاس درس می آوریم و این اجسام (تکه سنگ و مکعب و کره) را در ظرفی که مقداری آب دارد قرار می دهیم و هر بار مقدار آبی که در ظرف بالا می آید را حساب می کنیم و از دانش آموزان می خواهیم که تعیین کنند که کدام یک از این سه جسم حجم بیشتری را دارند و دانش آموزان طبق مقدار آب بالا آمده جواب می دهند و با مفهوم حجم آشنا می گردند.

در یک فعالیت دیگر (کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۱۱۳) به کمک شمردن مکعب ها به مقایسه حجم اجسامی که از تعدادی مکعب تشکیل شده اند می پردازیم و به کمک شکل هندوانه و کله قند (تکه کردن هندوانه به دو قسمت و خرد کردن کله قند به قسمت های کوچکتر) دانش آموزان پی می برند که حجم یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن تغییر می کند.

بوی پیدا کردن واحد اندازه گیری حجم در مکعب مستطیل از مکعب های مستطیل کوچک به ابعاد مختلف استفاده می کنیم و برای یک جسم مکعب مستطیل شکل اندازه های متفاوت پیدا می کنیم (صفحه ۱۱۴ کتاب پنجم ابتدایی) و برای اینکه به واحد استاندارد برسیم به یاد آوری واحدهای طول و مساحت و حجم مایعات می پردازیم و برای اندازه گیری حجم اجسامی مانند مکعب و مکعب مستطیل یک مکعب استاندارد به ضلع یک سانتی متر را معرفی می کنیم و واحد اندازه گیری حجم اجسام جامد مانند مکعب و مکعب مستطیل را سانتی متر مکعب در نظر می گیریم.

دانش آموزان با شمارش مکعب های استاندارد به فرمول زیر به حجم مکعب مستطیل می رسند.

ارتفاع × عرض × طول = حجم مکعب مستطیل

توجه: برای محاسبه حجم مایعات از واحد لیتر استفاده کرده ایم . در یک فعالیت یک لیتر آب را درون یک مکعب به طول و عرض و ارتفاع ۱۰ سانتی متر می ریزیم و می بینیم که گنجایش این مکعب برابر یک لیتر است و پی می بریم که هر لیتر برابر ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است زیرا حجم این مکعب برابر $10 \times 10 \times 10 = 1000$ سانتی متر مکعب است و یک سانتی متر مکعب را یک سی سی یا میلی لیتر می نامیم و از یک سی سی برای اندازه گیری مایعات کم مانند شربت سرما خوردگی و واکنش ها و سرنگ استفاده می کنیم.

حجم برخی از اجسام فضایی در بخش اجسام فضایی مانند استوانه، مخروط و چهار ضلعی منتظم آمده است.

اجسام فضایی (اجسام سه بعدی)

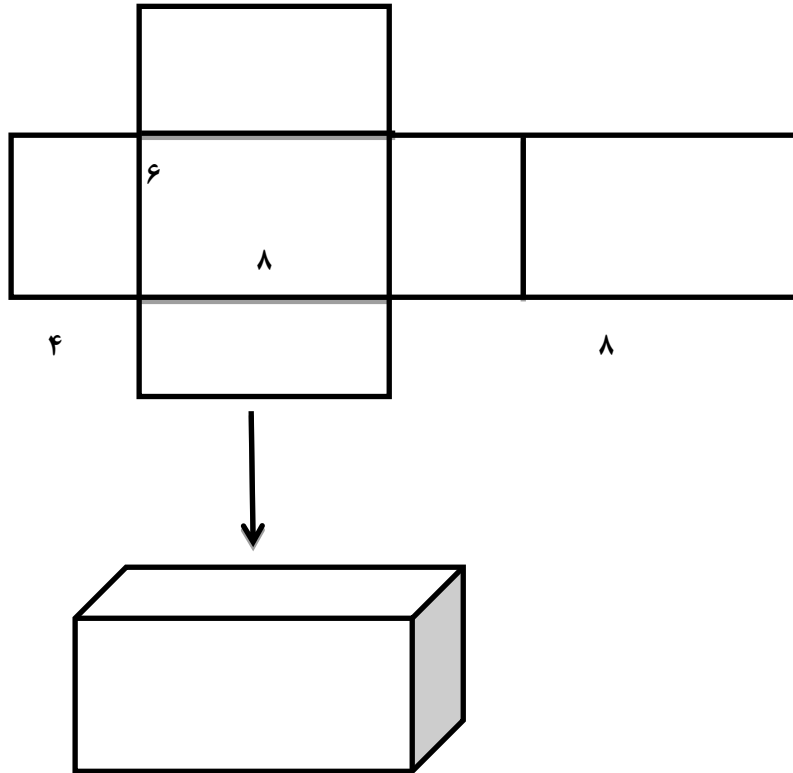
در دوره ی ابتدایی دانش آموزان با برخی از اجسام فضایی مانند مکعب و مکعب مستطیل - استوانه - هرم - مخروط - کره و منشور آشنا می شوند. از اجسام هرم - کره و منشور بدون ذکر نام برای مقایسه ی حجم اجسام و یافتن واحد اندازه گیری حجم استفاده می گردد . ولی از مکعب و مکعب مستطیل و استوانه و مخروط بیشتر استفاده می گردد . از مکعب برای معرفی عدد چهار رقمی و واحد اندازه گیری حجم اجسام جامد استفاده می گردد.

مکعب مستطیل و مکعب :

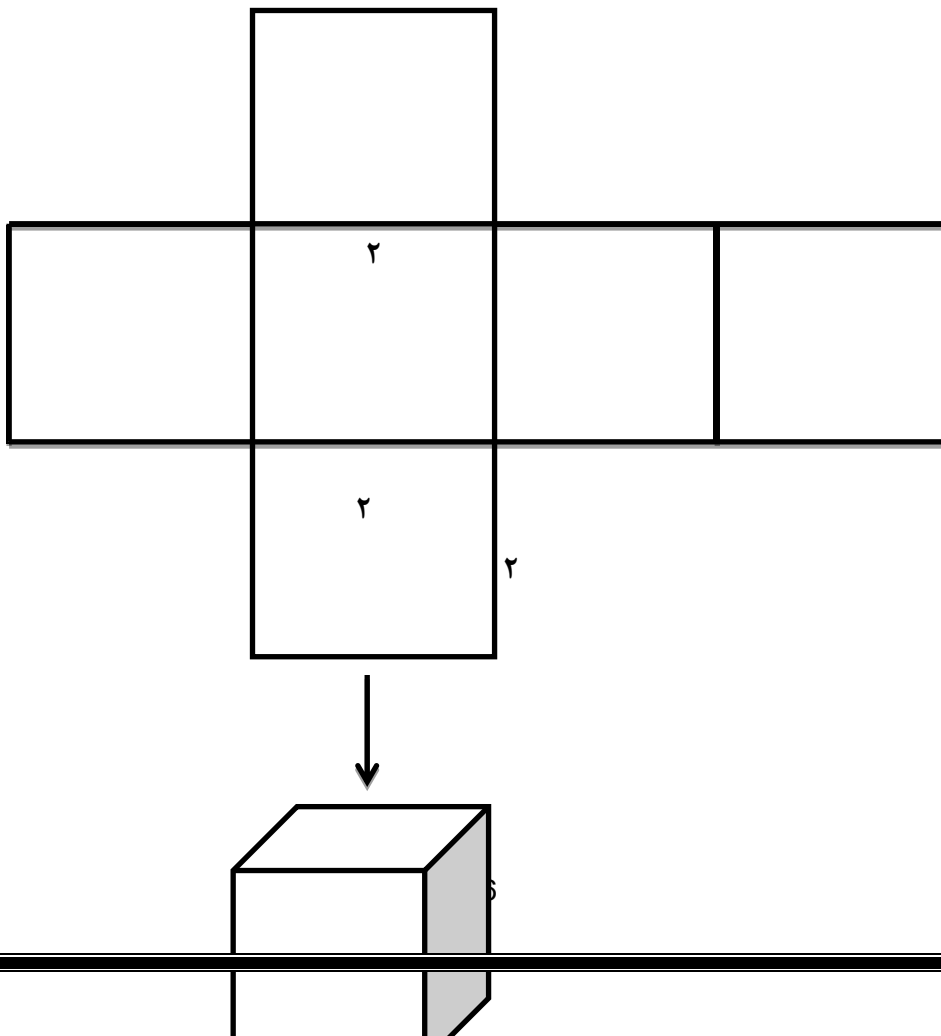
دانش آموزان با جعبه ی دستمال کاغذی، چینه ها، جعبه بسته بندی اجسام، جعبه پودر ماشین لباسشویی، قوطی کبریت و ... سروکار دارند. این جعبه ها مثال خوبی برای مکعب و مکعب مستطیل هستند.

با باز کردن یک جعبه و پهن کردن آن روی یک میز می توان گسترده ی یک مکعب و مکعب مستطیل را به صورت زیر دید و با مقوا می توان از روی این گسترده ها مکعب و مکعب مستطیل را درست کرد.

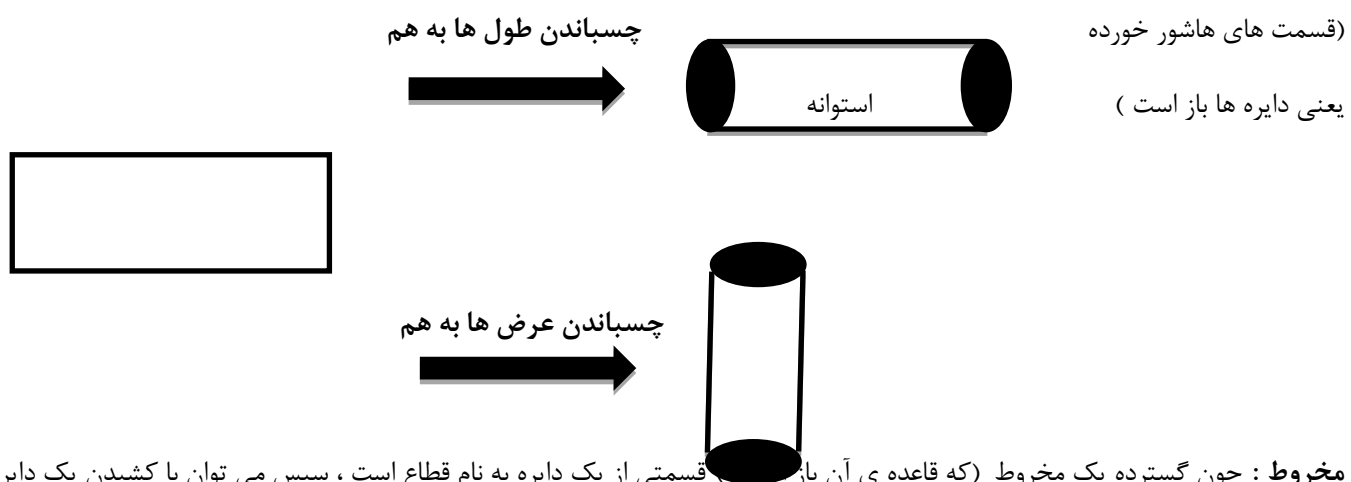
گسترده مکعب مستطیل به طول هشت سانتی متر و عرض شش سانتی متر و ارتفاع چهار سانتی متر به صورت زیر است.



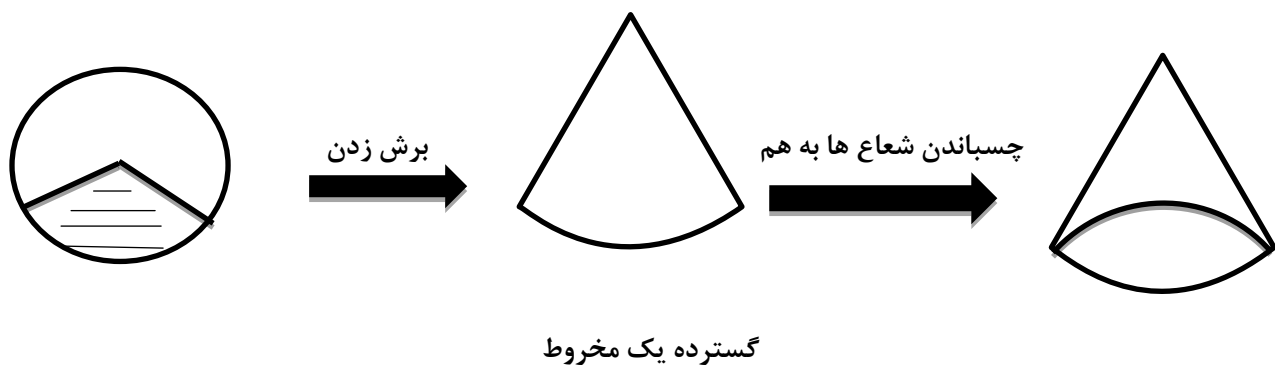
گسترده مکعب به طول و عرض و ارتفاع دو سانتی متر.



