

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل ششم: ظرفیت و خازن

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



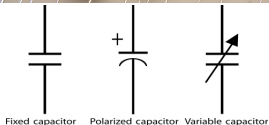
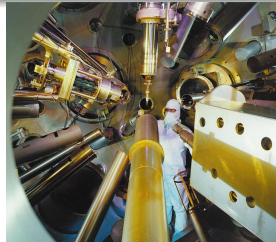
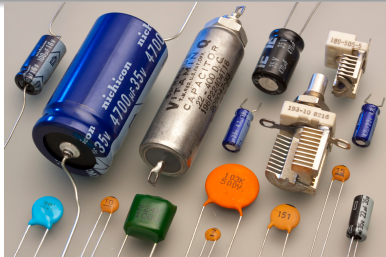
دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که با تلاش بسیار امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ فصل ششم: ظرفیت و خازن

- معرفی خازن
- ظرفیت خازن
- به هم بستن خازن ها

کارایی خازن ها



شکل از ویکی پدیا .

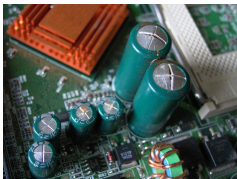
شکل از ویکی پدیا .

خازن ها می توانند انرژی الکتریکی را در زمان نه چندان کوتاهی ذخیره و در کسری از ثانیه تخلیه کنند. توانایی خازن ها در ذخیره و تخلیه انرژی باعث شده است که در شرایط گوناگون در دستگاه های الکتریکی مورد استفاده قرار گیرند.

مثلا یکی از قوی ترین لیزرهای موجود در حال حاضر، انرژی خود را از یک مجموعه خازن دریافت می کند که قادرند این انرژی را در 10^{-9} s به لیزر داده و توان $10^{14} W$ را ایجاد کنند. این توان دوست برابر توان کل تولیدی ایالات متحده است (نه انرژی تولیدی آن!).

لیزر یاد شده برای تحقیقات در زمینه همجوشی هسته ای به کار می رود. شکل بالا را ببینید.

چرا باید ویژگی های الکتریکی خازن ها را به دقت بدانیم؟



در مدارهای دیجیتال خازن صرفاً وظیفه ذخیره انرژی را برعهده دارد؛ یعنی خازن در یک لحظه شارژ و در لحظه دیگر تخلیه می‌شود.

در مدارهای آنالوگ از خازن جهت جدا ساختن دو منبع متناوب و مستقیم استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، خازن در برابر ولتاژ متناوب مثل اتصال کوتاه عمل کرده و اجازه ورود یا خروج می‌دهد؛ در حالی که در مقابل ولتاژ مستقیم خازن همانند سد عمل می‌کند و اجازه ورود یا خروج ولتاژ مستقیم از مدار به قسمت تحت ایزوله خود را نمی‌دهد.

خازن معمولاً به عنوان یکی از اجزای کلیدی مدار عمل می‌کند.

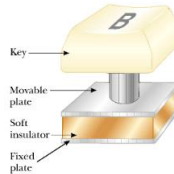
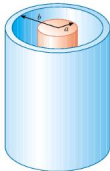
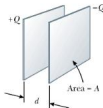
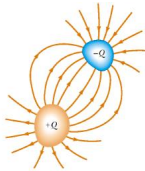
در صورت آسیب دیدن خازن، کل مدار می‌تواند در معرض خطر باشد.

بنابراین باید حدود ذخیره انرژی را در هر خازن خاص شناخته و به دقت از آن استفاده کنیم تا دچار مشکلات بعدی نشویم.

مهم ترین ویژگی خازن ظرفیت آن است. این ویژگی را در این جلسه با جزئیات بررسی می‌کنیم.

شکل ها از ویکی پدیا.

خازن



خازن: قطعه ای از مدار است که می تواند انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند.

همه انواع خازن ها شامل حداقل دو رسانا، که معمولاً توسط یک نارسانا (دی الکتریک یا عایق) از هم جدا شده اند، می باشند.

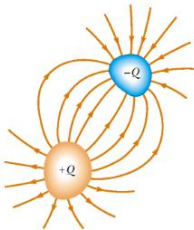
صفحات خازن: قطعات رسانای خازن را صفحات خازن می نامیم.

دی الکتریک خازن: لایه ای نارساناست که بین صفحات خازن قرار می گیرد و ظرفیت خازن را افزایش می دهد. جنس دی الکتریک معمولاً از موادی با ضریب دی الکتریک بالا مانند شیشه، سرامیک، پلاستیک، میکا و... انتخاب می شود. آخرین جدول جلسه قبل را به یاد آورید.

شکل بالا نوع خاصی از کلید کامپیوتری، که با یک خازن کار می کند، را نشان می دهد.

شکل ها از میانی فیزیک هالیدی.

