

مبانی نسبیت خاص تبدیلات گالیه

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



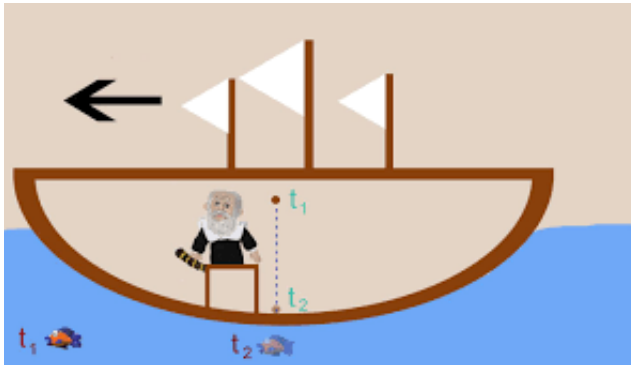
دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
h.shenavar@gmail.com
- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

- تبدیلات گالیله
- رویداد و چارچوب
- تبدیلات گالیله

اهداف این جلسه

- در این جلسه می خواهیم با مفهوم رویداد (فیزیکی) آشنا شویم.
- همچنین با تبدیلات گالیه و اهمیت فیزیکی آنها آشنا خواهیم شد.
- در جلسه بعد اصل نسبیت نیوتنی و نتایج آن را بررسی خواهیم کرد. در واقع هدف اصلی ما این است که بفهمیم قوانین فیزیک (و برخی کمیت های فیزیکی) تحت چه تبدیل مختصاتی تغییر نمی کنند.



رویداد فیزیکی

- رویداد فیزیکی چیزی است که مستقل از چارچوب مرجع اتفاق می افتد.
- دقت کنید که ما ممکن است برای تعریف رویداد از یک چارچوب مرجع استفاده کنیم؛ ولی به هر حال رویداد مستقل از چارچوب اتفاق می افتد. به مثال زیر دقت کنید.
- فرض: ماشین من خراب شده است. شما می توانید بپرسید کی خراب شده؟ کجا خراب شده؟ چطور خراب شده؟ با پاسخ دادن من به این سوالات شما تصور دقیق تری از کمیت و کیفیت این رویداد خواهید داشت (دو سوال اول دقیقا مربوط به تعریف چارچوب مرجع رویداد هستند و زمان و مکان رویداد را تعریف می کنند.). ولی درستی رویداد مستقل از تعریف چارچوب مرجع است؛ یعنی مستقل از پرسش های شما و پاسخ های من، ماشین خراب شده است.
- برای اینکه رویدادهای فیزیکی را به صورت دقیق تعریف کنیم، باید سه مولفه مکانی و یک مولفه زمانی رویداد را تعیین کنیم. مثلا می توانیم بگویم ماشین در موقعیت $1^{\circ} 11' 13488'' N$ و $27^{\circ} 11' 388092'' E$ و در ساعت $11:01$ صبح روز ۲۶ شهریورماه ۱۴۰۳ خراب شده است (چرا دو مولفه مکانی داریم؟).



رویداد فیزیکی

● برای توصیف رویداد (E : event) از یک بردار با سه مولفه مکانی و یک مولفه زمانی به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$E = \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \\ t_E \end{pmatrix} \quad (1)$$

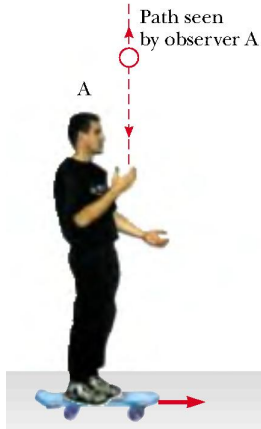
حال ممکن است من یک رویداد خاص را در مکان خود، با چارچوب مرجع مختص خود و زمان مختص به خود تعریف کنم. همچنین، ممکن است که فردی دیگر، مقادیر دیگری را برحسب چارچوب مرجع خود برای رویداد مورد نظر ما بیابد. اگر این فرد در کشوری دیگر حضور داشته باشد، حتی مولفه های زمانی این دو چاربردار نیز یکسان نخواهند بود:

$$P = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \\ t_P \end{pmatrix} \quad (2)$$

● نکته مهم این است که با وجود توصیف های متفاوت در چارچوب های مرجع مختلف، رویداد فیزیکی مورد نظر ما مستقل از چارچوب مرجع اتفاق افتاده است!

