

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل هفتم: جریان مستقیم

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

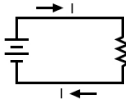
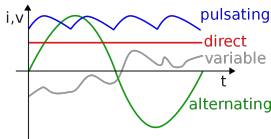
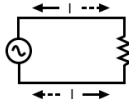
- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

h.shenavar@gmail.com

۱ فصل هفتم: جریان مستقیم

- جریان الکتریکی
- به هم بستن مقاومت ها
- مدارهای شامل مقاومت و خازن RC

جریان های مستقیم و غیر مستقیم

DIRECT CURRENT
(DC)ALTERNATING CURRENT
(AC)

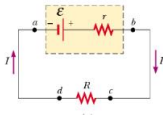
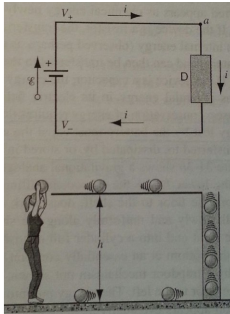
شکل ها از ویکی پدیا .

۱ در جریان مستقیم، یا DC ، جهت جریان تغییر نمی کند.

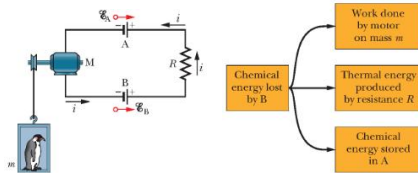
۲ در جریان متناوب، یا AC ، جهت جریان تغییر می کند.

۳ فعلا فقط جریان های مستقیم را در نظر می گیریم. جریان های متناوب را در آینده مطالعه خواهیم کرد.

باتری (منبع تغذیه و یا نیروی الکتروموتوری)



شکل ها از فیزیک هالیدی و مبانی فیزیک هالیدی.



باتری منبع حامل بار (الکتران) نیست، بلکه باتری باعث می شود که انرژی حامل های بار افزایش یابد.

به عبارت دیگر، وظیفه باتری تامین جریان در مدار با انجام کار روی حامل های جریان است. تعریف نیروی الکتروموتوری باتری: $\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$.

انرژی فراهم شده توسط باتری می تواند به صورت های مختلف مصرف شود و یا به انواع دیگر انرژی تبدیل شود.

شکل بالا سمت چپ را ببینید تناظر بین چرخه تبدیل انرژی الکتریکی و مکانیکی را تحلیل کنید.

هر باتری لزوماً یک مقاومت داخلی دارد که معمولاً با r نشان داده می شود. برای باتری های خوب می توان این مقاومت داخلی را نادیده گرفت.

انرژی و توان الکتریکی



آهنگ کاهش انرژی بار dq در هنگام عبور از مقاومت برابر است با:

$$P = \frac{dW}{dt} = \Delta V \frac{dq}{dt} = I \Delta V$$

که البته برابر است با

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

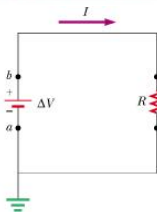
آهنگ دریافت انرژی توسط بار dq ، وقتی که از باتری عبور می کند، نیز برابر است با:

$$P = \frac{dW}{dt} = \Delta V \frac{dq}{dt} = I \Delta V$$

روابط اساسی توان، یعنی

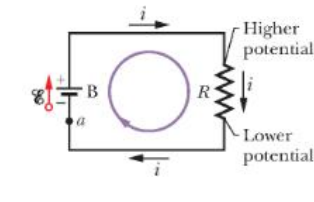
$$P = I \Delta V = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

را به خاطر بسپارید.



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

پیدا کردن جریان در یک حلقه تک



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تعمیم: جریان در مدارهای پیچیده تر (شامل چندین حلقه) را می توان با استفاده از پایدگی انرژی و پایدگی بار الکتریکی به دست آورد.

قوانین پایدگی انرژی و پایدگی بار الکتریکی در مدارها را قوانین کیرشهوف می نامیم .

