

فیزیک مکانیک

فصل یازدهم: غلتش، گشتاور و تکانه زاویه ای

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان سال ۱۴۰۰ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

h.shenavar@gmail.com

۱ فصل یازدهم: غلتش، گشتاور و تکانه زاویه ای

- غلتش به عنوان ترکیب جابه جایی و دوران
- انرژی جنبشی و نیرو در غلتش
- یو-یو

آنچه گذشت...

- قوانین حرکت:
یکی از راه های نوشتن قوانین حرکت، استفاده از سه قانون حرکت نیوتن است. این شکل از علم مکانیک کلاسیک را مکانیک نیوتنی می نامند. نوشتن قوانین مکانیک به شکل های دیگر، مانند مکانیک لاگرانژی، هامیلتونی و ... هم ممکن است.
- ما در این کتاب مکانیک نیوتنی را بررسی خواهیم کرد.
- قانون اول: وقتی برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، جسم حالت حرکت خود را حفظ خواهد کرد. یعنی اگر ساکن باشد، ساکن خواهد ماند و اگر با سرعت در حال حرکت باشد، با همان سرعت به حرکت خود ادامه خواهد داد.
- قانون دوم: رابطه شتاب و نیرو

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

قانون کولن برای دو بار نقطه ای:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

قانون هوک برای جرم متصل به فنر

$$F = -kx$$

نیروی عمودی سطح، کشش نخ، نیروی ارشمیدس و ...

این دو دسته قانون، طیف بسیار گسترده ای از پدیده های فیزیکی را به درستی توضیح می دهند.

قانون سوم نیوتن: هر عملی را عکس العملی است، با مقدار مساوی و در جهت خلاف آن

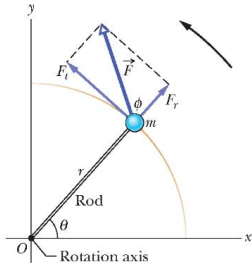
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

قوانین نیوتن فقط در دستگاه های لخت برقرار هستند.

پرش: حرکت یک جسم صلب (یک نوع خاص از سیستم ذره که در آن فاصله ذرات تغییر نمی کند) چگونه است؟

رابطه بین گشتاور و شتاب زاویه ای- مورد جسم صلب



برای پیدا کردن رابطه بین گشتاور و شتاب زاویه ای در یک جسم صلب کلی، جسم صلب مورد نظر را به تعداد زیادی جرم دیفرانسیلی dm تجزیه می کنیم.

برای جرم دیفرانسیلی dm در شکل داریم:

$$dF_t = dm a_t$$

یعنی نیروی دیفرانسیلی در جهت مماسی برابر است با جرم دیفرانسیلی ضربدر شتاب در جهت مماسی. از طرفی گشتاور وارده از طرف این نیرو برابر است با

$$d\tau = r dF_t = dm a_t r = dm (\alpha r) r = (r^2 dm) \alpha = dI \alpha$$

اگر جسم فقط در صفحه xy دوران کند، آنگاه گشتاورهای دیفرانسیلی به راحتی با هم جمع می شوند:

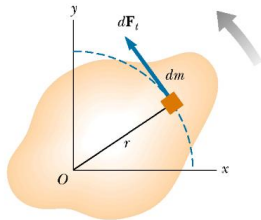
$$\vec{\tau}_{tot} = \int d\vec{\tau} = \vec{\alpha} \int r^2 dm = I \vec{\alpha}$$

پرسش: چرا شتاب زاویه ای می تواند از انتگرال خارج شود؟

شکل دورانی قانون دوم نیوتن:

$$\sum \vec{\tau} = I \vec{\alpha}$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش های هشتم و دهم.



جابه جایی اجسام در حال دوران



در فصل دهم، محض سادگی بیشتر مساله، فرض کردیم که محور دوران جسم چرخنده ثابت است (توصیه دکارت برای تجزیه مسائل پیچیده به مسائل ساده تر را فراموش نکنید!). حال در نقطه ای قرار داریم که می توانیم این فرض را کنار بگذاریم و حرکت همزمان خطی (انتقالی و یا جابه جایی هم گفته می شود) و دورانی جسم را در نظر بگیریم. شکل بالا را ببینید.

هرچند، هنوز نمی توانیم این حرکت در کلی ترین حالت را بررسی کنیم و در واقع، بیشتر مطالب مطرح شده در این فصل درباره حرکت خاص "غلش بدون لغزش" (و یا به صورت ساده تر حرکت غلشی: *Rolling Motion*) خواهد بود.

غلش بدون لغزش: شرط لازم برای چنین حرکتی به بهترین نحو در شکل پایین توضیح داده شده است. درواقع، شرط لازم برای اینکه جسم بدون آنکه بلغزد، غلش کند، آن است که فاصله طی شده توسط مرکز جرم جسم با طول کمان طی شده بر روی چرخ در حرکت دورانی آن برابر باشد:

$$s = R\theta$$

از اینجا می توان، با محاسبه آهنگ تغییرات طرفین رابطه بالا، شرط سینماتیکی حرکت دورانی را نیز به دست آورد:

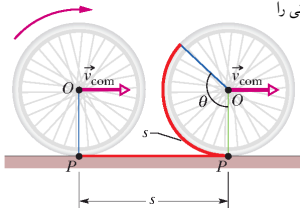
$$v_{com} = R\omega$$

در اینجا v_{com} سرعت مرکز جرم چرخ و ω سرعت زاویه ای آن است.

چند فیلم از "غلش بدون لغزش" را ببینید.

پرسش: اگر چرخ در حین دوران بلغزد، آنگاه رابطه بین s و $R\theta$ به چه صورت خواهد بود؟

شکل ها از ویرایش دهم مبانی هالیدی.



توصیف غلتش بدون لغزش

غلتش ترکیبی از انتقال و دوران است. برای درک این نکته سه مرحله زیر را در نظر بگیرید:

مرحله (a): فرض کنید که محور دوران چرخ ثابت است و ما چرخ را با سرعت زاویه ای ω حول محور آن می چرخانیم. در این حالت اندازه سرعت هر نقطه از چرخ برابر است با $R\omega$.

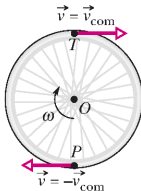
مرحله (b): فرض کنید که چرخ اصلاً دوران نمی کند در حالی که ما آن را با سرعت $\vec{v}_{com}$ منتقل می کنیم. در این حالت سرعت همه نقاط چرخ برابر است با $\vec{v}_{com}$.

مرحله (c): حال غلتش بدون لغزش چرخ را در نظر بگیرید. به راحتی می بینیم که غلتش بدون لغزش، در واقع ترکیب حالت های (a) و (b) می باشد. بنا به تعریف در چنین حالتی داریم: $v_{com} = R\omega$. دقت کنید که در این حالت، سرعت در بالاترین نقطه چرخ بیشینه (برابر $2v_{com}$) می باشد در حالی که در پایین ترین نقطه سرعت کمینه (صفر) است.

همچنین، دقت کنید که سرعت در هر نقطه دیگر چرخ نیز برابر ترکیب (جمع برداری) سرعت های انتقالی و دورانی است. اسلاید بعد را ببینید.

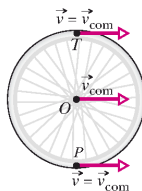
شکل از ویرایش دهم مبانی هالیدی.

(a) Pure rotation



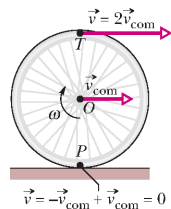
+

(b) Pure translation

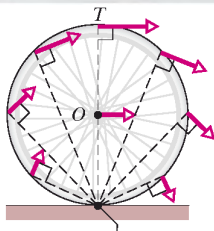


=

(c) Rolling motion



ناظر همراه با دو چرخه چه چیزی می بیند؟



Rotation axis at P

عکس مقابل رفتار توصیف شده در اسلاید قبل را به خوبی توضیح می دهد. دقت کنید که وضوح عکس در پایین بسیار بیشتر است چون سرعت ذرات در این نقطه تقریباً صفر است. همچنین، عدم وضوح عکس در بالاترین نقطه مشخص است چون سرعت ذرات در این نقطه بیشترین است. به رفتار میله های چرخ (spokes) در نقاط مختلف هم دقت کنید.

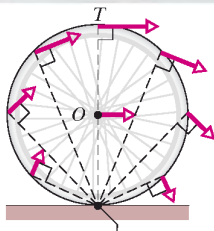
شکل پایین نیز نشان می دهد که سرعت در هر نقطه چرخ برابر ترکیب (جمع برداری) سرعت های انتقالی و دورانی است.

غلتش را می توان به صورت یک دوران خالص، با سرعت زاویه ای ω ، حول محور گذرنده از پایین ترین نقطه (یعنی نقطه P) نیز توصیف کرد. این حالت وقتی رخ می دهد که ناظر به همراه چرخ حرکت می کند و از نقطه P نقاط مختلف چرخ را می بیند (تقریباً شبیه به حالتی که به همراه دوست خود مشغول دوچرخه سواری بوده و به چرخ های دوچرخه دوست خود نگاه می کنید). این موضوع را می توان به صورت دقیق ریاضیاتی، با استفاده از فرمالیزم حرکت نسبی (فصل چهارم) توضیح داد.

بردارهای سرعت در شکل پایین نشان می دهند که سرعت لحظه ای در هر نقطه از چرخ برابر ترکیب برداری (جمع) سرعت های انتقالی و دورانی است.

شکل ها از ویرایش دهم مبانی هالیدی.

انرژی جنبشی در غلش



Rotation axis at P

انرژی جنبشی یک کمیت اسکالر است؛ بنابراین، انرژی جنبشی یک جسم صلب برابر است با مجموع انرژی های جنبشی تک تک ذرات آن.

فرض کنید که یک چرخ در حال غلش بدون لغزش است؛ در این حالت، همانطور که در اسلاید قبل توضیح داده شد، می توان غلش را به صورت یک دوران خالص، با سرعت زاویه ای ω ، حول محور گذرنده از پایین ترین نقطه (یعنی نقطه P) نیز توصیف کرد. انرژی جنبشی چنین حرکتی برابر است با

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2$$

که در آن I_P لختی دورانی حول محور گذرنده از نقطه P می باشد.

حال، بنا به قضیه محورهای موازی، می دانیم که $I_P = I_{com} + MR^2$. در اینجا I_{com} لختی دورانی حول محور گذرنده از مرکز جرم com می باشد. بنابراین، انرژی جنبشی کل چرخ در حال غلش برابر است با

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2 = \frac{1}{2} (I_{com} + MR^2) \omega^2$$

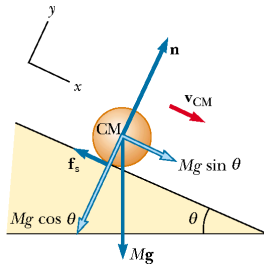
و یا

$$K = \frac{1}{2} I_{com} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{com}^2$$

یعنی، انرژی جنبشی کل یک چرخ در حال دوران برابر است با انرژی جنبشی دورانی چرخ حول مرکز جرم به علاوه انرژی جنبشی انتقالی مرکز جرم.

شکل ها از ویرایش دهم مبانی هالیدی.

مثال: غلتش روی سطح شیبدار



جسم همگنی (به شکل کره و یا استوانه) به شعاع R از سطح شیبداری به پایین می غلتد. فرض کنید جسم در ابتدا در ارتفاع h قرار دارد. سرعت مرکز جسم در پایین سطح شیبدار را بیابید.

پاسخ: انرژی جنبشی چنین جسمی برابر است با

$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

در این اسلاید، مرکز جرم را با CM نشان می دهیم. اگر جسم در حال غلتش باشد، آنگاه از رابطه

$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \left(\frac{v_{CM}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

بالا داریم:

از طرفی در حین پایین آمدن فقط نیروی گرانش کار انجام می دهد (چرا؟)؛ بنابراین، بنا به قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_{tot}$$

و یا

$$K_f - K_i = \frac{1}{2} I_{CM} \left(\frac{v_{CM}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 - 0 = Mgh$$

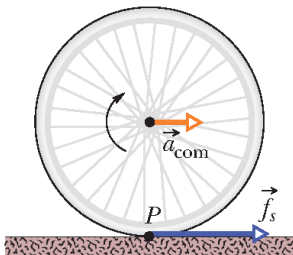
حال با یک محاسبه ساده داریم:

$$v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I_{CM}}{MR^2}}}$$

تمرین: نشان دهید که در حدی که ابعاد جسم قابل صرف نظر کردن باشد، نتیجه بالا به نتیجه آشنای فصل هشتم تبدیل می شود.

شکل از ویرایش هشتم مبانی هالیدی.

نیرو در غلتش



اگر چرخ با سرعت ثابت در حال حرکت باشد، آنگاه چرخ هیچگونه تمایلی برای لغزیدن در نقطه P ندارد؛ بنابراین، هیچ نیروی اصطکاکی در نقطه P عمل نمی کند. هرچند، اگر نیروی خالصی به چرخ در حال غلتش وارد شود تا سرعت آن را کاهش و یا افزایش دهد، آنگاه نیروی مورد نظر باعث شتاب مرکز جرم می شود. این نیرو همچنین باعث می شود که چرخ سریعتر و یا کندتر دوران کند، یعنی شتاب زاویه ای چرخ غیر صفر خواهد بود. این گونه شتاب ها باعث می شوند که چرخ تمایل داشته باشد تا در نقطه P بلغزد. بنابراین، باید نیروی اصطکاکی در نقطه P بر چرخ عمل کند تا تمایل چرخ به لغزش را خنثی کند.

اگر چرخ بدون لغزش بغلند، بنا به بحث های بالا، سرعت ذرات چرخ در پایین ترین نقطه نسبت به زمین صفر است. پس زمین و پایین ترین نقطه چرخ (و نه دیگر نقاط آن !) همیشه در حالت سکون نسبت به هم قرار دارند. بنابراین، نیروی اصطکاک بین زمین و پایین ترین نقطه چرخ از نوع اصطکاک ایستایی است. شکل مقابل را ببینید.

حال می توان رابطه بین اندازه شتاب خطی و زاویه ای را با دوبرابر مشتق گیری از شرط حرکت غلتش بدون لغزش (یعنی $s = R\theta$) را به راحتی به دست آورد:

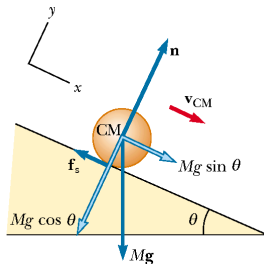
$$a_{com} = R\alpha$$

توجه: اگر نیروی کل وارد شده به چرخ باعث شود که چرخ بلغزد، آنگاه یک حرکت نسبی در نقطه P بین پایین ترین نقطه چرخ و زمین وجود دارد؛ یعنی نیروی اصطکاک بین زمین و چرخ جنبشی خواهد بود.

بحث حاضر استدلال مطرح شده در فصل ششم برای وارد شدن نیروی اصطکاک ایستایی به تایرها (که نمی لغزند) ولی در حرکت شتاب دار هستند را تکمیل می کند.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش های دهم.

مثال: غلتش روی سطح شیبدار



جسم همگنی (به شکل کره و یا استوانه) به شعاع R از سطح شیبداری به پایین می غلتد. شتاب جسم در حین پایین آمدن از سطح شیبدار را بیابید.

پاسخ: سه نیروی گرانش، عمود بر سطح و اصطکاک ایستایی (چون جسم می غلتد!) به جسم وارد می شوند. قانون دوم نیوتن به شکل خطی

$$Mg \sin \theta - f_s = Ma_{CM}$$

$$n - Mg \cos \theta = 0$$

$$\tau_{CM} = -f_s R = I_{CM} \alpha$$

و دورانی را برای جسم می نویسیم (گشتاور دو نیروی گرانش و عمود بر سطح حول محور گذرنده از مرکز جرم صفر است. چرا؟). لطفا دقت کنید که شتاب مرکز جرم مثبت (در جهت محور x) و شتاب زاویه ای دوران منفی (ساعتگرد) است. بنابراین در این حالت داریم: $a_{CM} = -R\alpha$.

حال می توان نوشت:

$$f_s = -I_{CM} \frac{\alpha}{R} = I_{CM} \frac{a_{CM}}{R^2}$$

با جایگذاری این معادله در معادله اول داریم:

$$Mg \sin \theta - f_s = Ma_{CM} \Rightarrow Mg \sin \theta - I_{CM} \frac{a_{CM}}{R^2} = Ma_{CM}$$

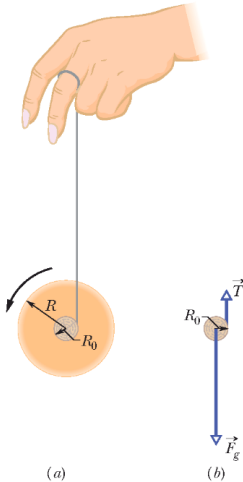
از اینجا با یک محاسبه ساده می توان نشان داد:

$$a_{CM} = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I_{CM}}{MR^2}}$$

تمرین: نشان دهید که در حدی که ابعاد جسم قابل صرف نظر کردن باشد، نتیجه بالا به نتیجه آشنای فصل شش تبدیل می شود.

شکل از ویرایش هشتم مبانی هالیدی.

فیزیک یو-یو



یو-یو یک وسیله اسباب بازی است که متشکل از دو دیسک به هم چسبیده و یک نخ می باشد. این ابزار را به احتمال زیاد چینی ها اختراع کرده اند؛ هرچند، اولین اشاره تاریخی به آن در آثار یونانی آمده است.

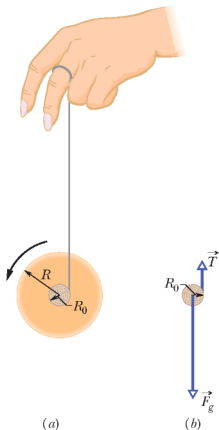
یو-یو به معنای واقعی کلمه یک آزمایشگاه کوچک فیزیکی است. فیلم یو-یو را ببینید.

در یو-یوهای جدید، نخ به دور محور مرکزی پیچیده شده است. شکل را ببینید. وقتی یو-یو در حرکت به سمت پایین است و به انتهای نخ می رسد، یک نیروی رو به بالا به محور مرکزی (قرص کوچک) وارد شده و مانع سقوط بیشتر می شود. حالا یو-یو می چرخد (انرژی جنبشی دورانی دارد) و نخ به دور محور جمع می شود و یو-یو به سمت بالا حرکت می کند.

تمرین: تغییرات در انرژی های جنبشی و پتانسیل یو-یو را تحلیل کنید.

شکل از ویرایش نهم مبانی هالیدی.

شتاب حرکت یو-یو



حال می خواهیم شتاب حرکت یو-یو را به دست آوریم. برای اینکار دقت می کنیم که دو نیروی کشش نخ (که به محیط دیسک کوچک وارد می شود) و گرانش (که به مرکز جرم مجموعه وارد می شود) بر روی سیستم عمل می کنند. قانون دوم نیوتن به شکل خطی

$$T - Mg = Ma_{com}$$

و دورانی $\tau_{com} = R_0 T = I_{com} \alpha$ را برای جسم می نویسیم (گشتاور نیروی گرانش صفر است. چرا؟). لطفاً دقت کنید که شتاب مرکز جرم منفی (در جهت منفی محور y) و شتاب زاویه ای دوران مثبت (پادساعتگرد) است. بنابراین در این حالت داریم: $a_{com} = -R_0 \alpha$

حال می توان نوشت:

$$T = I_{com} \frac{\alpha}{R_0} = -I_{com} \frac{a_{com}}{R_0}$$

با جایگذاری این معادله در معادله اول داریم:

$$T - Mg = Ma_{com} \Rightarrow -I_{com} \frac{a_{com}}{R_0} - Mg = Ma_{com}$$

$$a_{com} = -\frac{g}{1 + \frac{I_{com}}{MR_0^2}}$$

از اینجا با یک محاسبه ساده می توان نشان داد:

تمرین: نشان دهید که در حدی که ابعاد جسم قابل صرف نظر کردن باشد، نتیجه بالا به نتیجه آشنای فصل شش (سقوط آزاد یک جسم) تبدیل می شود. وجود نخ را در این حد چطور توضیح می دهید؟

شکل از ویرایش هشتم مبانی هالیدی.

شباهت حرکت یو-یو و جسم غلتان از سطح شیبدار

به شباهت فیزیک حرکت یو-یو و جسم غلتان از سطح شیبدار دقت کنید.

۱ به جای غلتیدن از سطح شیبدار با زاویه θ ، یو-یو به صورت عمودی به پایین می آید ($\theta = \pi/2$).

۲ به جای غلتیدن بر روی محیط خارجی اش، یو-یو بر روی شعاع دیسک داخلی (R_0) دوران می کند.

۳ به جای کشیدن توسط نیروی اصطکاک، یو-یو توسط نیروی طناب کشیده می شود.

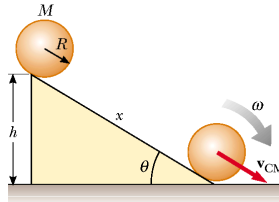
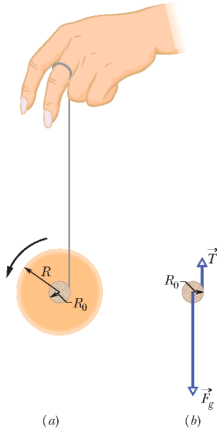
اگر سه نکته بالا را لحاظ کنیم، به سادگی می بینیم که رابطه شتاب جسم غلتان بر سطح شیبدار

$$a_{CM} = \frac{g \sin \theta}{1 + \frac{I_{CM}}{MR^2}}$$

به رابطه شتاب یو-یو تبدیل می شود:

$$a_{com} = - \frac{g}{1 + \frac{I_{com}}{MR_0^2}}$$

شکل ها از ویرایش هشتم و دهم مبانی هالیدی.



نکات مهم این درس

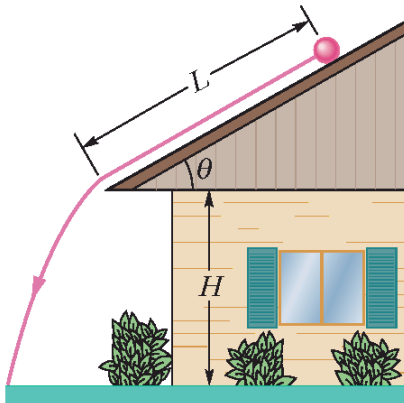
انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید نکات اساسی حرکت غلتش بدون لغزش را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ حرکت غلتش بدون لغزش را به صورت کیفی توضیح دهید. چند مثال از این نوع حرکت را نام ببرید.
 - ۲ شرط ریاضیاتی حرکت غلتش بدون لغزش را بنویسید. این شرط چطور به شرط مربوط به سرعت های خطی و دورانی مربوط می شود؟
 - ۳ با رسم شکل توضیح دهید که چطور حرکت غلتش بدون لغزش ترکیب حرکت های خطی و دورانی است.
 - ۴ اندازه و جهت بردار سرعت نقاط مختلف چرخه ای را که در حرکت غلتش بدون لغزش است با رسم شکل توضیح دهید. بیشینه و کمینه سرعت در کدام نقاط اتفاق می افتد؟
 - ۵ نسبت به کدام نقطه از چرخ می توان حرکت غلتش بدون لغزش را به صورت یک دوران خالص دید؟
 - ۶ انرژی جنبشی در حرکت غلتش بدون لغزش شامل چه اجزایی است؟ رابطه مربوطه را بنویسید.
 - ۷ اگر چرخه ای که در حرکت غلتش بدون لغزش است شتاب نداشته باشد، چه نوع نیروی اصطکاکی به آن وارد می شود؟
 - ۸ اگر چرخه ای که در حرکت غلتش بدون لغزش است شتاب داشته باشد، چه نوع نیروی اصطکاکی به آن وارد می شود؟
 - ۹ اگر چرخه ای بلغزد، چه نوع نیروی اصطکاکی به آن وارد می شود؟
 - ۱۰ فیزیک یو-یو را توضیح دهید.
 - ۱۱ توضیح دهید که چرا فیزیک یو-یو و جسم غلتان بر روی سطح شیبدار به هم شبیه هستند.
- اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین



یک استوانه توپیر به شعاع R و جرم M از حالت سکون می غلتد (بدون لغزش) و فاصله L را از پشت بام طی می کند. زاویه شیروانی θ می باشد.

الف) سرعت زاویه ای استوانه حول مرکز جرمش، وقتی که پشت بام را ترک می کند، چقدر است؟

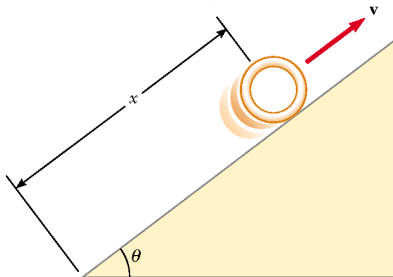
ب) ارتفاع بام برابر H می باشد. فاصله افقی نقطه برخورد استوانه با زمین چقدر است؟

شکل از ویرایش دهم مبانی هالیدی.

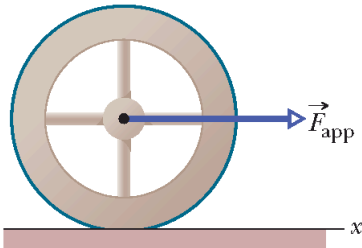
تمرین

حلقه ای به جرم m ، شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 در حال غلتش بدون لغزش از سطح شیب‌داری با زاویه θ بالا می‌رود. در زمان $t = 0$ s حلقه در موقعیت x است و سرعت مرکز جرم آن v می‌باشد. این حلقه تا فاصله ای بالا رفته و سپس برمی‌گردد. حلقه تا چه ارتفاعی (و یا فاصله ای) از سطح شیب‌دار بالا رفته است؟

شکل از ویرایش دهم مبانی هالیدی.



تمرین



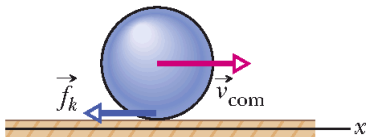
در شکل مقابل، نیروی ثابت و افقی $F_{app} = 1.0 \text{ N}$ به چرخ
به جرم $M = 1.0 \text{ kg}$ و شعاع $R = 0.3 \text{ m}$ وارد می شود.
چرخ بر روی سطح، بدون لغزش، می غلتد و شتاب مرکز جرم آن
در این حالت $a = 0.6 \text{ m/s}^2$ می باشد.

الف) اندازه و جهت بردار اصطکاک ایستایی وارده به چرخ را بیابید.

ب) لختی دورانی این چرخ حول مرکز جرمش چقدر است؟

شکل از ویرایش دهم مبانی هالیدی.

تمرین



توپ بولینگ با شعاع $R = 11 \text{ cm}$ در مسیر مربوطه هدایت می شود. توپ در ابتدا با سرعت اولیه $v_{com,0} = 1.5 \text{ m/s}$ و سرعت زاویه ای $\omega_0 = 0$ می لغزد. در این حالت ضریب اصطکاک جنبشی بین توپ و سطح برابر 0.21 می باشد. نیروی اصطکاک جنبشی بین توپ بولینگ و سطح باعث شتاب کندشونده توپ می شود و همچنین گشتاور حاصله از این نیرو باعث دوران توپ خواهد شد. در حالتی که سرعت v_{com} به اندازه کافی کاهش پیدا کرده، و سرعت زاویه ای ω به اندازه کافی زیاد شده است، توپ شروع به غلتش بدون لغزش می کند.

الف) در این حالت v_{com} را برحسب ω بنویسید.

در حین لغزش (مرحله اول حرکت)

ب) شتاب توپ،

پ) شتاب زاویه ای آن،

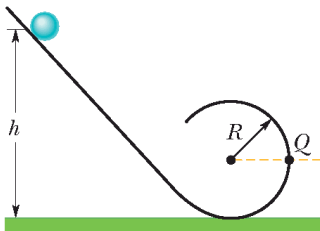
ت) مدت زمان لغزیدن،

ث) مسافت طی شده در حین لغزش را بیابید.

ه) سرعت خطی توپ در ابتدای غلتش بدون لغزش چقدر است؟

شکل از ویرایش دهم مبانی هالیدی.

تمرین



توپ کروی توپری به جرم $g \cdot 28^\circ$ ، مطابق شکل روبرو، را از ارتفاع h رها کرده و در نتیجه این توپ، مسیر (از جمله مسیر حلقوی) را بدون لغزش می غلتد. شعاع حلقه برابر $R = 14^\circ \text{ cm}$ می باشد در حالی که شعاع توپ بسیار کوچکتر از شعاع حلقه است ($r \ll R$).

الف) اگر توپ وقتی به بالاترین نقطه حلقه می رسد در آستانه ترک مسیر باشد (سرعتش به صورت لحظه ای صفر شود) مقدار ارتفاع h چقدر است؟

ب) اگر توپ از ارتفاع $h = 6^\circ R$ رها شده باشد، جهت و مقدار نیروی افقی وارده بر توپ در نقطه Q را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

مبحث بعدی: گشتاور، تکانه زاویه ای و پایداری تکانه زاویه ای



در جلسه بعد، مفهوم گشتاور را بازبینی کرده و سپس کمیتی به نام تکانه زاویه ای را معرفی می کنیم. همچنین، خواهیم دید که می توان شکل دورانی قانون دوم نیوتن را با استفاده از آهنگ تغییر در تکانه زاویه ای بازنویسی کرد. در ادامه به یکی از مهمترین قوانین فیزیک، به نام قانون پایداری تکانه زاویه ای خواهیم پرداخت.

شکل از مبانی فیزیک، ویرایش هشتم.

مراجع

- ❶ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❷ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

کلاس های دیگر فیزیک مکانیک

کلاس درس دکتر والتر لوین از دانشگاه MIT در مرکز آموزش های الکترونیک این دانشگاه و یوتیوب:

<https://ocw.mit.edu/index.htm>

<https://www.youtube.com/watch?v=X9c0MRooBzQ>

کلاس های درس فیزیک یک دانشگاه صنعتی شریف (مثلا کلاس درس دکتر محمد رضا اجتهادی و یا دکتر محمود بهمن آبادی) را می توانید از مرکز آموزش های الکترونیک دانشگاه صنعتی شریف (و یا حتی از سایت مکتب خونه) دریافت کنید.
<http://ocw.sharif.edu/>

یا سباسب از توجه شما