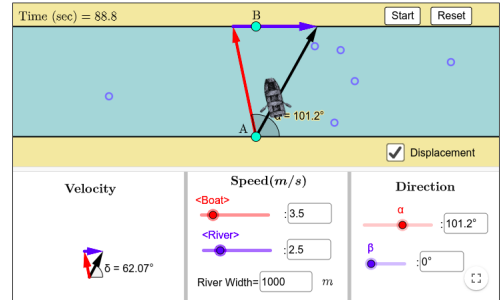


سوال: یک حرکت مشخص نسبت به ناظرهای مختلف چطور توصیف می شود؟



geogebra.org/m/kmsTyU2S

Gebra



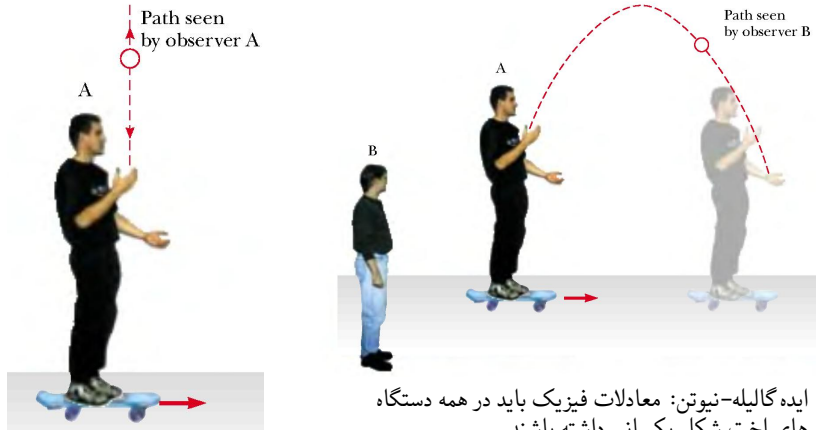
برای فهم بهتر حرکت نسبی، می توانید به بازی آنلاین

<https://www.geogebra.org/m/kmsTyU2S>

kmsTyU2S

مراجعه کنید.

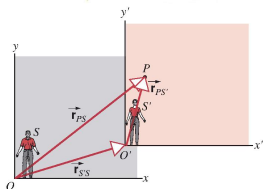
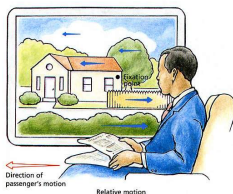
سوال: یک حرکت مشخص نسبت به ناظرهای مختلف چطور توصیف می شود؟



ایده گالیله-نیوتن: معادلات فیزیک باید در همه دستگاه های لخت شکل یکسانی داشته باشند.

ایده اینشتین (برای نسبیت عام): معادلات فیزیک باید در همه دستگاه ها شکل یکسانی داشته باشند.

سینماتیک حرکت نسبی در مکانیک کلاسیک



سوالی که می‌خواهیم به آن پاسخ دهیم این است که موقعیت، سرعت و شتاب در دستگاه‌های مختلف چطور به هم ارتباط دارند؟

موقعیت ذره P در دستگاه S را می‌توان با استفاده از رابطه زیر به موقعیت این ذره در دستگاه S' مربوط کرد:

$$\vec{r}_{PS} = \vec{r}_{PS'} + \vec{r}_{S'S}$$

یعنی بردار مکان ذره P در دستگاه S برابر است با بردار مکان این ذره در دستگاه S' به علاوه بردار مکان دستگاه S' نسبت به دستگاه S.

اگر آهنگ تغییر در بردارهای موقعیت در رابطه قبل را پیدا کنیم؛ آنگاه می‌توانیم رابطه بین سرعت ذره در هر دستگاه را بیابیم:

$$\frac{d}{dt} \vec{r}_{PS} = \frac{d}{dt} (\vec{r}_{PS'} + \vec{r}_{S'S}) \Rightarrow \vec{v}_{PS} = \vec{v}_{PS'} + \vec{v}_{S'S}$$

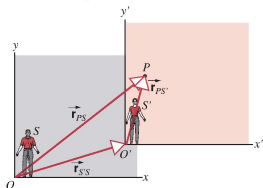
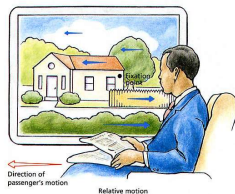
یعنی سرعت ذره P در دستگاه S برابر است با سرعت این ذره در دستگاه S' به علاوه سرعت دستگاه S' نسبت به دستگاه S.

و در انتها می‌توانیم رابطه بین شتاب ذره در هر دستگاه را بیابیم:

$$\frac{d}{dt} \vec{v}_{PS} = \frac{d}{dt} (\vec{v}_{PS'} + \vec{v}_{S'S}) \Rightarrow \vec{a}_{PS} = \vec{a}_{PS'} + \vec{a}_{S'S}$$

یعنی شتاب ذره P در دستگاه S برابر است با شتاب این ذره در دستگاه S' به علاوه شتاب دستگاه S' نسبت به دستگاه S.

دستگاه های لخت در مکانیک نیوتنی



اگر دو دستگاه S و S' با سرعت ثابتی نسبت به هم حرکتی کنند، یعنی $\vec{a}_{S'/S} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{PS} = \vec{a}_{PS'}$ ، آنگاه: یعنی شتاب های اندازه گیری شده توسط هر دو ناظر S و S' برابر خواهند بود. بنابراین، اگر یکی از این ناظرها دستگاه لخت محسوب شود، ناظر دیگر نیز دستگاه لخت خواهد بود. پس با شناخت یک دستگاه لخت می توان دستگاه های لخت دیگر را نیز شناسایی کرد.

دستگاه لخت دستگاهی است که قانون اول نیوتن در آن صادق باشد. یعنی اگر نیرویی به جسم وارد نشود، جسم حالت حرکت خود را حفظ کند.

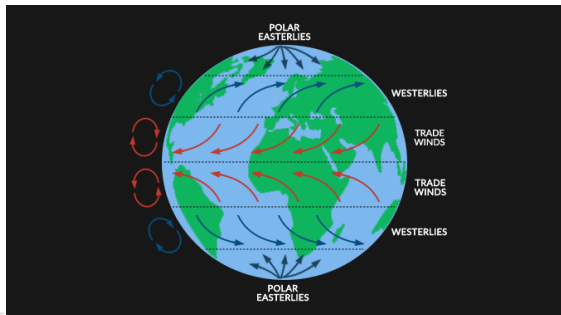
مثلا ماشینی که در U-turn مشغول چرخیدن است، مطمئنا دستگاه لخت محسوب نمی شود زیرا بدون اینکه نیرویی به فرد درون ماشین وارد شود، فرد شتاب احساس می کند.

اهمیت دستگاه های لخت: معادلات فیزیک نیوتنی در دستگاه های لخت شکل یکسانی دارند.

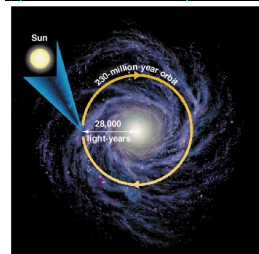
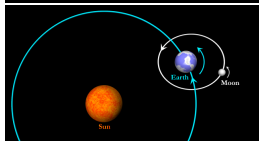
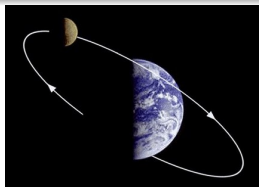
دستگاه های لخت در مکانیک نیوتنی

• اگر سعی کنیم که مکانیک مورد نظر خود را در دستگاهی غیر لخت بنویسیم، آنگاه جملاتی از جنس $m\vec{a}_S/s$ در معادلات ظاهر می شوند. این جملات را اصطلاحاً نیروهای مجازی می نامند (مثل نیروی مرکزگریز، نیروی کوریولی و ...). نکته مهم این است که اینها نیرو نیستند (یعنی ربطی به برهمکنش جسم با محیط اطراف ندارند) بلکه به دلیل غیر لخت بودن دستگاه انتخابی ما ظاهر شده اند.