می خواهیم جریان الکتریسته در یک حلقه ساده را تحلیل کرده و مقدار آن را بیابیم.
وقتی بار الکتریکی مورد نظر، با اندازه دیفرانسیلی dq ، از باتری عبور می کند، انرژی آن به اندازه $dW_1 = \mathcal{E} dq$ افزایش می یابد. با توجه به تعریف جریان، یعنی $dq = i dt$ ، داریم:

$$dW_1 = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt$$

از طرفی، بار دیفرانسیلی مورد نظر انرژی خود را در مقاومت از دست می دهد. اگر توان مصرف شده در مقاومت $P = Ri^2$ باشد، آنگاه کار انجام شده روی بار برابر است با:

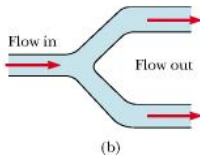
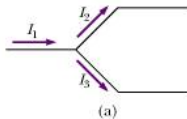
$$dW_2 = P dt = Ri^2 dt$$

همچنین، با توجه به اینکه پایدگی انرژی برقرار است (چون نیروی الکتریکی نیرویی پایدار است) باید انرژی تولید شده و مصرف شده در مدار با هم برابر باشند؛ یعنی $dW_1 = dW_2$ ، و یا

$$\mathcal{E} i dt = Ri^2 dt \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

نتیجه مهم: با استفاده از مفهوم پایدگی انرژی، جریان در یک حلقه را یافتیم.

قوانین کیرشهوف



شکل از مبانی فیزیک.

قانون اول کیرشهوف: جمع جبری جریان های ورودی و خروجی به یک گره، در هر لحظه، برابر صفر است.
این قانون نتیجه ای از پایستگی بار الکتریکی است:

$$\sum_j q_j = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \sum_j q_j = 0 \Rightarrow \sum_j i_j = 0$$

مثلا در شکل بالا داریم: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

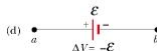
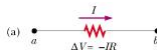
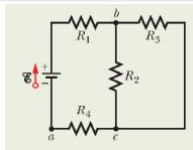
قانون دوم کیرشهوف: جمع جبری اختلاف پتانسیل ها در یک حلقه بسته برابر صفر است.
قانون دوم کیرشهوف نتیجه پایستگی انرژی است:

$$\sum_j dW_j = 0 \Rightarrow \sum_j dq V_j = 0 \Rightarrow \sum_j V_j = 0$$

برای فهم و استفاده درست از قوانین کیرشهوف باید مفاهیمی مانند گره، حلقه، شاخه و ... را بهتر بشناسیم و بعضی قراردادهای مشخص در نوشتن این قوانین را رعایت کنیم .

- Kirchhoff's current law: KCL
- Kirchhoff's voltage law: KVL

مفاهیم و قراردادهای استفاده از قوانین کیرشهوف



گره: محل اتصال دو یا چند شاخه است. مثل نقاط b و c در شکل مقابل.

حلقه: هر مسیر بسته در مدار را یک حلقه می نامیم. مثل مسیر $abca$ در شکل مقابل.

قرارداد اول: در حالت کلی، جریان از شاخه ای به شاخه دیگر تغییر خواهد کرد. بنابراین، در هر شاخه مدار جهت مشخصی را برای جریان در نظر بگیرید. جهت انتخاب شده هیچ تاثیری در جواب نهایی نخواهد داشت؛ اگر مقدار جریان منفی به دست آمد به این معنی است که جهت اصلی در خلاف جهت انتخابی است؛ هر چند مقدار به دست آمده برای جریان در هر صورت درست خواهد بود.

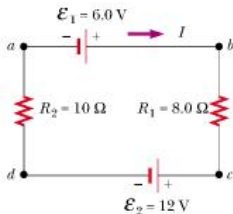
قرارداد دوم: اگر در جهت جریان از مقاومت عبور کردید، در قانون دوم کیرشهوف به اندازه $-iR$ پتانسیل را کاهش دهید. اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت عبور کردید، در قانون دوم کیرشهوف به اندازه $+iR$ پتانسیل را افزایش دهید. شکل های (a) و (b) را ببینید.