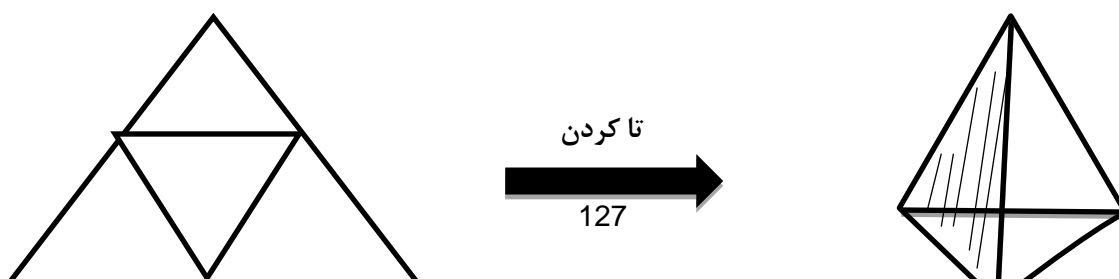
استوانه : چون گسترده ی یک استوانه (که دو طرف آن باز است) یک مستطیل است. سپس با کشیدن یک مستطیل و به هم چسباندن دو لبه ی آن (از طرف طول یا از طرف عرض) می توان یک استوانه را درست کرد.



مخروط : چون گسترده یک مخروط (که قاعده ی آن باز است) قسمتی از یک دایره به نام قطاع است ، سپس می توان با کشیدن یک دایره و برش آن به صورت زیر یک مخروط درست کرد.

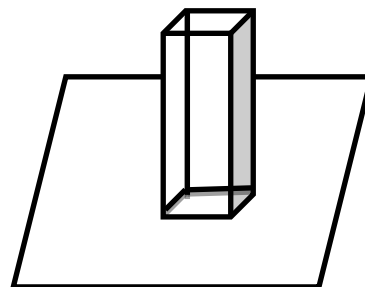
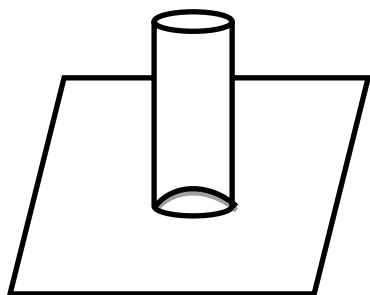


چهار وجهی منتظم: گسترده چهار وجهی منتظم تشکیل شده از چهار مثلث متساوی الاضلاع و به صورت زیر است : با تا کردن این گسترده می توان چهاروجهی منتظم را ساخت.



حجم اجسام فضایی که دارای دو قاعده مساوی باشند (مکعب، مکعب مستطیل، استوانه و منشور)

با یک فعالیت قاعده این اجسام را معرفی می کنیم از دانش آموزان می خواهیم این اجسام را روی یک مقوا قرار دهد و روی مقوا دور این اجسام خط بکشد.



ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم این اجسام

$\pi r^2 h$ = ارتفاع \times مساحت دایره = ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم استوانه

شعاع دایره = r

ارتفاع = h

ارتفاع \times عرض \times طول = ارتفاع \times مساحت مستطیل = ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم مکعب مستطیل

ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم منشور

اگر قاعده منشور مثلث باشد آنگاه:

ارتفاع \times مساحت مثلث = حجم منشور

توجه: قاعده منشور می تواند مربع، مثلث، پنج ضلعی و شش ضلعی منتظم باشد.

حجم مخروط: یک استوانه و یک مخروط که ارتفاع آنها یکسان و شعاع قاعده آن برابر است در نظر می گیریم و از دانش آموزان می خواهیم که به کمک این مخروط درون استوانه را پر از آب کنند. دانش آموز با سه بار پر کردن مخروط و خالی کردن آن در استوانه به این نتیجه می رسد که:

$\frac{1}{3} \pi r^2 h$ = (حجم استوانه) $\frac{1}{3}$ = حجم مخروط

شعاع قاعده = r

ارتفاع مخروط = h

حجم چهاروجهی منتظم و حجم هرم هم مانند حجم یک مخروط می توان حساب کرد. یک منشور و یک هرم که ارتفاع آن با ارتفاع منشور برابر است و قاعده آن با قاعده منشور یکسان است را در نظر می گیریم و با سه بار پر کردن هرم و خالی کردن آن در یک منشور، منشور پر از آب می گردد.

پس: ارتفاع \times (مساحت قاعده) $\div 3 =$ (حجم منشور) $\div 3 =$ حجم هرم

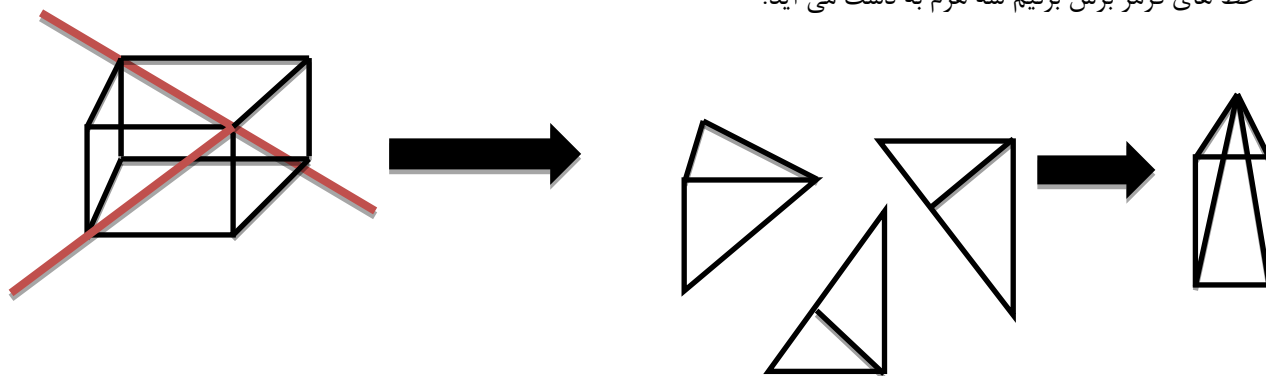
حال چون چهار وجهی منتظم هم حالت خاصی از هرم است

پس: ارتفاع چهار وجهی \times (مساحت مثلث متساوی الاضلاع) $\div 3 =$ حجم چهاروجهی منتظم

توجه: قاعده هرم هم همانند منشور می تواند مثلث و مربع و پنج ضلعی و شش ضلعی منتظم باشد.

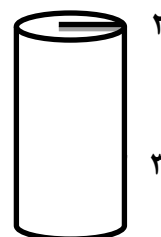
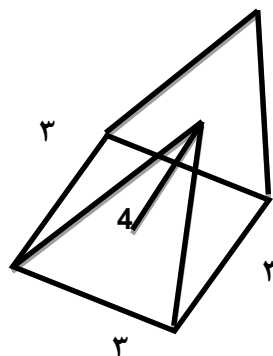
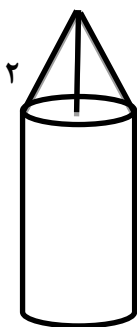
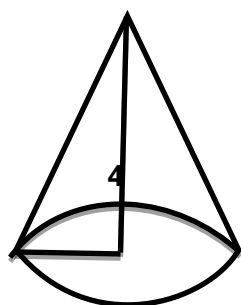
توجه: می توان هرم مربع القاعده را از برش یک مکعب به سه قسمت بدست آورد. به عبارت دیگر یک مکعب را می توان به صورت زیر برش زد و به سه هرم تبدیل کرد.

اگر از روی خط های قرمز برش بزیم سه هرم به دست می آید:



تمرین

۱. حجم اجسام زیر را بیابید.



۲. قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای است که اندازه ضلع های قائمه آن ۴ و ۵ سانتی متر است اگر ارتفاع این منشور ۸ سانتی متر باشد حجم این منشور را بیابید.

۳. چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم و شعاع دهانه چاه ۴/۰ متر است. خاک این چاه را در زمینی به شکل مستطیل و به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت پهن کرده ایم. ارتفاع این خاک چقدر است؟

۴. در شکل های زیر تصویر از بالای چند حجم هندسی کشیده شده است. اگر ارتفاع همه ی آنها ۵ سانتی متر باشد حجم هر کدام را بیابید.



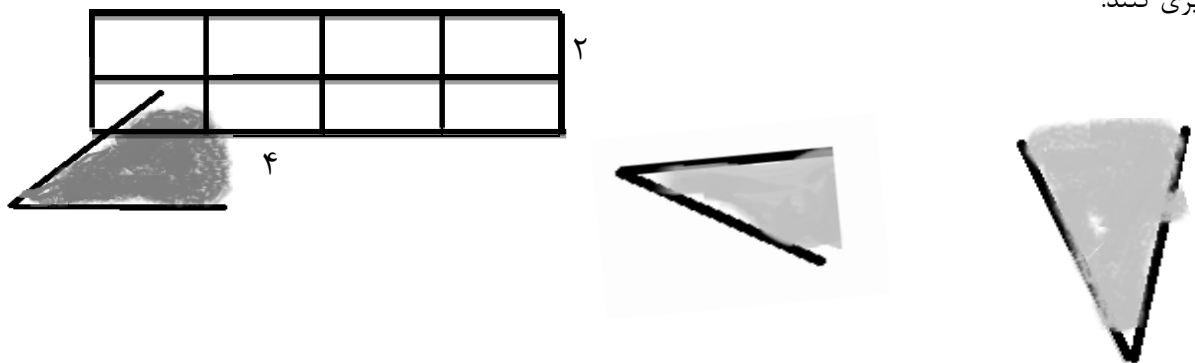
۵. برای اندازه گیری مقدار آب مصرفی خانه ها از واحدی به نام متر مکعب استفاده می شود. یک متر مکعب گنجایش مکعبی توخالی به ابعاد یک متر است یک متر مکعب چند لیتر است؟

اندازه گیری :

یکی از مباحث هندسه دوره ابتدایی اندازه گیری است در این بخش به معرفی زاویه و اندازه گیری زاویه و طول و اندازه گیری طول و زمان و اندازه گیری زمان می پردازیم.

زاویه : دانش آموزان در کلاس اول، دوم و سوم ابتدایی با گوشه یک چند ضلعی آشنا می شوند مانند اینکه مثلث دارای سه گوشه و مربع و مستطیل دارای چهار گوشه است. در کلاس چهارم ابتدایی گوشه به زاویه تبدیل می شود .

مجموعه همه نقاط یک صفحه محدود به دو نیم خط با مبدا مشترک به انضمام (بانضمام) نقاط دو نیم خط را زاویه می نامیم . مانند زاویه باز شدن قیچی، زاویه باز شدن دو نوار کاغذی (مقوایی) زاویه باز شدن در اتاق ، زاویه حرکت عقربه بزرگ ساعت از ۱۲ تا ۳ . برای تدریس مفهوم زاویه کافی است که دو نوار کاغذی (مقوایی) که با پونز یا سنجاق به هم وصل کرده ایم به کلاس درس بیاوریم و این دو نوار کاغذی را به هم نزدیک یا دور کنیم و محدوده ای که این دو نوار را از هم باز می کند را به عنوان زاویه معرفی می کنیم که فقط دو لبه کاغذ زاویه نیستند و روی تخته زاویه های متفاوتی را رسم می کنیم و محدوده این زاویه ها را هاشور می زنیم و از دانش آموزان می خواهیم که با رسم چند زاویه محدوده این زاویه ها را رنگ آمیزی کنند.

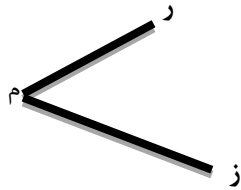


نام گذاری زاویه : زاویه هارا به ۳ صورت نام گذاری می گردد:

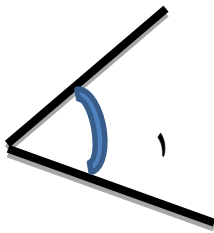
۱- استفاده از یک حرف برای نام گذاری این حرف در کنار گوشه (زاویه) یعنی راس زاویه می نویسیم.



۲- استفاده از سه حرف برای نام گذاری زاویه : یک حرف در راس زاویه و دو حرف در دو لبه (نیم خط) زاویه می نویسیم در زاویه مقابل نام این زاویه (زم ر) یا (رم ز) است.



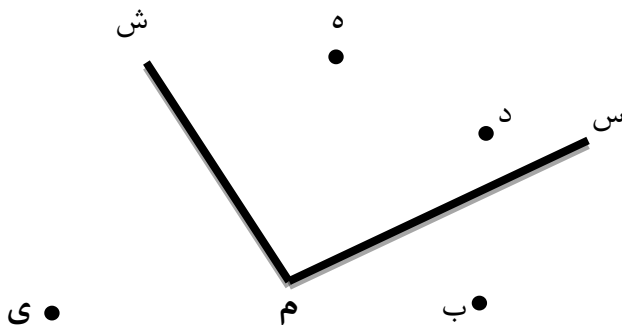
۳- استفاده از یک عدد برای نام گذاری زاویه در داخل (محدوده زاویه) یک عدد به عنوان نام زاویه می نویسیم. مانند زاویه مقابل که عدد ۱ نام زاویه یا شماره زاویه می باشد.