• هیچ دستگاه دقیقا لختی وجود ندارد؛ همه دستگاه های لخت با تقریب مناسب مساله لخت محسوب می شوند (اسلاید بعد را ببینید).



چطور دستگاه لخت را انتخاب کنیم؟

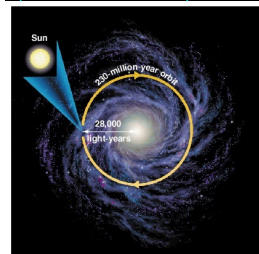
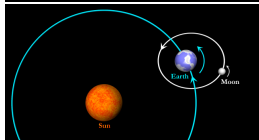
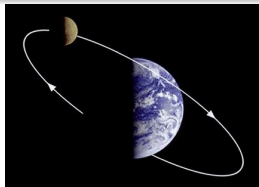


اگر بخواهیم حرکت پرتابی روی زمین را بررسی کنیم (برای پرتابه های کوتاه برد)، آنگاه زمین با تقریب خوبی یک سیستم لخت محسوب می شود. زیرا شتاب حرکت زمین به دور خورشید و شتاب حرکت خورشید به دور مرکز کهکشان در مقابل شتاب $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ بسیار کوچک هستند.

ولی اگر بخواهیم حرکت ماه به دور زمین را بررسی کنیم، زمین نمیتواند دستگاه لخت محسوب شود زیرا شتاب حرکت زمین به دور خورشید کاملاً با شتاب حرکت ماه به دور زمین قابل مقایسه است. در این حالت دستگاه متصل به خورشید دستگاه لخت مناسبی است زیرا شتاب حرکت خورشید به دور کهکشان نسبت به شتاب های مساله ما بسیار کوچکند.

برای مساله GPS حتی دستگاه متصل به خورشید هم دستگاه مناسبی نیست زیرا اندکی نالختی دستگاه متصل به خورشید، دقت کمیت های اندازه گیری شده را تحت تاثیر قرار میدهد.
راه حل $\Leftarrow$ دستگاه متصل به ستاره های دور دست.

چطور دستگاه لخت را انتخاب کنیم؟



برای پرتابه های بلند برد، مثل موشک های بالستیک، نیز دستگاه مختصات متصل به زمین نمی تواند لخت فرض شود (بیشتر به دلیل دوران زمین به دور محور خودش).

نتیجه گیری: دستگاه لخت ایده آل وجود ندارد. دستگاه لخت مناسب مساله را باید با توجه به شتاب های نوعی دخیل در مساله تعریف کرد.

تمرین: مقدار شتاب حاصل از دوران زمین به دور محور خود را به دست آورید. چه زمانی این شتاب می تواند مهم باشد؟

پرسش (برای پیگیری شخصی شما، در صورت تمایل): ما فقط حرکت خطی دستگاه ها نسبت به یکدیگر را در نظر گرفتیم. اگر دستگاه ها

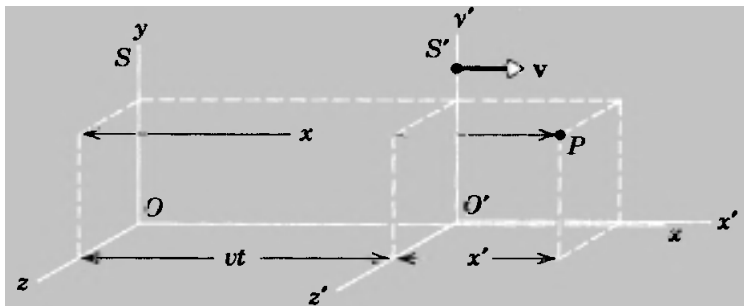
نسبت به هم دوران کنند (در این صورت یکی از آنها حتما لخت نیست) چه اتفاقی می افتد؟

نظریه نسبیت خاص مختص بررسی رویدادها در چارچوب های مرجع لخت است. البته ممکن است جسم مورد نظر ما شتابدار باشد، ولی چارچوب انتخابی ما همیشه لخت (بدون شتاب) خواهد بود.