قرارداد سوم: اگر از سر منفی به سر مثبت باتری عبور کردید، در قانون دوم کیرشهوف پتانسیل را به اندازه E افزایش و در غیر این صورت کاهش دهید. شکل های (c) و (d) را ببینید. دقت کنید که این قرارداد به جهت جریان ربطی ندارد! چرا؟

تعداد معادلات فراهم شده توسط قوانین کیرشهوف همیشه برابر با تعداد مجهولات مساله خواهد بود. بنابراین، در انتها باید یک دستگاه چند معادله-چند مجهول را حل کنیم.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

قوانین کیرشهوف- مثال اول



در شکل مقابل، الف) جریان در مدار، ب) توان تولید شده در باتری ها، پ) توان مصرف شده در مقاومت ها را بیابید. این دو توان چه رابطه ای با هم دارند؟

پاسخ الف) جهت دلخواهی را برای جریان الکتریکی انتخاب می کنیم. آنگاه، بنا به قانون دوم کیرشهوف داریم:

$$\sum \Delta V_i = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_1 - IR_1 - \mathcal{E}_2 - IR_2 = 0$$

و یا
$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} = \frac{6\text{ V} - 12\text{ V}}{8\ \Omega + 10\ \Omega} = -\frac{1}{3}\text{ A}$$

پاسخ ب)
$$P_{\mathcal{E}_1} = \mathcal{E}_1 I = 6 \times \frac{1}{3} = 2\text{ W}$$

$$P_{\mathcal{E}_2} = \mathcal{E}_2 I = 12 \times \frac{1}{3} = 4\text{ W}$$

پاسخ پ)
$$P_{R_1} = R_1 I^2 = 8 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}\text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 I^2 = 10 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}\text{ W}$$

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

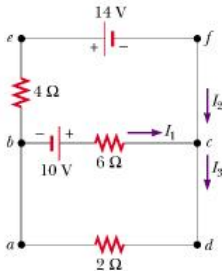
با مقایسه توان ها داریم:

$$P_{\mathcal{E}_2} = P_{\mathcal{E}_1} + P_{R_1} + P_{R_2}$$

یعنی توان تولید شده در باتری ۲ برابر است با مجموع توان های ذخیره شده در باتری ۱ و مصرف شده در مقاومت های ۱ و ۲.

سوال: چرا از قانون اول کیرشهوف استفاده نکردیم؟

قوانین کیرشهوف- مثال دوم



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

$$\begin{cases} +10 = 8I_1 + 2I_2 \\ +24 = 6I_1 - 4I_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +20 = 16I_1 + 4I_2 \\ +24 = 6I_1 - 4I_2 \end{cases}$$

در شکل مقابل، جریان در سه شاخه مدار را بیابید.

جهت های دلخواهی را برای جریان ها در هر سه شاخه مدار فرض می کنیم. از قانون اول کیرشهوف (قانون جریان ها) داریم:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

از قانون دوم کیرشهوف، و برای دو حلقه مدار داریم:

$$abcda \Rightarrow 10V - (6\Omega)I_1 - (2\Omega)I_3 = 0$$

$$befcb \Rightarrow -(4\Omega)I_2 - 14V + (6\Omega)I_1 - 10V = 0$$

حال مقدار جریان I_3 را از معادله اول در معادله دوم جایگزین می کنیم:

$$abcda \Rightarrow 10V - (6\Omega)I_1 - (2\Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

$$befcb \Rightarrow -14V + (6\Omega)I_1 - 10V - (4\Omega)I_2 = 0$$

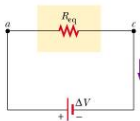
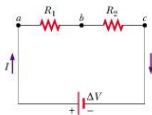
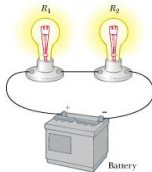
بنابراین به یک دستگاه دومعادله و دو مجهول می رسم. دستگاه روبرو را ببینید.

با حل این دستگاه داریم:

$$I_1 = 2A \quad I_2 = -3A$$

و بنابراین $I_3 = -1A$. دقت کنید که منفی بودن دو جریان اخیر به این معنی است که جهت های انتخاب شده ابتدایی اشتباه اند؛ ولی، مقادیر کماتان درست اند.

به هم بستن متوالی مقاومت ها



دو مقاومت به صورت متوالی به هم بسته شده اند. مقاومت معادل این دو مقاومت را بیابید.