از این نام گذاری بیشتر زمانی استفاده می کنیم که چندین زاویه داشته باشیم و بخواهیم زاویه ها را شمارش کنیم یا اینکه زاویه ها را با هم مقایسه کنیم.

توجه: برای اینکه دانش آموزان با مفهوم زاویه آشنا گردند می توان با یک فعالیت درون و برون یک زاویه و مقایسه دو زاویه (بزرگتری، کوچکتری و برابری دو زاویه) را بررسی کرد.

نمونه ۱: نقطه «د» و «ه» درون زاویه و نقطه های «ب» و «ی» بیرون زاویه (س م ش) قرار دارد.



نمونه ۲: برای مقایسه دو زاویه می توان به کمک فیچی و کاغذ، به اندازه یکی از زاویه ها درست کرد و روی زاویه دیگری قرار داد.



توجه: برای مقایسه دو زاویه می توانیم یک نیم دایره مقوایی تهیه کنیم و آن را روی زاویه مثلا (ر م د) طوری قرار می دهیم که نیم خط (ر م) روی قطر نیم دایره باشد و نقطه م روی مرکز نیم دایره قرار گیرد و نیم خط (د م) که روی نیم دایره قرار می گیرد را علامت می زنیم و همین کار را برای زاویه (ز س ر) انجام می دهیم . اگر این نیم دایره مدرج باشد آن را نقاله می نامیم ، و بعد از اینکه واحد اندازه گیری زاویه را معرفی کردیم برای مقایسه دو زاویه و اندازه گیری زاویه از نقاله استفاده می کنیم.

معرفی زاویه راست: به کمک گونیا می توان زاویه راست را معرفی کرد. همچنین با تا کردن یک کاغذ از وسط و دوباره تا کردن این کاغذ طوری که لبه های تا شده قبلی روی هم قرار گیرد و باز کردن کاغذ و کشیدن خط روی خط های تا شده کاغذ می توان زاویه راست را به دانش آموزان معرفی کرد و در کلاس درس زاویه های تخته وایت برد یا تخته سیاه و گوشه های اطاق معمولا گوشه راست هستند. (اگر تخته به صورت مستطیل یا مربع و اطاق هم مکعب یا مکعب مستطیل باشد.) به کمک گونیا می توان زاویه راست را در شکل های هندسی معین کرد.

معرفی زاویه تند و زاویه باز: در یک فعالیت می خواهیم که دانش آموزان چندین زاویه را رسم کنند و به کمک گونیا معین کنند کدام یک از این زاویه از زاویه راست کوچکتر و کدام زاویه از زاویه راست بزرگتر است . زاویه هایی که از زاویه راست کوچکتر باشد را **زاویه تند** و زاویه های که از زاویه راست بزرگتر است را **زاویه باز** می نامیم.

توجه: به زاویه های راست، **زاویه قائمه** و به زاویه تند، **زاویه حاده** و به زاویه باز، **زاویه منفرجه** نیز گفته می شود .

اندازه گیری زاویه: دیدیم که با یک نیم دایره می توان دو زاویه را مقایسه کرد حال اگر این نیم دایره به چندین قسمت مساوی تقسیم کرد ده باشیم از این نیم دایره مدرج می توان برای اندازه گیری یک زاویه کمک گرفت. و برای اینکه به یک واحد معین (استاندارد) برای اندازه گیری زاویه برسیم ، نیم دایره را به ۱۸۰ قسمت تقسیم می کنند و آن را یک **نقاله** می نامند و به هر کدام از این قسمت های کوچک (یعنی $\frac{1}{180}$ نیم دایره) یک **درجه** می گویند و با 1° (یک درجه) نمایش می دهند. مثلا ده درجه به صورت 10° می نویسیم.

توجه: به کمک نقاله می توان به نتایج زیر رسید.

(۱) اندازه زاویه راست 90° درجه است

(۲) اندازه زاویه تند کمتر از 90° درجه است.

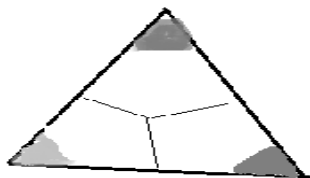
(۳) اندازه زاویه باز بزرگتر از 90° درجه است.

(۴) دو زاویه راست کنار هم را یک زاویه نیم صفحه می نامیم سپس اندازه زاویه نیم صفحه 180° است.

توجه: از نقاله می توان برای رسم زاویه های 1° تا 180° درجه استفاده کرد.

در کتاب ریاضی سال پنجم ابتدایی صفحه ۷۵ به کمک یک فعالیت به نتیجه مجموع زاویه های یک مثلث 180° درجه است می رسم. این فعالیت به صورت زیر است. یک مثلث دلخواه را رسم می کنیم و سه زاویه آن را با سه رنگ متفاوت رنگ می کنیم. سپس به کمک قیچی این سه زاویه را برش می زنیم و آن ها را کنار هم قرار می دهیم.

می بینیم که یک زاویه نیم صفحه به دست می آید.

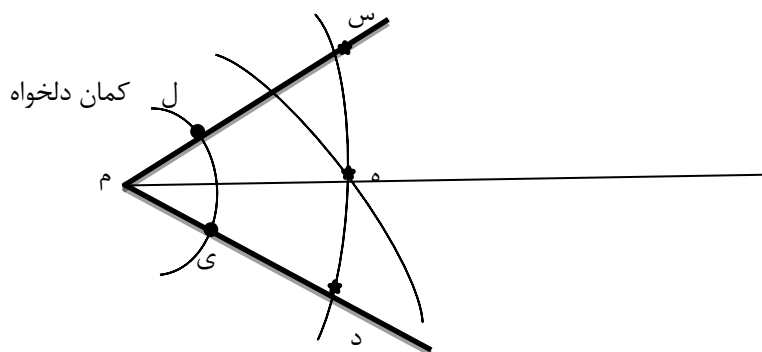


توجه: می توان از نقاله استفاده کرد و هر یک از زاویه های مثلث را حساب کرد و سپس این سه زاویه را با هم جمع کرد.

نیمساز زاویه: نیم خطی که زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند را نیمساز زاویه می نامیم.

به کمک نقاله می توان نیمساز زاویه را رسم کرد. به کمک تا زدن یک زاویه هم می توان نیمساز زاویه را رسم کرد.

رسم نیمساز زاویه به کمک خط کش و پرگار: دهانه پرگار را به اندازه دلخواه باز می کنیم و سوزن پرگار را در راس زاویه قرار می دهیم. به مرکز م (راس زاویه) کمانی رسم می کنیم تا اضلاع زاویه را در نقاط (ل) و (ی) قطع کند. سوزن پرگار را یک بار در (ل) و بار دیگر در (ی) قرار می دهیم و یا همان شعاع (دهانه پرگار باز شده قبلی) دو کمان رسم می کنیم. این دو کمان را در نقطه مثل (ه) یکدیگر قطع می کنند. با خط کش نقاط (م) و (ه) را بهم وصل می کنیم و از طرف (ه) امتداد می دهیم. نیم خط حاصل نیمساز زاویه است.



در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۸۰ و ۷۹ مجموع زاویه های چهار ضلعی ها در یک فعالیت محاسبه شده است و به نتیجه مجموع زاویه های یک چهارضلع برابر 360° می رسم. (به صفحه ۸۰ روش زهرا و روش فریبا نگاه کنید).

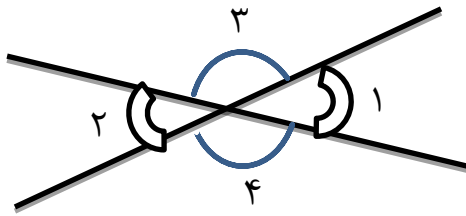
در کتاب ریاضی ششم ابتدایی صفحه ۵۷ با انجام یک فعالیت دو زاویه متمم و دو زاویه مکمل تعریف می گردد.

به هر دو زاویه که مجموع آن ها 90° درجه باشد، دو زاویه متمم می گویند.

به دو زاویه که مجموع آن ها 180° درجه باشد، دو زاویه مکمل می گویند.

در صفحه ۵۶ کتاب ریاضی ششم ابتدایی در یک فعالیت دو زاویه متقابل به راس معرفی می گردد.

وقتی دو خط همدیگر را در یک نقطه قطع می کنند ۴ زاویه درست می شود که زاویه های روبه رو، دو به دو متقابل به راس نامیده می شوند. در شکل روبه رو زاویه های (۱) و (۲) متقابل به راس هستند و همچنین دوزاویه (۳) و (۴) متقابل به راس هستند. و زاویه های متقابل به راس با هم برابر هستند (به کمک نقاله).



پس : $\angle 1 = \angle 2$ و $\angle 3 = \angle 4$

در فعالیت صفحه ۵۸ کتاب ریاضی ششم ابتدایی نتیجه می گیریم که در یک مثلث متساوی الساقین دو زاویه مجاور به دو ساق با هم برابرند و در یک مثلث متساوی الاضلاع هر سه زاویه با هم برابرند و اندازه هر زاویه در مثلث متساوی الاضلاع ۶۰ درجه است و همچنین در یک چند ضلع منتظم همگی زاویه ها با هم برابر هستند بنابراین در مربع هر زاویه یک زاویه راست می باشد.

تبصره : در برخی از کتاب های ریاضی برای یافتن واحد اندازه گیری زاویه ، زاویه راست را به ۹۰ قسمت متساوی تقسیم می کنند و یکی از این قسمت ها (یعنی $\frac{1}{90}$) را یک درجه می نامند و با 1° نمایش می دهند.

طول و اندازه گیری طول :

دانش آموزان در سال اول ابتدایی با درازا و طول و اندازه گیری طول (دراز) (صفحه ۱۱۸) آشنا می شوند در کتاب ابتدایی صفحه ۱۱۸ دانش آموزان با گیره و چینه و اندازه یک قاشق و چنگال و بند ساعت را بدست می آورند و اندازه یک چنگال را بین ۵ تا ۶ گیره را بدست می آورند. در صفحه ۱۴۵ با مفهوم کوتاه تر و هم اندازه و بلندتر و کوتاه ترین و بلند ترین آشنا می شوند و برای اندازه گیری از گیره و چینه و مداد تراش و پاکن استفاده می کنند.

در کتاب ریاضی سال دوم ابتدایی صفحه ۷۵ و ۷۴ با طرح فعالیت و کار در کلاس دانش آموز متوجه می شود که برای اندازه گیری مثلا یک مداد باید از یک واحد استفاده کند برای این منظور در صفحه ۷۷ کتاب ریاضی سال دوم ابتدایی از یک نوار کاغذ که با چند بار تا کردن قسمت بندی (درجه بندی) می شود برای اندازه گیری مداد و دیگر وسایل خود استفاده می کند تا اندازه گیری دقیق صورت گیرد و چون دو دانش آموز ممکن است از دو نوار کاغذی متفاوت (با درجه بندی متفاوت) برای اندازه گیری یک وسیله استفاده می کنند، دانش آموزان به متفاوت بودن این دو پی می برند و به کمک خط کش دانش آموز نوار کاغذی خود را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می کند و تقریبا اندازه گیری دانش آموزان دقیق تر می شود.

در صفحه ۸۲ کتاب ریاضی دوم ابتدایی دانش آموزان از خط کش و متر خیاطی برای اندازه گیری استفاده می کنند و معلم از دانش آموزان می خواهد که به خط کش خود نگاه کنند و مشاهده کنند که در این وسایل (خط کش و متر خیاطی) اندازه گیری از واحدی بنام سانتی متر استفاده شده است و برای اندازه گیری طول وسایل کوچک مانند مداد، قاشق و چنگال و لبه کتاب و دفتر و بند ساعت و خط های کوتاه از سانتی متر به عنوان واحد اندازه گیری استفاده می کنیم در صفحه ۸۵ کتاب ریاضی دوره ابتدایی برای اینکه اندازه گیری دقیق تر شود واحد میلی متر که روی همه خط کش ها است معرفی می شود یعنی هر سانتی متر را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و نام هر قسمت آن را میلی متر می گذاریم. بنابراین هر یک سانتی متر برابر ۱۰ میلی متر است و ۱۰ میلی متر همان یک سانتی متر است و برای اندازه گیری وسایل کوچک مانند تراش، طول پاک کن و پاره های کوچک از واحد میلی متر استفاده می شود. در کتاب ریاضی سال سوم ابتدایی به کمک خط کش دانش آموزان اندازه اضلاع یک چند ضلعی و به محاسبه محیط یک شکل بسته می پردازند (صفحه ۸۷ و ۸۶)

در صفحه ۳۴ و ۳۵ کتاب ریاضی سال سوم ابتدایی به کمک یک فعالیت و خط کشی که طول آن ۱۰۰ سانتی متر است دانش آموزان با متر آشنا می شدند و یک متر همان ۱۰۰ سانتی متر است و از واحد متر برای اندازه گیری طول پارچه ها و دیوارها و فاصله بین دو دیوار و تیر آهن و میلگردها استفاده می کنیم .