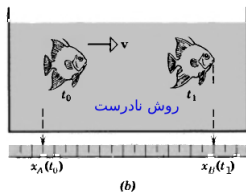
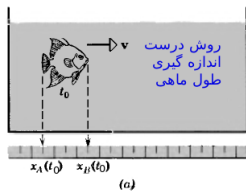
نسبیت عام $\Leftarrow$ چارچوب های مرجع دلخواه.

بررسی دقیق تر دستگاه های لخت

- در اینجا می خواهیم فیزیک دستگاه های لخت را به صورت دقیق تر بررسی کنیم. مخصوصاً می خواهیم بدانیم چه کمیت هایی در این دستگاه ها بدون تغییر باقی می ماند. چنین کمیت هایی را در آینده ناوردا (invariant) می نامیم.
- هرچند در ابتدا فرایند اندازه گیری فاصله و زمان را در مکانیک نیوتنی مرور خواهیم کرد.



اندازه گیری فاصله و زمان را در مکانیک کلاسیک



• اگر بخواهیم طول یک ماهی را اندازه بگیریم، باید موقعیت دم و سر ماهی را به طور همزمان اندازه بگیریم. اندازه گیری موقعیت دم و سر ماهی در زمان های دلخواه نتیجه غلط به ما خواهد داد.

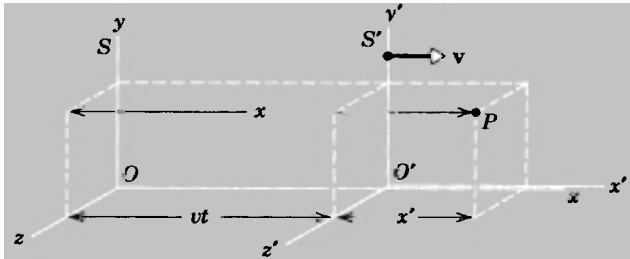
• برای چنین اندازه گیری به استانداردهای طول و زمان، و همچنین دستگاه های دقیق اندازه گیری این دو، نیاز خواهیم داشت. فرض کنید همه افراد دخیل در اندازه گیری ساعت های خود را همزمان کرده اند. در این صورت با استفاده از خط کش، مانند آنچه در شکل نشان داده شده است، می توان طول ماهی را اندازه گرفت.

• توجه: چنین فرایندی به نظر بدیهی می آید؛ ولی اینشتین برای بر ساختن نسبیت (خاص و عام) مجبور شد که مفهوم همزمانی را تغییر دهد. همچنین، بعدها معلوم شد که استانداردهای اتمی در میدان گرانش تغییر می کنند (این یکی از نتایج نظریه نسبیت است) و بنابراین چندان قابل اعتماد نیستند. در نتیجه، اینشتین و دیگران مجبور به استفاده از ساختارهای مجرد (به جای خط کش و ساعت) شدند. این روش اندازه گیری در نسبیت را "ساعت ژئومترودینامیکی" می نامند که بر اساس نور و ذرات در حال سقوط بنا شده است.

بررسی دقیق تر دستگاه های لخت

فرض کنید که دستگاه (ناظر) S ثابت است و دستگاه (ناظر) S' با سرعت v در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است. همچنین، فرض کنید که ناظرهای S و S' بر روی استانداردهای طول و زمان، و نحوه اندازه گیری بازه ها، توافق کرده اند. در اینصورت می توان به راحتی دید که مختصات ذره P در این دو دستگاه توسط روابط زیر به هم مربوط می شوند. این روابط را "تبدیلات گالیه" می نامند.

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$



نتایج تبدیلات گالیه

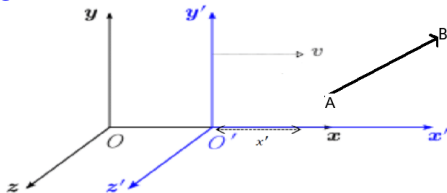
- از تبدیلات گالیه می توان به راحتی دریافت که بازه زمانی بین وقوع دو رویداد فیزیکی، مانند

$$t'_P - t'_Q = t_P - t_Q \quad \text{برای هر دو ناظر } S \text{ و } S' \text{ برابر است:}$$

همچنین، می توان به راحتی نشان داد که فاصله بین دو نقطه A و B نیز یکسان است:

$$\begin{aligned} r_{AB} &= \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} \\ &= \sqrt{(x'_A + vt - [x'_B + vt])^2 + (y'_A - y'_B)^2 + (z'_A - z'_B)^2} \\ &= \sqrt{(x'_A - x'_B)^2 + (y'_A - y'_B)^2 + (z'_A - z'_B)^2} = r'_{AB} \end{aligned}$$

- در مکانیک کلاسیک جرم نیز ثابت و مستقل از حرکت است. در نتیجه، می توان دید که "در مکانیک کلاسیک تحت تبدیلات گالیه، طول، زمان و جرم مطلق هستند". به عبارت دیگر، این سه کمیت اساسی از حرکت نسبی اندازه گیرنده (یا همان ناظر) مستقل هستند. این موضوع در نسبیت تغییر خواهد کرد.



نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید مفاهیم رویداد، چارچوب و تبدیلات گالیله را به درستی توضیح داده و برخی کاربردهای آن ها را بیان کنید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

- ۱ منظور از رویداد چیست؟ منظور از چارچوب چیست؟
- ۲ منظور از چارچوب مرجع چیست؟ منظور از چارچوب لخت چیست؟
- ۳ در مکانیک کلاسیک، تبدیل موقعیت، سرعت و شتاب در دو دستگاه مختصات که نسبت به هم در حال حرکتند چطور نوشته می شوند؟
- ۴ اگر معادلات حرکت را در یک دستگاه نالخت بنویسیم، چه اتفاقی رخ می دهد؟ مثال هایی از چارچوب نالخت بیاورید.
- ۵ توضیح دهید که چطور می توان دستگاه لخت مناسب برای یک مساله خاص را یافت؟
- ۶ منظور از تبدیلات گالیله چیست؟
- ۷ بازه های مکانی و زمانی در مکانیک کلاسیک چطور اندازه گیری می شوند؟ به چه طریق مفهوم همزمانی در اندازه گیری فواصل وارد می شود؟
- ۸ چطور می توان در یک چارچوب نالخت و با استفاده از آزمایش های مکانیکی، شتاب چارچوب نالخت نسبت به چارچوب های لخت را تعیین کرد؟

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.

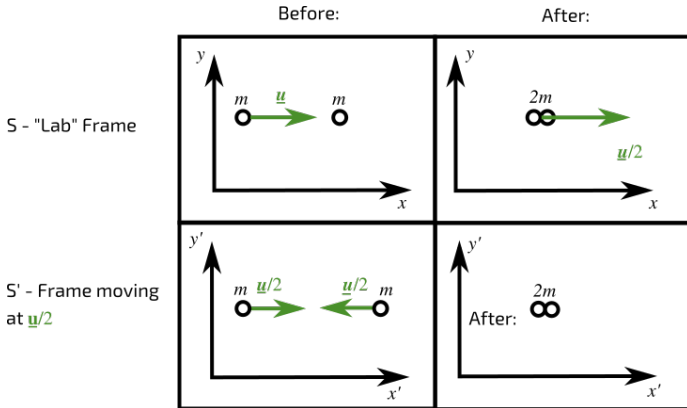


تمرین ها: زمان تحویل ۲۷ مهرماه

- لطفا تمرین های ۱ و ۲ از فصل اول کتاب رزنیك را حل كنید.

مبحث بعدی: نسبیت نیوتنی

- در جلسه بعد اصل نسبیت نیوتنی و نتایج آن را بررسی خواهیم کرد. در واقع هدف اصلی ما در چند جلسه آینده این است که بفهمیم قوانین فیزیک (و برخی کمیت های فیزیکی) تحت چه تبدیل مختصاتی تغییر نمی کنند.



مراجع

- ➊ Introduction to Special Relativity; Robert Resnick
- ➋ Relativity: Special, General, and Cosmological; Wolfgang Rindler
- ➌ General Relativity: An Introduction for Physicists; M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby
- ➍ Introduction To Special Relativity; Markus Klute
<https://ocw.mit.edu/courses/8-20-introduction-to-special-relativity-january-ia>
- ➎ Leonard Susskind's Special Relativity, Find in YouTube

با سپاس از توجه شما