جریان عبورکننده از هر دو مقاومت یکسان است. بنابراین باید جریان عبوری از مقاومت معادل هم به همین مقدار باشد:

$$I_1 = I_2 = I_{eq}$$

از طرفی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ها برابر است با مجموع اختلاف پتانسیل تک تک آنها. این مقدار مجموع، باید برای مقاومت معادل هم صادق باشد؛ یعنی

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 = \Delta V_{eq}$$

از این دو معادله داریم:

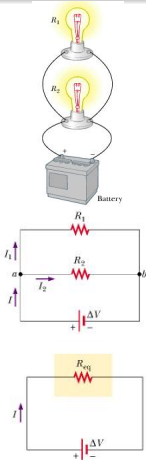
$$IR_1 + IR_2 = IR_{eq} \Rightarrow R_1 + R_2 = R_{eq}$$

در واقع برای تعداد زیادی مقاومت متوالی هم داریم:

$$R_{eq} = \sum R_i$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

به هم بستن موازی مقاومت ها



دو مقاومت به صورت موازی به هم بسته شده اند. مقاومت معادل این دو مقاومت را بیابید.

جریان کل در مدار برابر است با مجموع جریان ها (با توجه به پایداری بار). بنابراین، برای مقاومت معادل باید داشته باشیم:

$$I_{eq} = I_1 + I_2$$

از طرفی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ها برابر است. بنابراین همین اختلاف پتانسیل هم باید برای مقاومت معادل صادق باشد؛ یعنی

$$\Delta V_{eq} = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

از این دو معادله داریم:

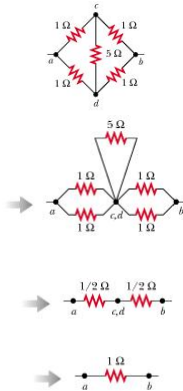
$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

در واقع برای تعداد زیادی مقاومت موازی هم داریم:

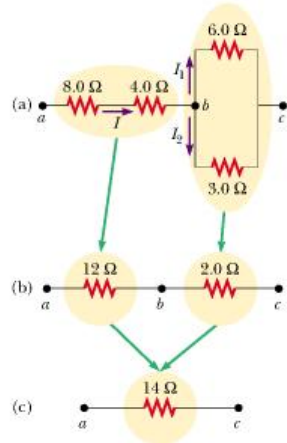
$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum \frac{1}{R_i}$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

مثال هایی از به هم بستن مقاومت ها

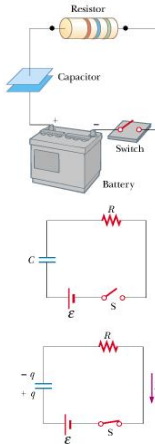


شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی. به نقش اساسی
تقارن در ساده سازی این مساله دقت کنید.



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

شارژ خازن



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

می خواهیم تغییرات زمانی بار ذخیره شده روی صفحات خازن و همچنین جریان در مدار را بیابیم.

با بسته شدن کلید در شکل پایین، می توانیم قانون دوم مدار را به صورت زیر بنویسیم:

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - IR = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{q - \mathcal{E}C} = -\frac{1}{RC} dt \Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{q - \mathcal{E}C} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

که می توان آن را به صورت زیر

$$[\ln(q - \mathcal{E}C)]_0^q = \left[-\frac{t}{RC}\right]_0^t$$

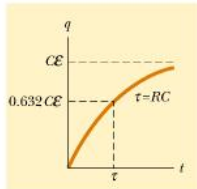
$$q(t) = \mathcal{E}C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad \text{و یا}$$

نوشت.

جریان نیز برابر است با

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

شارژ خازن



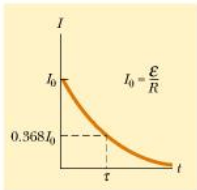
پارامتر $\tau = RC$ را زمان مشخصه مدار می نامند.

در یک واحد از زمان مشخصه مدار، خازن به اندازه

$$1 - e^{-1} = 0.63$$

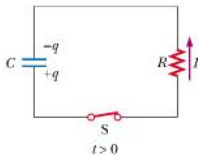
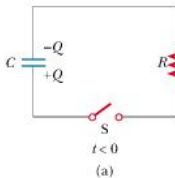
یعنی ۶۳٪، پر می شود.

نمودار تغییرات زمانی بار ذخیره شده روی صفحات خازن و همچنین جریان در مدار را در شکل های مقابل می بینید. این تغییرات نمایشی است.



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

تخلیه (دشارژ) خازن



می خواهیم تغییرات زمانی بار ذخیره شده روی صفحات خازن و همچنین جریان در مدار را، وقتی که خازن دشارژ می شود، بیابیم.