در صفحه ۳۶ کتاب ریاضی سال سوم ابتدایی واحد کیلومتر معرفی می شود و هر کیلومتر ۱۰۰ متر می باشد و از واحد کیلومتر برای اندازه گیری فاصله بین دو شهر و مسافت های بزرگ و طولانی استفاده می کنیم .

بنابراین واحد های اندازه گیری طول عبارت اند از :

۱) میلی متر

۲) سانتی متر

۳) متر

۴) کیلومتر

۱۰ میلی متر = یک سانتی متر

۱۰۰ سانتی متر = یک متر

۱۰۰۰ متر = یک کیلومتر

یک میلی متر = $\frac{1}{10}$ سانتی متر

یک سانتی متر = $\frac{1}{100}$ متر

۱ متر = $\frac{1}{1000}$ کیلومتر

یک متر = ۱۰۰۰ میلی متر

یک میلی متر = $\frac{1}{1000}$ متر

توجه:

۱) از واحد های اندازه گیری طول برای آموزش کسر استفاده می شود.

۲) تبدیلی واحد های اندازه گیری طول به یک دیگر در دوره ابتدایی از اهمیت خاصی برخوردار است.

مثال:

۱ - طول میز معلم ۱ متر ۲۰ سانتی متر است طول این میز چند سانتی متر است؟

جواب : ۱۲۰ سانتی متر

۲- طول اتاقی ۴ متر و ۳۰ سانتی متر است و عرض آن ۲ متر و ۷۰ سانتی متر است . طول و عرض این اتاق چند سانتی متر است؟

جواب : طول ۴۳۰ سانتی متر و عرض ۲۷۰ سانتی متر است

۳- طول یک شکلات ۴ سانتی متر و ۷ میلی متر است:

یعنی: ۴۷ میلی متر

۴- طول یک مداد ۹ سانتی متر است. طول این مداد بر حسب متر چقدر است؟

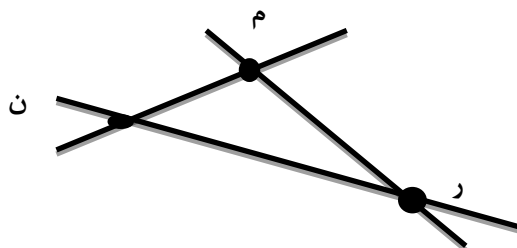
جواب: ۰/۰۹ متر

۵- برای اندازه گیری هر یک از موارد زیر چه واحدی مناسب تر است؟

طول زمین فوتبال - صفحات کتاب ریاضی پنجم - فاصله شهر تهران تا مشهد مقدس - اندازه یک سوزن خیاطی - عرض برگه امتحان ریاضی پنجم - طول و عرض فرش - قد یک بازیکن والیبال



مثال ۴: سه خط دلخواه که دو به دو یکدیگر را قطع می کنند رسم کنید و محل تلاقی آن ها را نامگذاری کنید. نام شکل به دست آمده را ذکر کنید.



حل: شکل مثلث است.

دو خط عمود: هر گاه دو خط با هم زاویه راست بسازند می گوییم آن دو خط بر هم عمودند.

برای این که دانش آموزان با دو خط عمود آشنا شوند در کلاس درس از دانش آموزان می خواهیم که در این کلاس خطوطی که با هم زاویه راست تشکیل داده اند را مشخص کنید.

دانش آموزان کنار تخته سیاه یا (وایت برد)، لبه های پنجره و کناره اتاق (کلاس) و... را نشان می دهند و برای دانش آموزان به وسیله خط کش و گونیا دو خط عمود بر هم رسم می کنیم.

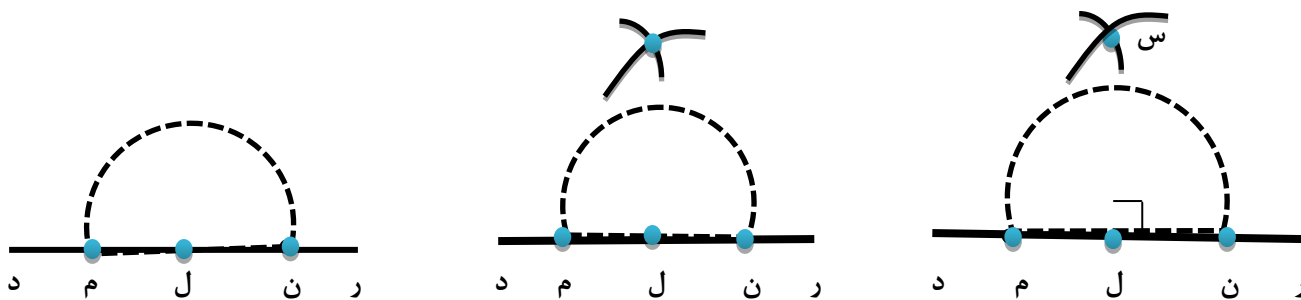
حل کار در کلاس صفحه ی ۱۲۳ کتاب چهارم کمک می کند که دانش آموزان به خوبی خطوط عمود بر هم را مشخص و رسم کنند.

رسم دو خط عمود بر هم:

روش اول: به کمک خط کش و گونیا می توان دو خط عمود بر هم رسم کرد (کتاب چهارم دبستان صفحه ۱۲۲).

روش دوم: با کمک خط کش و پرگار می توان دو خط عمود بر هم رسم کرد. خط (رد) را با خط کش رسم می کنیم. یک نقطه دلخواه مانند (ل) روی خط (رد) تعیین می کنیم و دهانه پرگار را به اندازه دلخواه باز می کنیم و به مرکز (ل) سوزن پرگار را روی نقطه ی (ل) قرار می دهیم. یک نیم دایره می زنیم. این نیم دایره خط (رد) را در دو نقطه قطع می کند این نقاط را با حروف (ن) و (م) معین می کنیم. دهانه پرگار را بیش از نصف طول پاره خط (ن م) باز می کنیم و یک کمان به مرکز نقطه ی (ن) و یک کمان به مرکز نقطه ی (م) رسم می کنیم و محل تلاقی این دو کمان را

نقطه ی (س) می نامیم و با خط کش نقاط (س) و (ل) را به هم وصل می کنیم. پاره خط (س ل) بر خط (رد) عمود است حال اگر پاره خط (س ل) را از دو طرف ادامه دهیم خط عمود بر خط (رد) را به دست می آوریم.



روش سوم: رسم دو خط عمود بر هم با نقاله و خط کش: با خط کش یک خط رسم می کنیم و یک نقطه مانند (ن) روی این خط تعیین می کنیم مرکز نقاله را روی نقطه (ن) قرار می دهیم (قطر نقاله روی خط ل قرار می دهیم) در مقابل عدد ۹۰ (روی نقاله) یک نقطه قرار می دهیم. از این نقطه با خط کش به نقطه ی (ن) وصل می کنیم.



روش چهارم: خطی را روی یک کاغذ رسم می کنیم و کاغذ را طوری تا می کنیم که قسمتی از خط بر قسمت دیگر آن منطبق شود و کاغذ را باز می کنیم. خط تایی کاغذ بر خط دیگر عمود است (از این روش می توان در کلاس درس برای رسم دو خط عمود استفاده کرد)

فاصله یک نقطه تا یک خط: برای تعیین فاصله ی یک نقطه تا یک خط، کافی است از آن نقطه پاره خطی بر آن خط عمود کنیم. اندازه این پاره خط فاصله ی نقطه از خط است.

در یک فعالیت می توان به یکی از چهار روش قبل (رسم دو خط عمود بر هم) می توان فاصله یک نقطه تا یک خط را معین کنیم.

دو خط موازی: دو خط در یک صفحه (صفحه ای که از اطراف نامحدود است) در صورتی متوازی اند که متقاطع نباشند.

در کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی صفحه ۱۲۴ یک فعالیت برای معرفی دو خط موازی از این خاصیت استفاده شده است که دو خط عمود بر یک خط موازی اند.

رسم دو خط موازی: روش اول: به کمک یک خط کش می توان دو خط موازی رسم کرد. کافی است با دو لبه ی خط کش خط را رسم کنیم.

روش دوم: با توجه به این که فاصله دو خط موازی همواره ثابت است می توان یک خط دلخواه رسم کرد و سپس دو نقطه در یک طرف این خط و به یک فاصله از آن تعیین کنیم این دو خط یک خط راست تعیین می کنند که با آن خط موازی است.

روش سوم: با استفاده از خط کش و گونیا یک خط رسم می کنیم و دو خط بر این خط عمود می کنیم. این دو خط موازیند.

روش چهارم: (صفحه ۱۲۵ کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی تمرین شماره ۲) به کمک لبه گونیا می توان دو خط موازی رسم کرد.

کاربرد خط و پاره خط و دو خط موازی و دو خط عمود بر هم برای معرفی اشکال هندسی : به کمک پاره خط و خطوط موازی و عمود بر هم می توان چند ضلعی ها از جمله مثلث، مربع، لوزی، مستطیل، متوازی الاضلاع و دوزنقه و قطر چند ضلعی ها و عمود منصف اضلاع (مانند ارتفاع و میانه مثلث) و نیم ساز زاویه را معرفی کرد.

قطر چند ضلعی ها: در کتاب ریاضی سال سوم ابتدایی صفحه ی ۸۴ قطر چند ضلعی معرفی شده است.

هر پاره خط که دو سرش دو راس غیر مجاور یک چند ضلعی باشد قطر می باشد.

شمارش قطرهای یک چند ضلعی مهم است، با فرمول زیر می توان تعداد قطرهای یک چند ضلعی را معین کرد.

$$(۳-تعداد اضلاع) \times تعداد اضلاع = تعداد قطرهای چند ضلعی$$

۲

$$تعداد قطرهای یک n ضلعی = \frac{n(n-3)}{2}$$

۲

مثال: تعداد قطرهای یک ۹ ضلعی عبارت است از ۲۷، زیرا:

$$n=9$$



$$تعداد قطرها = 9 \times (9-3) = 9 \times 6 = 27$$

۲

۲

چهار ضلعی ها

دوزنقه: هر چهار ضلعی که در آن فقط دو ضلع موازی باشند دوزنقه است. دو ضلعی که موازیند را دوقاعده و دو ضلع دیگر را دو ساق دوزنقه می نامیم. اگر دو ساق دوزنقه مساوی باشند دوزنقه را متساوی الساقین می گوئیم. در دوزنقه متساوی الساقین دو قطر دوزنقه با هم برابرند. اگر در یک دوزنقه یک ساق بر قاعده ها عمود باشد در این صورت دوزنقه را قائم الزاویه می گوئیم. (ریاضی سال چهارم ابتدایی صفحه ی ۱۲۶)

نمونه:



متوازی الاضلاع: هر چهار ضلعی که در آن دو ضلع روبرو متوازی باشند متوازی الاضلاع نام دارد.

برخی از خواص متوازی الاضلاع:

۱- در متوازی الاضلاع هر دو ضلع روبرو متساویند.

۲- در متوازی الاضلاع هر دو زاویه روبرو متساویند.

۳- در متوازی الاضلاع اقطار یکدیگر را نصف می کنند. (کتاب ریاضی سال چهارم ابتدایی صفحه ۱۲۶ و ۱۲۷).

مستطیل: مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه هایش قائمه اند.

برخی از خواص مستطیل:

۱- اقطار مستطیل منصف همدیگرند.

۲- اقطار مستطیل متساویند.

۳- اضلاع روبرو در مستطیل متساویند.

۴- هر دو ضلع روبرو موازیند.

۵- زاویه های مستطیل قائمه اند.

لوزی: لوزی، متوازی الاضلاعی است که اضلاعش متساویند. به عبارت دیگر هر چهار ضلعی که اضلاعش متساوی باشند یک لوزی است.

برخی از خواص لوزی:

۱- در لوزی زوایای روبرو متساویند.

۲- در لوزی اقطار منصف یکدیگرند.

۳- در لوزی اقطار بر هم عمودند.

۴- در لوزی اقطار روبرو با هم موازیند.

۵- در لوزی قطر ها نیمسازهای زوایا هستند.

توجه: اگر در لوزی دو قطر با هم برابر باشند آن گاه به لوزی یک مربع می گوئیم.

مربع: هر لوزی که زاویه هایش قائمه باشند یک مربع است. همچنین یک مستطیل که اضلاع آن برابر باشد مربع است.

برخی از خواص مربع:

۱- در مربع اضلاع با هم برابرند.

۲- در مربع اضلاع روبرو متوازیند.

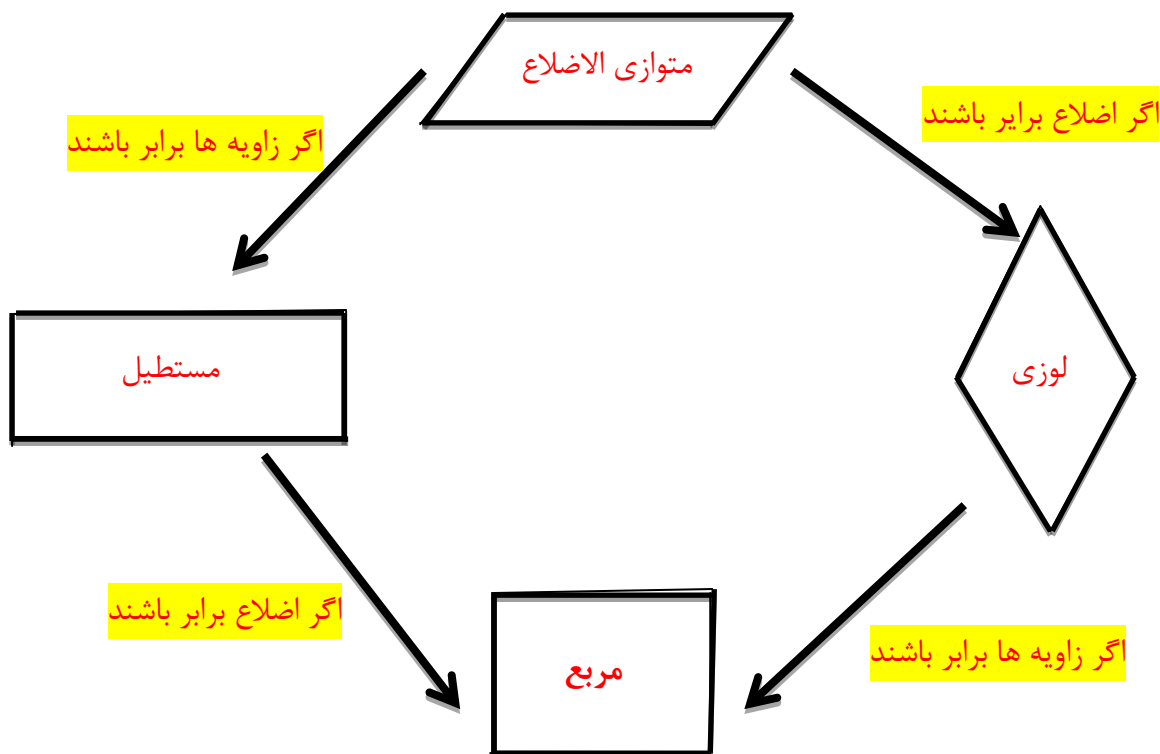
۳- در مربع اقطار با هم متساویند.

۴- در مربع قطر ها نیمساز زاویه ها هستند.

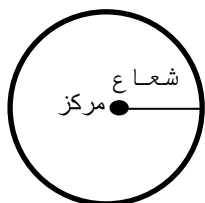
۵- در مربع زاویه ها با هم برابر و همگی قائمه اند.

۶- در مربع قطر ها همدیگر را نصف می کنند.

در کتاب ریاضی چهارم ابتدایی (فعالیت صفحه ۱۲۸) نمودار زیر آموزش داده می شود.



دایره: دایره منحنی بسته ای است در صفحه که همه نقاط آن از یک نقطه ی ثابت صفحه به یک فاصله اند . به عبارت دیگر دایره مجموعه نقاطی از یک صفحه است که از یک نقطه ثابت به یک فاصله اند. نقطه ثابت را مرکز دایره و فاصله ثابت مشترک را شعاع می نامیم . دایره دارای بی شمار شعاع است. اگر دو نقطه از دایره را به هم وصل کنیم طوری که از مرکز دایره عبور کنند پاره خط به دست آمده را قطر می نامیم.



با پرگار می توان دایره را به شعاع دلخواه رسم کرد.

با یک نخ و سوزن هم می توان یک دایره رسم کرد.

به کمک سکه (۲۰۰ تومانی و ۵۰۰ تومانی و پول های قدیمی (سکه)) می توان دایره را رسم کرد.

تقارن

دانش آموزان از اول ابتدایی با شکل های متقارن آشنا می شوند و معمولاً نیمه ای از شکل متقارن را رسم می کنند یا رنگ آمیزی می کنند . در دوره ی ابتدایی دو نوع تقارن (تقارن محوری و تقارن مرکزی) آموزش داده می شود.

تقارن محوری : یک خط در صورتی خط تقارن (محور تقارن) یک شکل است هرگاه قرینه هر نقطه از شکل نسبت به آن خط روی همان شکل باشد به عبارت دیگر اگر صفحه شکل را از روی خط تقارن تا کنیم دو نیمه شکل بر هم منطبق می باشند . شکلی که دارای محور تقارن باشد شکل متقارن می نامیم.

برخی از شکل ها دارای یک محور تقارن می باشند مانند مثلث متساوی الساقین، برگ درخت، نیم دایره.

برخی از شکل ها دارای دو محور تقارن هستند مانند مستطیل ، بیضی

برخی از شکل ها دارای سه محور تقارن هستند مانند متساوی الاضلاع

مربع دارای چهار محور تقارن و پنج ضلعی منتظم دارای ۵ محور تقارن و به طور کلی n ضلعی منتظم دارای n محور تقارن است.

دو زنگه متساوی الساقین دارای یک محور تقارن است.

دایره بی نهایت محور تقارن دارد (قطرها محور تقارن دایره هستند)

تقارن محوری کتاب اول ابتدایی صفحات: ۴۲ و ۴۹ و ۶۰ و ۶۸ و ۷۲ و ۷۷ و ۸۲ و ۸۳ و ۹۸ و ۱۰۴ و ۱۰۹ و ۱۱۷ و ۱۲۵ و ۱۳۲ و ۱۳۸ و ۱۳۹ و ۱۴۸ و ۱۶۵

تقارن محوری کتاب دوم ابتدایی صفحات: ۹ و ۱۵ و ۴۶ و ۴۷ و ۴۸ و ۴۹ و ۵۰ و ۵۱ و ۵۴

در کتاب دوم ابتدایی یک بخش به تقارن پرداخته است ، صفحات ۵۱-۴۶

در کتاب سوم ابتدایی ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ به الگوهای متقارن (تقارن محوری) اختصاص دارد. صفحه ۲۳ تمرین ۹ خط تقارن را می یابد.

در کتاب پنجم یک فصل به تقارن و چند ضلعی ها اختصاص داده است که از این فصل (فصل ۴) دو بخش آن به تقارن محوری و تقارن مرکزی

پرداخته است. صفحات ۷۴-۶۸

در کتاب ششم ابتدایی یک بخش به تقارن و مختصات اختصاص دارد . صفحات ۱۲۹-۱۲۶

تقارن مرکزی : فرض کنید که (م) یک نقطه در صفحه باشد قرینه نقطه دلخواه (د) نسبت به نقطه (م) نقطه (ر) نامیم هر گاه نقطه (م) وسط پاره

خط (رد) باشد و قرینه نقطه (م) بر روی خودش منطبق است. نقطه (م) را مرکز تقارن و این نوع تقارن را تقارن مرکزی می نامیم .

در کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۷۳ را از روی چرخش یک شکل به اندازه نیم دور (۱۸۰ درجه) حول یک نقطه در یک فعالیت معرفی می

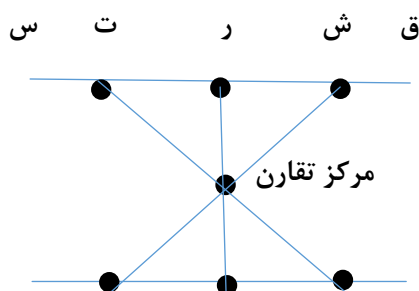
گردد و در صفحه ی ۷۴ ریاضی پنجم دانش آموزان با رنگ آمیزی با تقارن مرکزی آشنا می شوند .

برای رسم تقارن یک شکل نسبت به یک نقطه به نکته زیر توجه کنید :

{قرینه مرکزی هر شکل با آن شکل برابر است}

مثال (۱): قرینه یک خط نسبت به یک نقطه خطی موازی با آن خط است، کافی است دو نقطه روی خط تعیین کنیم و سپس قرینه ی آن ها

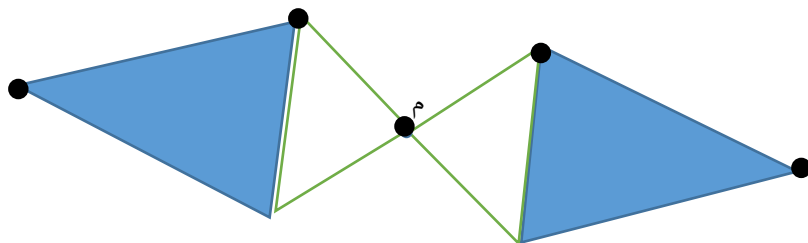
نسبت به مرکز تقارن تعیین می کنیم و این دو نقطه (قرینه های دو نقطه) را با خط کش به هم وصل می کنیم تا خط به دست آید.



قرینه (ش) قرینه (ر) قرینه (ت)

توجه: اگر مرکز تقارن روی خط باشد، قرینه خط بر خودش منطبق است.

مثال (۲): برای رسم قرینه یک مثلث نسبت به یک نقطه کافی است که قرینه رئوس این مثلث را پیدا کنیم و با آن ها یک مثلث رسم کنیم.



مثال (۳): در متوازی الاضلاع محل تلاقی دو قطر مرکز تقارن متوازی الاضلاع است.

در دایره مرکز دایره مرکز تقارن دایره است.

توجه: در کتاب ریاضی سال ششم ابتدایی فصل آخر برای رسم قرینه یک شکل نسبت به یک نقطه از دوران به اندازه 180° درجه استفاده شده است. و به کمک قرینه یابی اعداد صحیح (عددهای علامت دار) معرفی می گردد. یک محور اعداد در نظر می گیریم که وسط این محور با صفر مشخص شده است. مانند زیر قرینه اعداد 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 نسبت به مبدا (صفر) اعداد 1 - و 2 - و 3 - و 4 - و 5 - و 6 - می باشد.

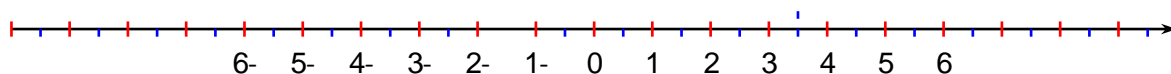
و اعداد 6 + و 5 + و 4 + و 3 + و 2 + و 1 + و 0 و 1 - و 2 - و 3 - و 4 - و 5 - و 6 - را اعداد صحیح می نامیم.

مجموعه اعداد صحیح را با عدد Z نمایش می دهیم و $Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

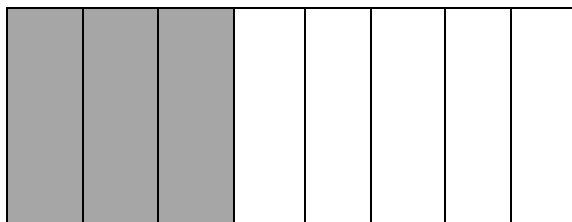
دانش آموزان می توانند به اختیار هوا شناسی و اعداد داخل آسانسور برای ساختمان هایی که چندین طبقه زیر زمین دارند دقت کنند تا با کاربرد اعداد صحیح آشنا شوند. در جغرافیا برای نمایش عمق دریاها از اعداد منفی استفاده می شود.

نسب و تناسب و درصد

نسبت و تناسب: یکی از پدیده هایی که در بسیاری فعالیت های زندگی روزمره کودکان به چشم می خورد مقایسه کمیت ها می باشد. همچنین در بسیاری از موضوعات مانند سلامت انسان ها، استخراج معدن، میزان مصرف آب، کشاورزی، میزان آب آشامیدنی، و ... نسبت دو مقدار اهمیت دارد.



نسبت دو مقدار را می توان با یک کسر نمایش داد. در فعالیت زیر دانش آموزان با نسبت آشنا می شوند. یک مستطیل را به هشت قسمت مساوی تقسیم می کنیم و سه قسمت از آن را رنگ می کنیم و از دانش آموزان می خواهیم که به سوالات زیر جواب دهند.



الف: نسبت مساحت قسمت های رنگ شده به مساحت مستطیل ۳ به ۸ یا $\frac{۳}{۸}$ است.

ب: نسبت مساحت قسمت های رنگ شده به مساحت قسمت های رنگ نشده ۳ به ۵ یا $\frac{۳}{۵}$ یا است

ج: نسبت مساحت های رنگ نشده به مساحت های رنگ شده ۵ به ۳ یا $\frac{۵}{۳}$ است.

د: نسبت مساحت مستطیل به مساحت قسمت های رنگ نشده ۸ به ۵ یا $\frac{۸}{۵}$ است.

توجه: در این فعالیت برای یافتن مساحت مستطیل و مساحت قسمت های رنگ شده و رنگ نشده نیازی به اندازه طول و عرض نیست.

مثال ۱: در کلاس درس می توان فعالیت زیر را انجام داد. معمولا در مدارس ابتدایی برای نشستن دانش آموزان از نیمکت استفاده می کنند و بر روی هر نیمکت ۳ دانش آموز می نشینند از دانش آموزان می خواهیم که جدول زیر را کامل کنند.

تعداد نیمکت ها	۱	۲		۴	
تعداد دانش آموزان روی هر نیمکت	۳		۹		۱۵
نسبت نیمکت به دانش آموزان				۴/۱۲	

مثال ۲: نتیجه ی بازی یک تیم فوتسال در یک سال در جدول زیر آمده است.

با توجه به داده های جدول جاهای خالی زیر را پر کنید.

تعداد تساوی ها	تعداد باخت ها	تعداد برد ها
۷	۴	۱۲

$$\frac{\text{تعداد تساوی}}{\text{تعداد کل بازیها}} = \frac{7}{24}$$

$$\frac{\text{تعداد برد}}{\text{تعداد کل بازیها}} =$$

$$\frac{\text{تعداد برد}}{\text{تعداد تساوی}} =$$

$$\frac{\text{تعداد برد}}{\text{تعداد باخت}} =$$

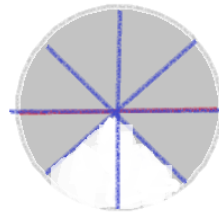
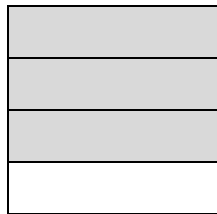
توجه: با انجام فعالیت ها و کار در کلاس ها (صفحات ۵۱_۴۸) کتاب پنجم (ابتدایی) دانش آموزان با دو نوع نسبت آشنا می شوند . (نسبت های نامساوی و نسبت های مساوی)

نسبت های مساوی از اهمیت خاصی برخوردار است که در زیر به آن می پردازیم (صفحات ۵۵_۵۲ ریاضی پنجم ابتدایی)

نسبت های مساوی : چون هر نسبت بصورت یک کسر نمایش داده می شود. بنابراین نسبتهای مساوی همان کسرهای مساوی هستند

مثال: یک مستطیل را به چهار قسمت و یک دایره را به هشت قسمت مساوی تقسیم می کنیم و ۳ قسمت از مستطیل و ۶ قسمت از دایره را رنگ می کنیم و می بینیم که نسبت هایی قسمت رنگ شده در هر شکل به مساحت کل شکل مساوی است

یعنی هر دو مشکل به یک نسبت رنگ شده است

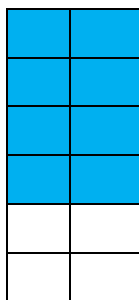


در فعالیت زیر نشان می دهیم که دو نسبت $\frac{4}{6}$ و $\frac{8}{12}$ مساوی اند. (یعنی این فعالیت در کتاب ریاضی پنجم صفحه ی ۵۳ آمده است)

چهاردانش آموزان با روش های خوشان به صورت زیر نشان داده اند که $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$

روش شیرین: چون $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ و $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ پس $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$

روش هاله: هاله یک شکل به صورت مقابل کشیده است.



$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگ شده}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$$

روش مهتاب: مهتاب از ضرب کردن استفاده کرده است. (ضرب در دو)

روش شبنم: از تقسیم استفاده کرده است. (تقسیم بر دو)

به کمک این فعالیت می توان به نتایج زیر رسید:

(۱) اگر صورت و مخرج یک نسبت (کسر) را در یک عدد ضرب کنیم نسبتی مساوی با همان نسبت به دست می آید.

(۲) اگر صورت و مخرج یک نسبت (کسر) را بر یک عدد تقسیم کنیم نسبتی مساوی با همان نسبت به دست می آید.

دانش آموزان با انجام کار در کلاس و حل تمرین ها به راحتی با نسبت های مساوی آشنا می شوند و می توانند نسبت های مساوی و نسبت های غیر مساوی را تشخیص دهند به خصوص با نسبت های مساوی که مقدمه ای برای تناسب است آشنا می شوند.

حل : روش اول

(الف)

چای	۵	۱۵
شیر	۳	
شیر چای	۸	

(ب)

چای	۵	
شیر	۳	۱۲
شیر چای	۸	

روش دوم : در این روش، ردیف شیر - چای حذف شده و از جدول تناسب دو قسمت استفاده می کنیم.

(الف)

چای	۵	۱۵
شیر	۳	

(ب)

چای	۵	
شیر	۳	۱۲

توجه : در یک جدول تناسب برای یافتن جمله مجهول می توان به صورت زیر عمل کرد.

مثال ۶: در مثال قبل روش دوم

$$\frac{5}{3} = \frac{15}{?} \rightarrow = \frac{3 \times 15}{5} = 9$$

(الف)

مثال ۷: اگر نرگس ۵ دفتر را ۶ هزار تومان خرید باشد ۱۵ دفتر را چند تومان می تواند بخرد؟

تعداد دفتر	۵	۱۵
قیمت دفتر	۶	



$$\frac{5}{6} = \frac{15}{?} \rightarrow = \frac{6 \times 15}{5} = 18$$

در برخی از مسایل نسبت ها به طور مناسب بیان نمی شوند و تشخیص نسبت ها به محاسبه نیاز دارد.

مثال ۸: (کتاب ریاضی ششم ابتدایی صفحه ۸۳) نسبت پول حمید به مجید ۳ به ۴ و نسبت پول مجید به سعید ۶ به ۵ است. نسبت پول این سه نفر را پیدا کنید. (در کتاب سال ششم ابتدایی از طریق رسم شکل حل شده است)

حل:

$$\frac{\text{حمید پول}}{\text{مجید پول}} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{\text{پول سعید}}{\text{پول مجید}} = \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

به کمک هم مخرج کردن نسبت ها به جواب می رسیم. پس پول مجید ۱۲ واحد و پول حمید ۹ واحد و پول سعید ۱۰ واحد است. بنابراین نسبت پول سعید به پول حمید عبارت است از $\frac{10}{9}$ و کل سهام پول آن ها $10+9+12=31$ می باشد و نسبت پول حمید به کل $\frac{9}{31}$ و نسبت پول مجید به کل $\frac{12}{31}$

تسهیم به نسبت:

تسهیم به نسبت یعنی پرداخت سهم هر کس به نسبت سهم آن فرد از کل مجموع سهم ها در مثال ۳ و ۵ یک ردیف به جدول تناسب اضافه کردیم که این ردیف مجموع طول و عرض (در مثال ۳) و مخلوط شیر و چای (مثال ۵) بود و هدف این است که سهم طول و سهم عرض و یا سهم چای و شیر را معین کنند که به این تناسب را تسهیم به نسبت می نامیم (توجه ردیفی که به جدول تناسب اضافه می شود باید مقدار تناسب را ثابت بماند)

مثال ۱: در یک شهر نسبت دانش آموزان پسر به دختر ۵ به ۷ است اگر تعداد دانش آموزان این شهر ۱۸۰۰ نفر باشد تعداد دانش آموزان دختر و پسر را حساب کنید .

حل: از تسهیم به نسبت در تناسب استفاده می کنیم .

پسر	۵	
دختر	۷	
مجموع	۱۲	۱۸۰۰

$$\frac{7}{12} = \frac{\text{دختر تعداد}}{1800} \rightarrow = \frac{7 \times \dots}{12 \times 1800}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{\text{پسرها تعداد}}{1800} \rightarrow = \frac{5 \times \dots}{12 \times 1800}$$

توجه: می توان از روی تعداد دختر ها با هم بدون استفاده از تناسب تعداد پسر ها را با تفریق یافت

$$\text{تعداد پسرها } 1800 - 1050 = 750$$

توجه: در برخی از مسایل چند نفر با هم شریک هستند یا چند جسم با هم مخلوط هستند در این صورت جدول تناسب را می تواند بیش از سه ردیف داشته باشد.

مثال: یک کشاورز برای تقویت زمین کشاورزی خود باید کود های نوع پتاس، ازت و فسفات را به ترتیب به نسبت ۲،۲،۳ مخلوط کرد . اگر او در هر هکتار ۳۵ کیلو کود مصرف کند برای ۴ هکتار به چند کیلو گرم از نوع کود نیاز دارد ؟

حل:

در مرحله اول مقدار کودهای پتاس و ازت و فسفات در یک هکتار را می یابیم سپس آن ها را چهار برابر کرده را مقدار این کود ها در چهار هکتار معین شود . چون عدد ۷ پنج برابر شد سپس همه عدد های ستون اول جدول را پنج برابر می کنیم.

پتاس	۳	۲۱
ازت	۲	۱۰
فسفات	۲	۱۰
مخلوط کودها	۷	۳۵

$$\text{مقدار کود فسفات} \quad 10 \times 40 = 400 \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{مقدار کود ازت} \quad 10 \times 40 = 400 \text{ کیلوگرم}$$

$$\text{مقدار کود پتاس} \quad 21 \times 40 = 840 \text{ کیلوگرم}$$

تناسب:

هر دو نسبت مساوی تشکیل تناسب می دهند.

تناسب کاربرد فراوانی در ترکیب و ساخت اجسام دارد و تعداد زیادی از مسایل را حل می کند (تعداد زیادی از مسایل به کمک تناسب حل می شود)

مثال: در یک آزمایشگاه صنایع شیر ،مقدار کلسیم شیر را اندازه گیری کردند و نتیجه آزمایش در جدول زیر آمده است .

الف) نسبت مقدار کلسیم به مقدار شیر در هر آزمایش به صورت $\frac{12}{10}$ ، $\frac{18}{15}$ ، $\frac{24}{20}$ است.

آزمایش سوم آزمایش دوم آزمایش اول

مقدار کلسیم به گرم	۱۲	۱۸	۲۴
مقدار شیر به لیتر	۱۰	۱۵	۲۰

ب) می بینیم که این دو نسبت با هم برابر اند.

ج) اگر در آزمایش های دیگر هم این نسبت ها برقرار باشد، در ۳۰ لیتر شیر چه مقدار کلسیم وجود دارد.

حل: ۳۶ گرم کلسیم در ۳۰ لیتر شیر وجود دارد.

$$\begin{array}{c} \times 6 \\ \frac{6}{5} = \frac{36}{30} \\ \times 6 \end{array}$$

د) برای به دست آوردن ۶ گرم کلسیم به چند لیتر شیر نیاز است؟

جواب: ۵ لیتر شیر.

مثال ۲: جدول زیر مساحت و محیط مربع به اضلاع داده شده را نشان می دهد.

الف: نسبت اندازه ی ضلع را در هر مربع را تعیین کنید و آن ها را باهم مقایسه کنید.

اندازه ضلع مربع	۱	۲	۵	۱۰	۱۴۸۱۴۸۱۲
مساحت مربع	۱	۴	۲۵	۱۰۰	۱۴۴
محیط مربع	۴	۸	۲۰	۴۰	۴۸

$$\frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{20}{5} = \frac{40}{10} = \frac{48}{12}$$

جواب:

ب) نسبت اندازه مساحت به اندازه ضلع برای هر مربع را تعیین کنید.

جواب :

$$1 \neq 2 \neq 5 \neq 10 \neq 12 \qquad \frac{1}{1} = \frac{4}{2} = \frac{25}{5} = \frac{100}{10} = \frac{144}{12}$$

نتیجه این مثال : اندازه ضلع با اندازه محیط متناسب است ولی اندازه ضلع با اندازه مساحت متناسب نیست . بنابراین برای نسبت اندازه ضلع به محیط می توان یک تناسب نوشت ولی برای نسبت اندازه ضلع به مساحت نمی توان یک تناسب نوشت.

توجه : هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که نسبت حاصل تقسیم یا کسر آن ها مقداری ثابت باشد یعنی (نسبت کسر ها با هم مساوی باشند) به آن دو مقدار مقدارهای متناسب می گویند و جدول این نسبت ها را جدول تناسب می گویند . در مثال ۲ اندازه ضلع با محیط متناسب است و مقدار تناسب $\frac{1}{4}$ می باشد.

در یک جدول تناسب از چهار عدد واقع در جدول مجهول باشد می توان آن را تعیین کرد.

مثال ۳: محیط مستطیلی ۲۴۰ متر است و نسبت طول به عرض این مستطیل ۵ به ۳ (یعنی $\frac{5}{3}$) است اندازه طول و عرض این مستطیل را بیابید .

حل : طبق تعریف محیط مستطیل داریم $۲۴۰ = (عرض + طول) \times ۲$ سپس $۱۲۰ = عرض + طول$ و طبق جدول تناسب مستطیل ۷۵ متر است و عرض آن ۴۵ متر

طول	۵	؟
عرض+طول	۸	۱۲۰

$$\begin{array}{c} \times 15 \\ \frac{5}{8} = \frac{75}{120} \\ \times 15 \end{array}$$

$$عرض = ۱۲۰ - ۷۵ = ۴۵$$

البته می توان برای محاسبه عرض مستطیل از هر کدام یکی از جدول های زیر استفاده کرد.

عرض	۳	۴۵
عرض+طول	۸	۱۲۰

عرض	۳	۴۵
طول	۵	۷۵

توجه : می توان جدول تناسب را به صورت زیر تنظیم کرد . (برای مثال ۳)

طول	۳	
-----	---	--

عرض	۵	
طول+عرض	۸	۱۲۰

مثال ۴: نسبت اندازه های دو زاویه ۳ به ۵ است. اگر اختلاف این دو زاویه ۱۰ درجه باشد. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

حل:

زاویه بزرگتر	۵	
زاویه کوچک تر	۳	
اختلاف دو زاویه	۲	۱۰

$$\begin{array}{c} \times 5 \\ \frac{5}{2} = \frac{25}{10} \\ \frac{3}{2} = \frac{15}{10} \\ \times 5 \end{array}$$

اندازه زاویه بزرگتر ۲۵ درجه

اندازه زاویه کوچک تر ۱۵ درجه است.

توجه: هرگاه در یک تناسب از مجموع (مخلوط چند جسم) و یا تفاضل صحبت به میان آید لازم است که از جدول تناسب سه قسمتی استفاده گردد. (مثال ۳ و ۴) در کتاب ششم ابتدایی به این تناسب تسهیم به نسبت گفته می شود. در مثال زیر هم می توان از جدول تناسب دو قسمتی و هم می توان از جدول تناسب سه قسمتی استفاده کرد.

مثال ۵: برای تهیه شیر چای، شیر و چای را به نسبت ۳ به ۵ مخلوط می کنیم.

الف) اگر ۱۲ لیوان شیر داشته باشیم، چند لیوان چای لازم است؟

ب) اگر ۱۵ لیوان چای داشته باشیم، چند لیوان شیر لازم است؟

خواص نسبت و تناسب:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times b}{b \times d} \quad , \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div d}{b \div d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \quad , \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow ad = bc \quad , \quad b, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{b}{d} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

ترکیب نسبت در صورت :

ترکیب نسبت در مخرج :

تفضیل نسبت در صورت :

تفضیل نسبت در مخرج :

تناسب معکوس :

برخی از کمیت ها، نسبت معکوس باهم دارند. مانند:

۱. سرعت یک متحرک در طی کردن مسافتی ثابت، با زمان پیمودن آن مسافت نسبت معکوس دارد.

۲. دردمای ثابت فشار گازهای کامل (مانند هیدروژن) با حجم آنها نسبت معکوس دارد.

۳. در بازی آلاکینگ بالا رفتن یک طرف باعث پایین آمدن طرف دیگر می شود.

۴. در ترازوی دو کفه ای بالا رفتن یک کفه باعث پایین آمدن کفه دیگر ترازو می شود.

اگر دو کمیت با یکدیگر طوری وابسته باشند که هنگام کمیت در K ضرب شود، دیگری بوی K تقسیم شود یا اگر یک کمیت K تقسیم شود کمیت دیگری K ضرب می شود آنگاه می گوییم این دو کمیت بطور معکوس با هم متناسب یا متناوباً متشکیل یک تناسب معکوس می دهند

مثال ۱: ماشینی مسافتی را با سرعت ۶۰ کیلومتر در مدت ۴ ساعت طی می کند اگر سرعت این ماشین ۸۰ کیلومتر در ساعت گردد این ماشین مسافت را در چند ساعت طی می کند؟

حل: برای حل این مسئله از تناسب معکوس استفاده میکنیم. جدول را به صورت زیر مرتب می کنیم و در تناسب معکوس یکی از کسرها را وارونه در نظر می گیریم.

مدت سرعت

پس در مدت ۳ ساعت طی می کند.

یعنی برای سرعت ها یک کسر و برای ساعت (مدت) هم یک کسر می نویسیم. سپس یکی از کسرها را وارونه میکنیم تا تناسب معکوس نوشته شود.

مثال ۲: اتومبیلی با سرعت متوسط ۶۰ کیلومتر در ساعت فاصله بین دو شهر را در ۱۲ ساعت طی می کند، اگر سرعت اتوبوس ۷۲ کیلومتر در ساعت باشد مسافت مذکور را در چه مدتی طی می کند؟

۶۰	۴
۸۰	؟

حل: تناسب معکوس

مدت سرعت

۶۰	۱۲
۷۲	؟

$$\frac{60}{72} = \frac{?}{12} \rightarrow \text{مدت} = \frac{12 \times 60}{72} = 10$$

در مدت ۱۰ ساعت طی می کند.

درصد:

دانش آموزان کلمه درصد را بارها روی پاکت شیر و بسته بندی های مواد غذایی دیده اند یا از طریق اخبار شنیده اند. مانند:

۱. روی برخی از پاکت های شیر نوشته است با ۳ درصد چربی

۲. روی بسته بندی بیسکویت نوشته شده است با ترکیبات شکر ۵ درصد، آرد گندم ۳۰ درصد و ...

۳. در حراجی ها نوشته شده با ۳۰ درصد تخفیف

۴. در اخبار هواشناسی گفته می شود که امسال ۳۰ درصد نسبت به پارسال افزایش بارندگی داشته ایم.

کسرها را می توان با مخرج ۱۰۰ نوشت و تقریب زد. صورت چنین کسری را با نماد % نمایش می دهند و به صورت **درصد** می خوانند.

مثال ۱: ۵ درصد شیر چربی است (۵٪ شیر چربی است) یعنی در هر ۱۰۰ گرم شیر ۵ گرم چربی است یا در هر ۱۰۰ کیلوگرم شیر ۵ کیلوگرم چربی است، یا در هر ۱۰۰ لیتر شیر ۵ لیتر آن چربی است.

$$\text{پس } 5\% \text{ یعنی } \frac{5}{100}$$

مثال ۲: وقتی گفته می شود کتاب با ۱۰٪ (ده درصد) تخفیف فروخته می شود یعنی از ۱۰۰ تومان، ۱۰ تومان آن گرفته نمی شود. حال اگر قیمت کتاب روی جلد ۴۰۰ تومان باشد، فروشنده کتاب از خریدار کتاب ۳۶۰ تومان می گیرد یعنی خریدار ۴۰ تومان سود برده است (یا ۴۰ تومان کمتر از قیمت کتاب به فروشنده می دهد). حال اگر قیمت کتاب ۲۷۵۰ تومان باشد خریدار چقدر پول باید بپردازد. در این صورت از جدول تناسب استفاده می کنیم.

پول دریافتی	۹۰	؟
قیمت کتاب	۱۰۰	۲۷۵۰

$$\text{پول کتاب که خریدار می دهد} = \frac{90 \times 2750}{100} = 9 \times 275 = 2475$$

پس باید خریدار ۲۴۷۵ تومان بابت خرید کتاب بپردازد.

روش دیگری هم می توان انجام داد. اول پولی که نباید خریدار کتاب بدهد حساب می کنیم. سپس این مبلغ را از قیمت کل کتاب کم می کنیم.

تخفیف	۱۰	؟
قیمت کتاب	۱۰۰	۲۷۵۰

$$\text{تخفیف} = \frac{10 \times 2750}{100} = 275$$

$$2750 - 275 = 2475$$

مثال ۳: یک دبستان ۱۵۰ دانش آموز دارد ۲۴ نفر از این دانش آموزان کلاس پنجم و ۳۶ نفر از این دانش آموزان کلاس اول هستند. چند درصد از این دانش آموزان کلاس پنجم و چند درصد از این دانش آموزان کلاس اول هستند.

کلاس پنجم	۲۴	؟
کل دانش آموزان	۱۵۰	۱۰۰

$$\text{درصد} = \frac{24 \times 100}{150} = 16$$

حل: ۱۶٪ کلاس پنجم اند

کلاس اول	۳۶	؟
کل دانش آموزان	۱۵۰	۱۰۰

$$\text{درصد} = \frac{36 \times 100}{150} = 24$$

۲۴٪ کلاس اول هستند

کلاسهای دوم و سوم و چهارم و ششم هستند.

جمعاً ۴۰ درصد (۴۰٪) از دانش آموزان کلاس پنجم و اول هستند

ت آنها را تعیین کنید.

مثال ۴: ۴۰٪ یک عدد ۲۴۰ و ۷۰٪ عدد دیگری ۲۸۰ است هر ی

۴۰	۲۴۰
۱۰۰	کل



$$\text{عدد اول} = \frac{240 \times 100}{40} = 6 \times 100 = 600$$

عدد اول

۷۰	۲۸۰
----	-----

۱۰۰	کل
-----	----



$$\frac{280 \times 100}{70} = 4 \times 100 = 400 \quad \text{عدد دوم}$$

$$\frac{280}{400} = \frac{70}{100} \quad \text{و} \quad \frac{240}{600} = \frac{40}{100} \quad \text{نسبت ها}$$

مثال ۵: قیمت یک کالا ۳۵۰۰۰۰ تومان است. به این کالا ۳٪ مالیات (قبل از تخفیف) تعلق می گیرد. اگر این کالا با ۱۰٪ تخفیف فروخته شود. برای خرید چند تومان باید پرداخت؟

حل: ابتدا باید سه درصد قیمت کالا بابت مالیات به قیمت کالا اضافه شود که این کار را می توان به چند روش حساب کرد.

روش اول: ۱۰۳ درصد قیمت کالا را حساب می کنیم.

۱۰۳	x
۱۰۰	۳۵۰۰۰۰

$$x = \frac{103 \times 350000}{100} = 103 \times 3500 = (100+3) \times 3500 = 350000 + 10500 = 360500$$

روش دوم: ۳ درصد قیمت کالا را می یابیم و با ۳۵۰۰۰۰ جمع می کنیم.

۳	x
۱۰۰	۳۵۰۰۰۰

$$x = \frac{3 \times 350000}{100} = 10500 = 350000 + 10500 = 360500$$

سپس باید ده درصد تخفیف را حساب کنیم و از قیمت بعد از مالیات یعنی ۳۶۰۵۰۰ کم کنیم.

۱۰	x
۱۰۰	۳۶۰۵۰۰

$$x = \frac{10 \times 360500}{100} = 36050$$

$$360500 - 36050 = 324450$$

می توان ۹۰ درصد قیمت بعد از مالیات را حساب کرد.

۹۰	x
۱۰۰	۳۶۰۵۰۰

$$x = \frac{90 \times 360500}{100} = 90 \times 3605 = 324450$$

پس باید کالا به قیمت ۳۲۴۴۵۰ تومان فروخته شود.

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$

توجه: برخی از کسرها را می توان به صورت درصد نوشت. مانند:

$$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

با تقریب می توان همه کسرها را به صورت درصد نوشت.

مثال ۶: تقریباً $\frac{1}{5}$ حجم هوا اکسیژن و $\frac{4}{5}$ حجم هوا نیتروژن است. چند درصد از حجم هوا نیتروژن است؟

$$\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$$

جواب:

توجه: اگر کسری بزرگتر از واحد باشد درصد آن بیشتر از واحد می شود.

مثال ۷: قیمت یک کالا به دلیل تورم از ۵۰۰۰۰ تومان به ۱۲۵۰۰۰ تومان رسیده است یعنی ۷۵۰۰۰ تومان به آن اضافه شده است.

$$\text{پس: } \frac{75000}{50000} = 150\% \text{ افزایش قیمت داشته است.}$$

عددهای تقریبی

در زندگی روزمره و متناسب با موضوعاتی که با آن ها سرو کار داریم به جای مقادیر واقعی و دقیق، عددهای تقریبی را بکار می بریم مانند نمونه های زیر:

۱. جمعیت کشور ایران ۷۵ میلیون نفر است. ۷۵ میلیون نفر یک عدد تقریبی است که برای جمعیت ایران به کار رفته است. ممکن است جمعیت دقیق مثلا ۷۵۳۴۵۱۹۲ نفر باشد که در این صورت از تعداد ۳۴۵۱۹۲ نفر در گفتن آمار صرف نظر کرده ایم.

۲. دامپروری علی آقا بیش از ۵۰۰ رأس گاو دارد. عدد ۵۰۰ عدد تقریبی است که برای تعداد دامپروری علی آقا بکار برده ایم. ممکن است که دامپروری علی آقا ۵۴۳ رأس گاو داشته باشد که از ۴۳ رأس گاو در گفتن آمار صرف نظر کرده ایم.

۳. آقای حسن کشاورز بیش از ۱۵ تن گندم برداشت کرده است عدد ۱۵ عدد تقریبی است که برای برداشت گندم آقای حسن کشاورز به کار برده ایم ممکن است که آقای کشاورز ۱۵ تن و ۲۶۷ کیلو گندم برداشت کرده باشد که از ۲۶۷ کیلو گندم در گفتن آمار صرف نظر کرده ایم.

۴. قد شبنم از ۱/۷۰ متر کمتر است عدد ۱/۷۰ یک عدد تقریبی است ممکن است که قد سارا ۱/۶۸ متر بوده باشد یعنی از ۶۸ سانتی متر در گفتن قد شبنم صرف نظر کرده ایم و به جای آن ۷۰ سانتی متر را بیان کردیم.

۵. ظرفیت سد میناب حدود ۳ میلیارد متر مکعب است. عدد ۳ میلیارد یک عدد تقریبی است و ممکن است که ظرفیت این سد ۳۱۵۶۲۳۷۱۲۹ متر مکعب ظرفیت داشته باشد که در این صورت از ۱۵۶۲۳۷۱۲۹ متر مکعب صرف نظر کرده باشیم که عدد خیلی بزرگی است.

۶. جرم یک هندوانه حدود ۶ کیلوگرم است. ممکن است که عدد ۶ عدد تقریبی باشد اگر این هندوانه را وزن کنیم جرم آن ۶ کیلو و ۲۵۰ گرم باشد یعنی از ۲۵۰ گرم صرف نظر کرده ایم.

با توجه به نمونه های بالا برای اندازه گیری، واحدهای متفاوتی وجود دارد (به جز مقدار انسان و حیوان و موجودات زنده) هر چه واحد اندازه گیری کوچکتر باشد اندازه گیری دقیق تر انجام می شود و در دادن آمار و گفتن اندازه، اندازه را دقیق تر بیان می کنیم. مثلا در نمونه ی شماره ۴ در گفتن قد شبنم می توانستیم قد را بر حسب میلیمتر اندازه گیری و بیان کنیم که در این صورت ممکن است اندازه ی واقعی قد شبنم عدد ۱/۶۷۹ باشد. در ریاضیات برای بیان یک عدد بصورت تقریبی دو نوع تقریب زدن وجود دارد که آن را قطع کردن و گرد کردن می نامیم و روش هریک بصورت زیر است.

الف) روش قطع کردن

با یک مثال روش قطع کردن را توضیح می دهیم. عدد ۲۵۷/۱۴۵ را در نظر بگیرید فرض کنید بخواهید از قسمت اعشاری صرف نظر کنید به جای عدد ۲۵۷/۱۴۵ می گوئید عدد ۲۵۷. حال اگر بخواهید از قسمت یکی ها هم صرف نظر کنید به جای عدد ۲۵۷/۱۴۵ می گوئید ۲۵۰. همچنین اگر

بخواهید از قسمت صدم این عدد صرف نظر کنید می گوید $۲۵۷/۱$ بنابراین در روش قطع کردن مهم است که بدانیم کدام مرتبه از اعداد (ارقام) ارزش زیادی ندارند و نیازی به بیان آن نیست و معمولاً برای بیان تقریب مورد نظر عبارت «با تقریب کمتر از ...» استفاده می کنیم و به جای خالی عددهایی مانند ۱۰۰۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰ و... یا دهم، صدم، هزارم و... می نویسیم. برای مثال وقتی می نویسیم با تقریب کمتر از ۱۰ یعنی رقم های کمتر از مرتبه ی دهگان ارزش زیادی ندارند و نیازی به آنها نیست و به این ترتیب رقم های یکان، دهم، صدم، هزارم و ... را حذف کرده و به جای آن صفر می گذاریم.

مثال ۱: با روش قطع کردن و با تقریبهای داده شده عددهای تقریبی را بنویسید.

$$۱۳۴۵۱ \cong ۱۳۴۰۰$$

☀ با تقریب کمتر از ۱۰۰

$$۱۲۴/۲۳ \cong ۱۲۴$$

☀ با تقریب کمتر از یک

$$۱۲۴/۲۳ \cong ۱۲۴/۲$$

☀ با تقریب کمتر از یک دهم

$$۱۲۴/۲۳ \cong ۱۲۰$$

☀ با تقریب کمتر از ده

مثال ۲: با روش قطع کردن و با تقریبهای داده شده عدد تقریبی برای عدد $۲۵۷/۱۴۵$ بنویسید.

(ب) با تقریب کمتر از ده

(الف) با تقریب کمتر از یک

(د) با تقریب کمتر از یک صدم

(ج) با تقریب کمتر از یک دهم

$$۲۵۷/۱۴(د)$$

$$۲۵۷/۱(ج)$$

$$۲۵۰(ب)$$

$$۲۵۷(الف)$$

جواب:

تبصره: می دانیم که برای تبدیل یک کسریه عدد اعشاری می توان صورت را به مخرج کسر تقسیم کرد در این کسر سوال این است که تا کجا

تقسیم را ادامه دهیم $\frac{2231}{773}$ در برخی از کسرها تقسیم پایانی ندارد. مانند:

جواب این است که: این تقسیم با چه تقریبی لازم است انجام دهیم. اگر خواسته باشیم که تقسیم را تا یک رقم اعشار ادامه دهیم (یعنی با

تقریب کمتر از $۰/۱$) باید خارج قسمت یک رقم اعشار داشته باشد. اگر خواسته باشیم که تقسیم را تا دو رقم اعشار ادامه دهیم (یعنی با تقریب کمتر

از $۱/۰$) باید خارج قسمت دو رقم اعشار داشته باشد. می دانیم که اگر خارج قسمت یک رقم اعشار داشته باشد مقسوم هم یک رقم اعشار باید داشته باشد به عبارت دیگر تعداد ارقام اعشار خارج قسمت و مقسوم همیشه یکسان است پس اگر مقسوم دارای اعشار نباشد می توان به تعداد لازم

برای آن بعد از ممیز صفر قرار داد. مثلاً برای $۱ \div ۳ = \frac{1}{3}$ می توان برای عدد یک هر تعداد که لازم داریم برای آن بعد از ممیز صفر قرار دهیم


یعنی: $۱ = ۱/۰$ و $۱ = ۱/۰۰$ و $۱ = ۱/۰۰۰$

مثال ۳: کسر $\frac{3}{7}$ را با تقریب $۰/۱$ و $۰/۰۱$ و $۰/۰۰۱$ بنویسید.


$$\begin{array}{r}
 3\ 000 \quad | \quad 7 \\
 \hline
 - 28 \quad | \quad 0/428 \\
 \hline
 \cdot 20 \\
 - 14 \\
 \hline
 \cdot 060 \\
 - 0056 \\
 \hline
 \cdot 004
 \end{array}$$

حل:


$$\frac{3}{7} = 0/4$$

با تقریب ۰/۱ 

$$\frac{3}{7} = 0/42$$

با تقریب ۰/۰۱ 

$$\frac{3}{7} = 0/428$$

با تقریب ۰/۰۰۱ 

مثال ۴: کسر $\frac{1}{3}$ را با تقریب ۰/۱ بنویسید.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad | \quad 0 \quad | \quad 3 \\
 \hline
 - 09 \quad | \quad 0/3 \\
 \hline
 \cdot 1
 \end{array}$$

جواب: $\frac{1}{3} = 0/3$

نتیجه: با توجه به مثال ۳ و ۴ با تقسیم صورت بر مخرج می توان یک کسر کوچکتر از واحد را با یک کسر با مخرج ۱۰ تقریب بزیند.

پس:

$$\frac{1}{3} \cong \frac{3}{10} \quad \text{و} \quad \frac{3}{7} \cong \frac{4}{10}$$

تبصره: روش قطع کردن برای به دست آوردن عدد تقریبی در کسر (یا تقسیم) روش مناسبی است ولی این روش در تقریب بسیاری از عدد مناسب نیست.

نمونه: اگر عددهای ۲۴۷ و ۳۵۸ و ۴۴۹ و ۱۱۶ را با تقریب کمتر از ۱۰ به روش قطع کردن بنویسیم به عددهای ۲۴۰ و ۳۵۰ و ۴۴۰ و ۱۱۰ می‌رسیم که اختلاف زیادی با عددهای واقعی دارند. عدد ۲۴۰ تا ۲۴۷ هفت واحد اختلاف دارد و عدد ۳۵۰ تا ۳۵۸ هشت واحد اختلاف دارد و همچنین عدد ۴۴۹ با عدد ۴۴۰ نه واحد و عدد ۱۱۶ و ۱۱۰ شش واحد اختلاف دارد.

می‌دانیم که عدد ۲۵۰ به عدد ۲۴۷ و عدد ۳۶۰ به عدد ۳۵۸ و عدد ۴۵۰ به عدد ۴۴۹ و عدد ۱۲۰ به عدد ۱۱۶ نزدیک تر است و بنابراین اعداد ۲۵۰ و ۳۶۰ و ۴۵۰ و ۱۲۰ تقریب مناسب تری به ترتیب برای عدد های ۲۴۷ و ۳۵۸ و ۴۴۹ و ۱۱۶ می‌باشد به این روش تقریب زدن را روش گرد کردن می‌نامیم.

ب) تقریب زدن به روش گرد کردن: در این روش به مرتبه ی بعد از تقریب (عددی که قرار است به صفر تبدیل شود) نگاه می‌کنیم اگر این عدد بیشتر از ۵ یا مساوی ۵ باشد آن عدد و رقم های سمت راست بعد از آن عدد را حذف می‌کنیم و به جای آن ها عدد صفر قرار می‌دهیم و یک واحد به رقم سمت چپ اضافه می‌کنیم و اگر این عدد (عددی که قرار است به صفر تبدیل شود) کمتر از ۵ باشد آن عدد و رقم های سمت راست بعد از آن عدد را حذف می‌کنیم و به جای آن ها صفر قرار می‌دهیم و رقم سمت چپ را تغییر نمی‌دهیم.

به عنوان مثال اگر بخواهیم یک عدد را با تقریب کمتر از ۱۰ بنویسیم به رقم دهگان نگاه می‌کنیم اگر رقم بعد از دهگان یعنی یکان ۵ یا بیشتر از ۵ باشد رقم های قبل از دهگان (یکان و دهم و صدم و...) را حذف و به جای آن ها صفر قرار می‌دهیم و یک واحد به دهگان اضافه می‌کنیم و اگر رقم بعد از دهگان (یعنی یکان) کمتر از ۵ باشد رقم های بعد از دهگان (یکان و دهم و صدم و...) را حذف و به جای آن ها صفر قرار می‌دهیم.

مثال ۱: عدد ۴۵۶ / ۳۷۲ را به روش گرد کردن با تقریب های خواسته شده تقریب بزنید.

$$456 / 372 \cong 460 / 000 = 460$$



با تقریب کمتر از ۱۰



$$456 / 372 \cong 500 / 000 = 500$$



با تقریب کمتر از ۱۰۰



$$456 / 372 \cong 456 / 000 = 456$$



با تقریب کمتر از یک



$$456 / 372 \cong 456 / 400 = 456 / 4$$



با تقریب کمتر از یک دهم



$$456 / 372 \cong 456 / 370 = 456 / 37$$



با تقریب کمتر از یک صدم



توجه: بطور خلاصه می‌توان گفت که در روش گرد کردن به ارقامی که باید از آن ها صرف نظر کنیم نگاه می‌کنیم اگر اولین رقم از این ارقام ۵ یا بیشتر از ۵ باشد عدد را به بالا گرد می‌کنیم و یک واحد به ارقام سمت چپ اضافه می‌کنیم ولی اگر اولین رقم از عدد ۵ کمتر باشد عدد را به پایین گرد می‌کنیم.

مثال ۲: عدد $۳۷۶/۱۵۶۸$ را به روش گرد کردن یا تقریب خواسته شده را بنویسید.

$$۳۷۶/۱۵۶۸ \cong ۳۷۶/۱۵۷$$



تقریب کمتر از $۰/۰۰۱$



$$۳۷۶/۱۵۶۸ \cong ۳۷۶/۱۶$$



تقریب کمتر از $۰/۰۱$



$$۳۷۶/۱۵۶۸ \cong ۳۷۶/۲$$



تقریب کمتر از $۰/۱$



$$۳۷۶/۱۵۶۸ \cong ۳۷۶$$



تقریب کمتر از یک



$$۳۷۶/۱۵۶۸ \cong ۳۸۰$$



تقریب کمتر از ۱۰



$$۳۷۶/۱۵۶۸ \cong ۴۰۰$$



تقریب کمتر از ۱۰۰



مثال ۳: در یک مسابقه دو برای بیان رکورد دوندگان روش قطع کردن مناسب تر است یا روش گرد کردن؟ کدام یک برای اندازه گیری بهتر است ؟ کدام یک دقت بیشتری دارد؟

جواب: روش گرد کردن مناسب تر و برای اندازه گیری بهتر است و دقت بیشتری هم دارد.