ظرفیت خازن



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

ظرفیت خازن C : میزان باری که خازن در یک اختلاف پتانسیل مشخص ΔV ذخیره می کند:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

ظرفیت خازن مستقل از بار الکتریکی و یا اختلاف پتانسیل دو سر خازن است!

ظرفیت خازن فقط به هندسه و نوع ماده دی الکتریک خازن ربط دارد.

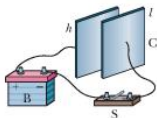
واحد ظرفیت $F = C/V$ است که آن را فاراد می نامیم. واحد های معمول ظرفیت:

$$\mu F = 10^{-6} F$$

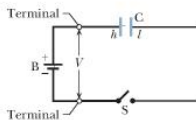
$$n F = 10^{-9} F$$

$$p F = 10^{-12} F$$

روش عمومی محاسبه ظرفیت خازن



(a)



(b)

۱ میدان الکتریکی بین دو خازن را با استفاده از قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

به دست آورید.

۲ از میدان به دست آمده در قسمت قبل استفاده کرده و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن را با استفاده از رابطه

$$\Delta V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

به دست آورید. قرارداد $\int_+^-$ به دلیل مثبت بودن ظرفیت انتخاب شده است.

۳ از اختلاف پتانسیل به دست آمده در قسمت قبل استفاده کنید و با استفاده از تعریف زیر

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

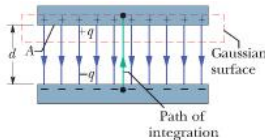
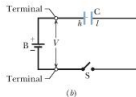
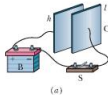
ظرفیت را محاسبه کنید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

نکته: نتیجه به دست آمده برای اختلاف پتانسیل ΔV حتما به بار الکتریکی q ربط خواهد داشت. بنابراین در مرحله سوم اثری از ΔV و q در ظرفیت خازن باقی نمی ماند. در نتیجه ظرفیت خازن فقط به هندسه و نوع ماده دی الکتریک خازن ربط خواهد داشت.

به مثال های زیر دقت کنید

مثال: ظرفیت خازن تخت



اجازه می دهیم خازن پر شود (شکل مقابل، بالا).

میدان الکتریکی بین دو خازن را با استفاده از قانون گوس $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$ به دست می آوریم $E_+ = E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ بنابراین

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

که در آن $\sigma = q/A$ چگالی سطحی بار روی هرکدام از دو صفحه است.

از میدان به دست آمده در قسمت قبل استفاده کرده و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن را با استفاده از رابطه

$$\Delta V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_+^- E ds \cos 0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_0^d ds = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{qd}{A\epsilon_0}$$

به دست می آوریم.

از اختلاف پتانسیل به دست آمده در قسمت قبل استفاده می کنیم و با استفاده از تعریف زیر

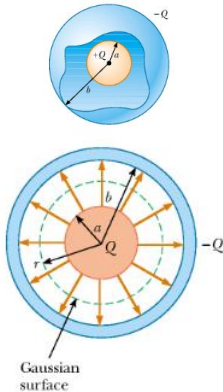
$$C \equiv \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{qd}{A\epsilon_0}} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

ظرفیت را محاسبه می کنیم.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \text{ظرفیت خازن تخت:}$$

مثال: ظرفیت خازن کروی



اجازه می دهیم خازن پر شود.

میدان الکتریکی بین دو خازن را با استفاده از قانون گوس به دست می آوریم:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

یادآوری: $q_{in} = +Q$ چرا؟

از میدان به دست آمده در قسمت قبل استفاده کرده و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن را به روش زیر به دست می آوریم:

$$\Delta V = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_a^b E ds \cos 0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{1}{r^2} dr$$

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

از اختلاف پتانسیل به دست آمده در قسمت قبل استفاده می کنیم و با استفاده از تعریف زیر

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

ظرفیت را محاسبه می کنیم.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

ظرفیت خازن کروی:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

مثال: ظرفیت کره زمین به عنوان یک خازن کروی!



می توان کره زمین را به عنوان یکی از صفحات یک خازن بسیار بزرگ، به شعاع a ، در نظر گرفت که صفحه دیگر آن در بی نهایت قرار دارد؛ یعنی $b \rightarrow \infty$.
در این صورت می توان ظرفیت کره زمین را به صورت زیر به دست آورد:

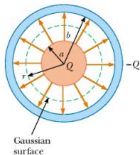
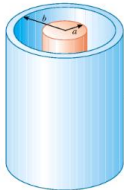
$$C = \lim_{b \gg a} 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a} = 4\pi\epsilon_0 a$$

بنابراین ظرفیت کره زمین برابر است با:

$$C = 4\pi\epsilon_0 a = 4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \times 6370 \times 10^3 m = 710 \mu F$$

شکل universetoday.com

مثال: ظرفیت خازن استوانه ای



اجازه می دهیم خازن پر شود.

میدان الکتریکی بین دو خازن را با استفاده از قانون گوس به دست می آوریم:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r l}$$

یادآوری: $q_{in} = +Q$ چرا؟

از میدان به دست آمده در قسمت قبل استفاده کرده و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو صفحه خازن را به روش زیر به دست می آوریم:

$$\Delta V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_+^- E ds \cos 0 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_a^b \frac{1}{r} dr$$

$$\Delta V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} [\ln r]_a^b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} (\ln b - \ln a) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

از اختلاف پتانسیل به دست آمده در قسمت قبل استفاده می کنیم و با استفاده از تعریف زیر

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = 2\pi\epsilon_0 \frac{l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

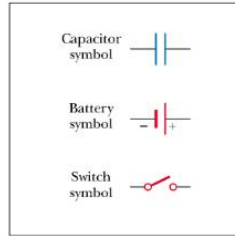
ظرفیت را محاسبه می کنیم.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

ظرفیت خازن استوانه ای:

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

به هم بستن خازن ها

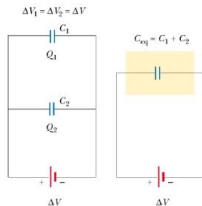
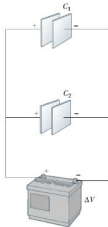


بعضی اوقات نیاز به ظرفیتی داریم که خازن های موجود آن را برآورده نمی کنند. در این حالت می توانیم با به هم بستن موازی و یا متوالی خازن های موجود، ظرفیت مورد نظر را به دست آوریم.

المان های معمول مدار را در شکل بالا ملاحظه می کنید. از این نمادگذاری در ادامه بحث استفاده خواهیم کرد.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

به هم بستن موازی خازن ها



سوال: چه خازنی را در مدار به جای ترکیب موازی C_1 و C_2 قرار دهیم تا بتواند به اندازه این دو ظرفیت داشته باشد؟

نکته بسیار مهم: به شکل دقت کنید. در خازن های موازی همیشه صفحات همتام به هم متصل هستند. این را به عنوان علامت خازن های موازی به یاد داشته باشید.

اختلاف پتانسیل دوسر خازن های موازی با هم برابر است. اختلاف پتانسیل دوسر خازن معادل هم باید همین مقدار را داشته باشد: $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$.

بار کل ذخیره شده در دو خازن برابر است با: $Q = Q_1 + Q_2$.
همین مقدار بار باید در خازن معادل هم ذخیره شده باشد.

از رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$C \Delta V = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2$$

ولی از طرفی داریم $\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$. بنابراین به نتیجه مهم زیر می رسم:

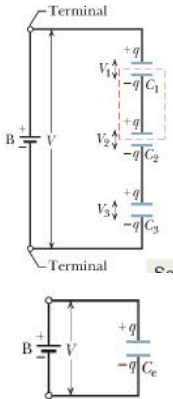
$$C = C_1 + C_2$$

در حالت کلی برای تعداد زیادی خازن موازی داریم:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots = \sum_i C_i$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

به هم بستن متوالی خازن ها



سوال: چه خازنی را در مدار به جای ترکیب متوالی C_1 و C_2 و C_3 قرار دهیم تا بتواند به اندازه این سه ظرفیت داشته باشد؟

نکته بسیار مهم: به شکل دقت کنید. در خازن های متوالی همیشه صفحات غیر همانام به هم متصل هستند. این را به عنوان علامت خازن های متوالی به یاد داشته باشید.

بار دوسر خازن های متوالی با هم برابر است. چرا؟! بنابراین بار دوسر خازن معادل هم باید همین مقدار را داشته باشد: $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$.

اختلاف پتانسیل کل دو سر مدار برابر است با: $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$. همین مقدار اختلاف پتانسیل باید در دوسر خازن معادل هم برقرار باشد.

از رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

ولی از طرفی داریم $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$. بنابراین به نتیجه مهم زیر می رسم:

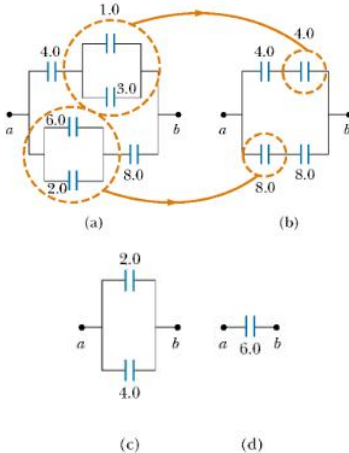
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

در حالت کلی برای تعداد زیادی خازن متوالی داریم:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

مثال



سوال: در شکل مقابل خازن معادل را بیابید.

$$8 F = 6 F + 2 F$$

$$4 F = 1 F + 3 F$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow C' = \frac{4 \times 4}{4 + 4} F = 2 F$$

$$\frac{1}{C''} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \Rightarrow C'' = \frac{8 \times 8}{8 + 8} F = 4 F$$

$$C''' = 4 F + 2 F = 6 F$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم خازن ها را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

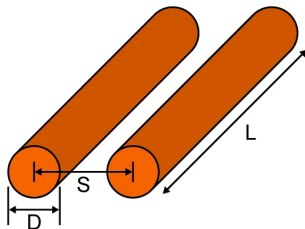
- ۱ کاربردهای خازن در مدار؟
- ۲ مفهوم ظرفیت را شرح دهید و تعریف ریاضیاتی آن را بنویسید.
- ۳ ظرفیت خازن به چه عواملی بستگی دارد؟
- ۴ روش عمومی به دست آوردن ظرفیت را شرح دهید.
- ۵ چرا خازن ها را به هم می بندیم؟
- ۶ چه آرایه خازنی را موازی می نامیم؟ خازن معادل این نوع به هم بستن چطور پیدا می شود؟
- ۷ چه آرایه خازنی را متوالی می نامیم؟ خازن معادل این نوع به هم بستن چطور پیدا می شود؟

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین

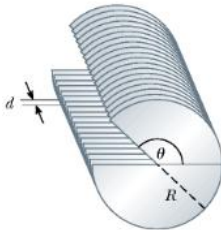


دو سیم بسیار بلند رسانا به قطر D که به فاصله S از هم قرار دارند را در نظر بگیرید. این مجموعه یک خازن را تشکیل می دهد. نشان دهید که ظرفیت بر طول (L) این مجموعه از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{C}{L} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \left(\frac{S - \frac{D}{2}}{\frac{D}{2}} \right)}$$

شکل از allaboutcircuits.com

تمرین



در شکل مقابل N صفحه رسانا به صورت ثابت در فاصله d از هم قرار گرفته اند. همچنین N صفحه متحرک دیگر وجود دارند که قابلیت چرخش دارند.

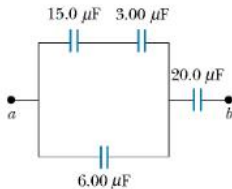
الف) چنین مجموعه خازنی موازی محسوب می شود یا متوالی؟ چرا؟

ب) خازن معادل، وقتی که صفحه ها با هم زاویه θ می سازند، را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین

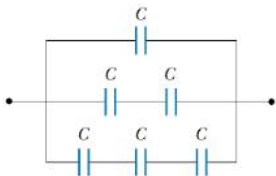
در شکل مقابل خازن معادل را بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین

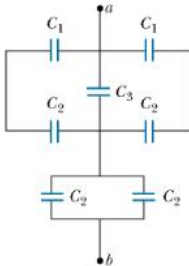
در شکل مقابل خازن معادل را بر حسب C بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

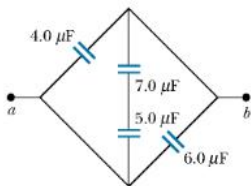
تمرین

در شکل مقابل فرض کنید که $C_i = iC$ که C یک ظرفیت مشخص است. مثلاً داریم $C_3 = 3C$.
خازن معادل این مجموعه را بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین

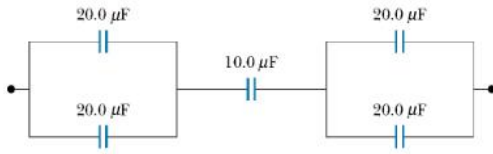


خازن معادل این مجموعه را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین

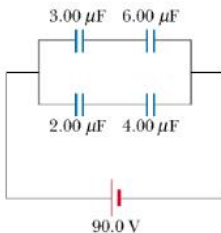
خازن معادل این مجموعه را بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین

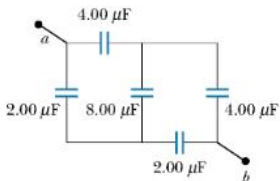
خازن معادل این مجموعه را بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

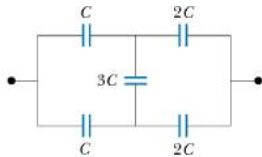
تمرین

خازن معادل این مجموعه را بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین



خازن معادل این مجموعه را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

مبحث بعدی: انرژی الکتریکی، اثر دی الکتریک ها و قانون گوس در حضور دی الکتریک ها

• در جلسه بعدی انرژی الکتریکی ذخیره شده در میدان الکتریکی را به دست می آوریم. همچنین، نشان می دهیم که چگونه حضور دی الکتریک ها باعث افزایش ظرفیت خازن می شود. به علاوه، قانون گوس در حضور دی الکتریک ها را به دست خواهیم آورد.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.



با سپاس از توجه شما