فرض کنید که در ابتدا خازن به اندازه Q باردار شده است. حال کلید را می بندیم و جریان تخلیه خازن آغاز می شود. با بسته شدن کلید در شکل پایین، می توانیم قانون دوم مدار را به صورت زیر بنویسیم:

$$-\frac{q}{C} - IR = 0 \Rightarrow 0 = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt \Rightarrow \int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

تساوی اخیر را می توان به صورت زیر

$$[\ln(q)]_Q^q = \left(-\frac{t}{RC}\right)_0^t$$

نوشت که در آن Q بار اولیه خازن است. بنابراین:

$$q(t) = Qe^{-\frac{t}{RC}}$$

جریان نیز برابر است با

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

سوال: نمودارهای جریان و بار در این مورد به چه شکل هستند؟

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم جریان های مستقیم را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

۱. چه جریانی را جریان مستقیم می نامند؟
۲. نقش باتری و مقاومت در مدار را بیان کنید.
۳. روابط توان تولیدی باتری و مصرفی مقاومت را بنویسید.
۴. قوانین کیرشهوف را بیان کنید. این قوانین از کدام قوانین بنیادی طبیعت به دست آمده اند؟
۵. قراردادهای مربوط به قوانین کیرشهوف را بیان کنید.
۶. رابطه مقاومت معادل مقاومت های متوالی (و موازی) را بنویسید.
۷. تغییرات بار و جریان در مدارهای RC چه تابعیت زمانی دارند؟

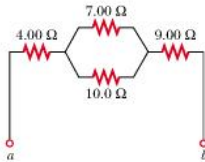
اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراغوش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.



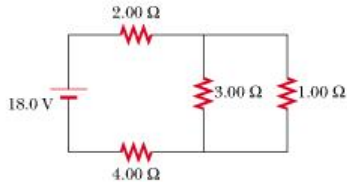
تمرین

مقاومت معادل را در شکل مقابل بیابید.



 شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین



الف) مقاومت معادل را در شکل مقابل بیابید.
ب) جریان را نیز در هر کدام از شاخه ها بیابید.

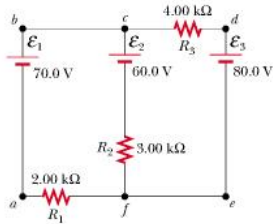
شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

حل مدار:

الف) جریان را در هر سه شاخه مدار بیابید.

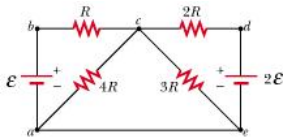
ب) توان های تولید شده (و یا ذخیره شده) در باتری ها و مصرف شده در مقاومت ها را یافته و پایستگی انرژی را نشان دهید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

جریان را در شاخه های مدار بیابید.



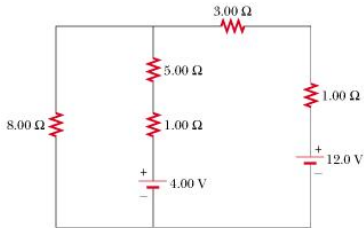
شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

حل مدار:

الف) جریان را در هر سه شاخه مدار بیابید.

ب) توان های تولید شده (و یا ذخیره شده) در باتری ها و مصرف شده در مقاومت ها را یافته و پایداری انرژی را نشان دهید.



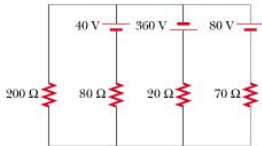
شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

حل مدار:

الف) جریان را در هر سه شاخه مدار بیابید.

ب) توان های تولید شده (و یا ذخیره شده) در باتری ها و مصرف شده در مقاومت ها را یافته و پایداری انرژی را نشان دهید.



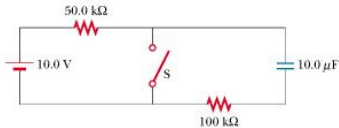
شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

حل مدار RC :

الف) کلید S باز است. تغییرات جریان در مدار را بیابید.

ب) کلید S را می بندیم. حال تغییرات جریان در هر دو شاخه بوجود آمده را بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

مبحث بعدی: جریان های مستقیم

- تا اینجا مبحث الکتریسیته به اتمام رسیده است. در دو فصل بعد، مبحث مغناطیس را مطالعه کرده و آنگاه سراغ ارتباط این دو خواهیم رفت.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما