

دوره فشرده یکاها و تبدیل یکاها

درس دوم: ریاضیات تبدیل یکاها

حسین شناور

دانشگاه فرهنگیان



- این مجموعه درس به عنوان پروژه درس اقدام پژوهی (دانشگاه فرهنگیان - پردیس شهید بهشتی مشهد) آماده شده است. هدف از این مجموعه درس ارائه مدون مبحث یکاها و تبدیل یکاها در فیزیک، نجوم و شیمی است. برای رسیدن به این هدف، ما جزییات ریاضی این مبحث را نیز مرور کرده و تلاش می کنیم با مثال های زیاد موضوع را منتقل کنیم.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همفکری همکلاسی های گرامی، و استاد محترم درس سرکار خانم زنوزاده، سپاسگزارم.
 - برای ضبط این درس ها از نرم افزار *Zoom* استفاده شده است.

ریاضیات تبدیل یکاها

- ویژگی های تقسیم
- ویژگی های توان
- نمادگذاری علمی

آنچه گذشت: یکاهای اصلی و فرعی

جدول ۱-۱ کمیت های اصلی و یکای آنها		
کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

ما برای همه کمیت های مهم یکا (واحد) تعریف خواهیم کرد؛ ولی تاکنون اثبات شده است که یکای همه کمیت های فیزیکی را می توان از هفت یکای اصلی طول، جرم، زمان، بار الکتریکی، دما، مقدار ماده و درخشندگی به دست آورد. بنابراین، ما در ابتدا این هفت کمیت اصلی را تعریف کرده و سپس کمیت های ثانویه را براساس آنها تعریف خواهیم کرد.

روش پیدا کردن واحد یک کمیت ثانویه: به جز کمیت هایی که یکای آنها با واحدهای اصلی نشان داده می شوند، کمیت های بسیار دیگری در علم وجود دارند که یکای آنها را می توان با ترکیبی (ضرب و تقسیم) از واحدهای اصلی ساخت. روش کلی چنین کاری بسیار آسان است:

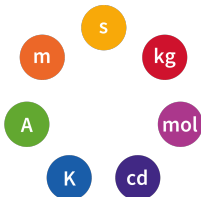
۱ رابطه تعریف کننده کمیت فرعی را بنویسید.

۲ واحدهای به کار رفته در رابطه را بر حسب

واحد های اصلی بنویسید.

۳ با ضرب و تقسیم واحدها، یکای کمیت

فرعی را به دست آورید.



ویژگی های تقسیم

● برای درک صحیح تبدیل واحدها، باید ویژگی های تقسیم، اعداد توان دار و نمادگذاری علمی اعداد را به خوبی بدانیم.

● به ویژگی های تقسیم و مثال مربوط به هر ویژگی در سمت چپ دقت کنید.

۱ وقتی کسرها را در هم ضرب می کنید، اعداد مربوط به صورت کسرها را در هم و اعداد مربوط به مخرج کسرها را در هم ضرب کنید.

۲ وقتی دو کسر را بر هم تقسیم می کنید، کسر مخرج را معکوس کرده و بعد در هم ضرب کنید (بنا به قاعده قبلی).

روش دوم: دور در دور نزدیک در نزدیک!

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

$$1. \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

$$2. \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

$$3. \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{2+7}{5} = \frac{9}{5}$$

$$4. \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 5}{35} = \frac{29}{35}$$

$$5. \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$$

$$6. \text{ If } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ then } ad = bc$$

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}, \text{ so } 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$$

ویژگی های تقسیم - ادامه

$$\begin{array}{ll}
 1. \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} & \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21} \\
 2. \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} & \frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15} \\
 3. \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} & \frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{2+7}{5} = \frac{9}{5} \\
 4. \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} & \frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 5}{35} = \frac{29}{35} \\
 5. \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b} & \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3} \\
 6. \text{ If } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ then } ad = bc & \frac{2}{3} = \frac{6}{9}, \text{ so } 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6
 \end{array}$$

❶ وقتی دو کسر با مخرج برابر را جمع می کنید، مخرج را نوشته و صورت ها را با هم جمع کنید.

❷ وقتی دو کسر با مخرج نابرابر را جمع می کنید، در ابتدا یک مخرج مشترک را بیابید (حاصلضرب مخرج ها bd همیشه یک مخرج مشترک است!) و صورت را نیز مطابق دستور بنویسید.

❸ عامل مشترک در صورت و مخرج را می توان ساده کرد (اگر $c \neq 0$). به ضرب بودن عامل ها دقت کنید.

❹ ضرب متقاطع یا طرفین و وسطین.

نکته بسیار مهم در تبدیل یکاها

● نکته بسیار مهم مورد نیاز ما در تبدیل یکاها این است که با ضرب یک کسر (و یا هر عددی)

در یک، نتیجه تغییر نخواهد کرد:

$$\frac{x}{y} \times 1 = \frac{x}{y}$$

حال می توان به جای یک، کسر $\frac{a}{a}$ را قرار داد ($a \neq 0$). در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{x}{y} \times \frac{a}{a} = \frac{x a}{y a} = \frac{x}{y} \frac{a}{a}$$

● البته این فرایند را می توان تا حد دلخواه ادامه داد:

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{a} \frac{a}{b} \frac{b}{c} \dots \frac{q}{y}$$

ما از این نتایج در آینده بسیار استفاده خواهیم کرد.

● برای یافتن جزییات بیشتر درباره اعمال اصلی بر اعداد حقیقی می توانید به ” درس سوم: جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد حقیقی ” در مجموعه درس های من مراجعه کنید.



توان یک عدد

۷ با استفاده از نمادگذاری توانی می توان نوشت:

$$۲۰۲۴۰۰ = ۲^۵ \times ۵^۲ \times ۱۱ \times ۲۳$$

$$G = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱} Nm^۲/kg^۲$$

$$M_{Earth} = ۵۹۷ \times ۱۰^{۲۴} kg$$

نوشتن اعداد به این صورت بسیار ساده تر است و، همانطور که در آینده خواهیم دید، کار کردن با این نوع نمادگذاری نیز دقت محاسبات را بالا می برد.

۸ اگر a یک عدد حقیقی و n یک عدد صحیح مثبت باشد، آنگاه توان n اُم عدد a به صورت زیر "تعریف" می شود:

$$a^n \equiv \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ times}}$$

عدد a را پایه و عدد n را توان می نامند. همچنین، می خوانیم a به توان n . مثلاً در شکل پایین ۲ پایه و ۳ توان است.



مثال

● به محاسبه عبارت های توانی زیر دقت کنید:

$$(a) \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{32}$$

$$(b) (-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$$

$$(c) -3^4 = -(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = -81$$

● مخصوصا به تفاوت بین $(-3)^4$ و -3^4 دقت کنید. در مورد اول توان به روی ۳- اعمال شده (یعنی چهار بار عدد ۳- را در خودش ضرب کرده ایم). بنابراین:

$$(-3)^4 = (-1) \times 3 \times (-1) \times 3 \times (-1) \times 3 \times (-1) \times 3$$

$$(-3)^4 = (-1)^4 \times 3^4 = 1 \times 81 = 81$$

در حالی که در مورد دوم توان فقط بر ۳ اعمال می شود.

$$-3^4 = (-1) \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

● نکته: اعداد مثبت به هر توانی برسند نتیجه مثبت خواهد بود. از طرفی توان فرد اعداد منفی نتیجه منفی خواهد داشت در صورتی که توان زوج اعداد منفی نتیجه مثبت خواهد داشت. چرا؟

قوانین توان

- به محاسبه زیر دقت کنید:

$$5^4 \times 5^2 = (5 \times 5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5) = 5^{4+2} = 5^6$$

در واقع در حالت کلی می توان دید که اگر دو عدد ”با پایه های مساوی“ را در هم ضرب کنیم، نتیجه برابر پایه به توان حاصلجمع توان ها خواهد بود:

$$a^m \times a^n = \underbrace{(a \times a \dots \times a)}_{m \text{ times}} \underbrace{(a \times a \dots \times a)}_{n \text{ times}} = \underbrace{(a \times a \dots \times a)}_{m + n \text{ times}} = a^{m+n}$$
- ما قانون بالا را خیلی دوست داریم و می خواهیم همیشه برقرار باقی بماند، حتی وقتی که یکی از توان ها (و یا هر دوی آنها) صفر هستند:

$$2^0 \times 2^3 = 2^{0+3} = 2^3$$

ولی این قانون تنها در صورتی درست است که داشته باشیم: $2^0 = 1$
- به همین صورت می خواهیم رابطه زیر درست باشد:

$$5^4 \times 5^{-4} = 5^{4-4} = 5^0 = 1$$

این رابطه نیز فقط در صورتی درست است که داشته باشیم: $5^{-4} = \frac{1}{5^4}$

دو قانون بسیار مهم توان

- اگر a یک عدد حقیقی و مخالف صفر باشد (یعنی $a \neq 0$ و $a \in \mathbb{R}$) و n یک عدد طبیعی باشد (یعنی $n \in \mathbb{N}$) آنگاه داریم:

$$a^{\circ} = 1 \quad \text{and} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

این قوانین در محاسبات آینده اهمیت اساسی دارند.

- مثال از توان های صفر و منفی:

(a) $\left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1$

$$\textbf{(b)} \quad x^{-1} = \frac{1}{x^1} = \frac{1}{x}$$

(c) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

روابط مهم محاسبات توانی

- ❶ به جز دو قانون بالا، روابط مهم محاسبات توانی را می توان در شکل زیر خلاصه کرد. در اینجا باز هم a یک عدد حقیقی و مخالف صفر (یعنی $a \neq 0$ و $a \in \mathbb{R}$) و n یک عدد طبیعی (یعنی $n \in \mathbb{N}$) است.
- ❷ دقت کنید که برای درست بودن روابط ۱ تا ۳ باید پایه ها با هم برابر باشند. همچنین، برای درست بودن روابط ۴ تا ۶ باید توان ها با هم برابر باشند.

Law	Example
1. $a^m a^n = a^{m+n}$	$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$
7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$	$\frac{3^{-2}}{4^{-5}} = \frac{4^5}{3^2}$



چرا نمادگذاری علمی؟

سیستم یکاها (دستگاه بین المللی یکاها یا SI که شامل متر، ثانیه، کیلوگرم و ... می باشد) مورد استفاده عموم است و به صورتی طراحی شده است که جوابگوی نیازهای روزمره انسان باشد. به همین دلیل، اعداد مربوط به اندازه گیری های روزمره اعداد چندان بزرگ و یا کوچکی نیستند. مثلاً، وزن انسان ها چند ده کیلوگرم است، ارتفاع یک ساختمان معمولی چند متر است و غیره.

هرچند، برخی اندازه گیری های علمی مربوط به دنیای ریزمقیاس و یا درشت مقیاس ذاتاً در مقایسه با اندازه گیری های معمول و روزمره بسیار کوچک و یا بسیار بزرگ هستند. به جداول موجود در این صفحه (از ویرایش دهم کتاب مبانی فیزیک هالیدی) دقت کنید.

مثلاً جرم اتم هیدروژن برابر 1.66×10^{-27} کیلوگرم است. می باشد که حتی به سختی قابل خواندن است.

برخی جرم های تقریبی

شیء	جرم بر حسب کیلوگرم	برخی طول های تقریبی
جهان شناخته شده	1×10^{24}	اندازه گیری بر حسب متر
کهکشان ما	2×10^{41}	فاصله تا نخستین کهکشان های تشکیل شده 2×10^{26}
خورشید	2×10^{30}	فاصله تا کهکشان زن به 7×10^{22}
ماه	7×10^{22}	زنجیرسته (لرزه‌آزمایشگاه) 2×10^{22}
سیارک اروس	5×10^{15}	فاصله تا نزدیک ترین ستاره 1×10^{12}
کوه کوچک	1×10^{12}	(پروکریما قطبوس) 4×10^{16}
کشی اقیانوس پیم	7×10^7	فاصله تا سیاره ی پلوتو 6×10^{12}
فیل	5×10^3	شعاع زمین 6×10^6
دانه ی انگور	3×10^{-3}	ارتفاع قله ی اورست 9×10^3
ذره ی غبار	7×10^{-10}	ضخامت برگ کاغذ 1×10^{-4}
مولکول پنی سیلین	5×10^{-17}	طول یک پروتون نوعی 1×10^{-8}
اتم اورانیوم	4×10^{-25}	شعاع اتم هیدروژن 5×10^{-11}
پروتون	2×10^{-27}	شعاع پروتون 1×10^{-15}
الکترون	9×10^{-31}	

برخی بازه های زمانی تقریبی

اندازه گیری	بازه ی زمانی بر حسب ثانیه	بازه ی زمانی بر حسب ثانیه
عمر میانگین پروتون (پیشگویی شده)	3×10^{40}	مدت زمان بین دو ضربان قلب انسان 8×10^{-1}
عمر جهان	5×10^{17}	عمر میانگین میوئون 2×10^{-6}
عمر هرم کنوپس	1×10^{11}	کوتاه ترین زمان تب نوری آزمایشگاهی 1×10^{-16}
عمر متوسط انسان	2×10^9	عمر میانگین ناپایدارترین ذره 1×10^{-23}
طول مدت شبانه روز	9×10^4	زمان پلانک* 1×10^{-43}

نمادگذاری علمی

- برای کار کردن سریعتر و دقیقتر با این اعداد بسیار بزرگ و بسیار کوچک از نمادگذاری علمی استفاده می کنیم. مفید بودن این نمادگذاری را در عمل خواهیم دید.
- نمادگذاری علمی: می گوئیم عدد مثبت x با استفاده از نمادگذاری علمی بیان شده است اگر به صورت زیر نوشته شده باشد:

$$x = a \times 10^n \quad \text{If : } 1 \leq a < 10 \quad \text{and} \quad n \in \mathbb{Z}$$

دقت کنید که عدد a در نمادگذاری علمی حتما بین یک تا ده است ($1 \leq a < 10$) و n حتما صحیح است ($n \in \mathbb{Z}$).

- مثلا فاصله ستاره پروکسیما قنطورس (*Proxima Centauri*)، که نزدیکترین ستاره به زمین پس از خورشید است برابر $40\,000\,000\,000\,000\,km$ می باشد. این فاصله را می توان به صورت زیر نوشت:

$$4 \times 10^{13} = 40,000,000,000,000$$

دقت کنید که در اینجا محل اعشار به اندازه ۱۳ واحد به سمت راست منتقل شده است (یعنی به اندازه توان عدد ده).

- همچنین، جرم اتم هیدروژن را می توان به صورت زیر نوشت:

$$1.66 \times 10^{-24} = 0.000000000000000000000000166$$

در اینجا توجه کنید که اندازه توان (۲۴) برابر است با تعداد ارقام اعشاری که اولین عدد غیر صفر پشت اعشار باید به سمت چپ جابجا شود. این تعداد همچنین برابر است با تعداد ارقام صفر پشت ممیز تا اولین عدد غیر صفر، بعلاوه یک (۲۳+۱).

تغییر فرم نوشتاری اعداد از ددهی به علمی و برعکس

- فرم نوشتاری معمول اعداد در پایه ده را سیستم ددهی می گویند.

- مثال از تغییر فرم نوشتاری اعداد از ددهی به علمی:

$$(a) \underbrace{56,920}_{4 \text{ places}} = 5.692 \times 10^4$$

$$(b) \underbrace{0.000093}_{5 \text{ places}} = 9.3 \times 10^{-5}$$

- مثال از تغییر فرم نوشتاری اعداد از علمی به ددهی:

$$(a) 6.97 \times 10^9 = \underbrace{6,970,000,000}_{9 \text{ places}}$$

$$(b) 4.6271 \times 10^{-6} = \underbrace{0.0000046271}_{6 \text{ places}}$$

- توجه مهم: دقت کنید که عددی مانند $۱۰^{۱۸} \times ۰/۰۰۳$ از لحاظ ریاضیاتی کاملاً درست است و هیچ ایرادی ندارد. ولی لازم است به یاد داشته باشیم که این عدد به صورت صحیح در نمادگذاری علمی نوشته نشده است (لازم نیست همه اعداد در نمادگذاری علمی نوشته شوند!).

چند مثال دیگر از نمادگذاری علمی

$$2.13 \times 10^3 = 2130$$

$$7.5 \times 10^{-4} = 0.00075$$

$$9.8 \times 10^6 = 9800000$$

$$5.67 \times 10^{-8} = 0.0000000567$$

$$100 = 1 \times 10^2$$

$$4321 = 4.231 \times 10^3$$

$$1.23 = 1.23 \times 10^0$$

$$0.25 = 2.5 \times 10^{-1}$$

$$0.0007925 = 7.925 \times 10^{-4}$$

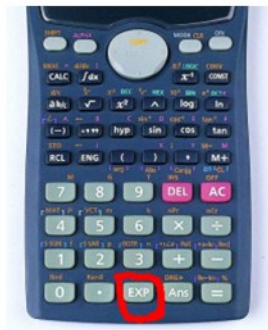
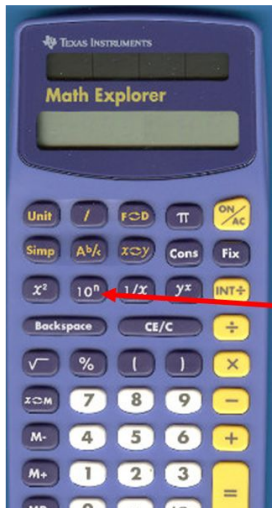
درس هفتم: نمادگذاری علمی

مقدمات ریاضی
درس هفتم: نمادگذاری علمی

دکتر حسین شناور
موسسه درخت دانش
گروه ریاضیات

دکتر حسین شناور

نمادگذاری علمی را در ماشین حساب ها با علامت های مختلفی از جمله Exp ، EE ، 10^x و ... نشان می دهند.



مثالی از محاسبه با نمادگذاری علمی

- محاسبات شامل نمادگذاری علمی را به راحتی می توان با استفاده از قواعد چهار عمل اصلی و قواعد توان ها انجام داد.

- اگر $a \approx ۰/۰۰۰۴۶$ ، $b \approx ۱/۶۹۷ \times ۱۰^{۲۲}$ ، و $c \approx ۲/۹۱ \times ۱۰^{-۱۸}$ باشد، حاصل کسر ab/c را بیابید.

پاسخ را در زیر مشاهده می کنید و مقدار بر حسب ارقام با معنی نوشته شده است.

$$\begin{aligned}\frac{ab}{c} &\approx \frac{(4.6 \times 10^{-4})(1.697 \times 10^{22})}{2.91 \times 10^{-18}} \\ &= \frac{(4.6)(1.697)}{2.91} \times 10^{-4+22+18} \\ &\approx 2.7 \times 10^{36}\end{aligned}$$

- جستجو کنید: منظور از ارقام با معنی چیست؟

مثال از محاسبه با نمادگذاری علمی

یکاهها:

کهکشان کروی مقابل، جرمی تقریباً برابر با 10^{10} برابر جرم خورشید دارد و شعاع آن تقریباً ۵ کیلوپارسک است. جرم خورشید برابر $M_{\odot}$ $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ و هر کیلوپارسک برابر $3.1 \times 10^{19} \text{ m}$ می باشد. چگالی این کهکشان را بر حسب kg/m^3 بیابید. جرم این کهکشان برابر است با:

$$M_G \approx N M_{\odot} = 10^{10} \times 2 \times 10^{30} \text{ kg} = 2 \times 10^{40} \text{ kg}$$

شعاع کهکشان:

$$R_G \approx 5 \text{ kpc} = 5 \times 3.1 \times 10^{19} \text{ m} = 1.5 \times 10^{20} \text{ m}$$

چگالی این کهکشان

$$\begin{aligned} \rho_G &\approx \frac{M_G}{\frac{4}{3} \pi R_G^3} = \frac{2 \times 10^{40} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi (1.5 \times 10^{20} \text{ m})^3} \\ &= \frac{2}{\frac{4}{3} \pi \times 1.5^3} \times \frac{10^{40} \text{ kg}}{10^{60} \text{ m}^3} = 1.4 \times 10^{-21} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

ویکی



روش کلی تبدیل یکاها و جمع بندی درس

1. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$
2. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$	$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$
3. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$	$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{2+7}{5} = \frac{9}{5}$
4. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$	$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 5}{35} = \frac{29}{35}$
5. $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$	$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$
6. If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, then $ad = bc$	$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$, so $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$

تبدیل یکاها را با استفاده از روش تبدیل زنجیره ای می توان انجام داد. در این روش، داده ها به صورت پی در پی در ضرب های تبدیلی برابر با یک ضرب می شوند و یکاها، مانند کمیت های جبری، به گونه ای دست کاری می شوند که فقط یکاهای مطلوب باقی بمانند.

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{a} \frac{a}{b} \frac{b}{c} \dots \frac{q}{y}$$

برای اینکه محاسبات مربوط به تبدیل یکاها را به درستی انجام دهیم باید،

واحد ها را به درستی بشناسیم.

محاسبات کسری را به خوبی انجام دهیم.

محاسبات توانی را به خوبی انجام دهیم.

محاسبات مربوط به نمادگذاری علمی را به خوبی انجام دهیم.

$$x = a \times 10^n \quad \text{If: } 1 \leq a < 10 \quad \text{and} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Law	Example
1. $a^m a^n = a^{m+n}$	$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$	$(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$
7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$	$\frac{3^{-2}}{4^{-5}} = \frac{4^5}{3^2}$

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید نکات اساسی ریاضیات تبدیل یکاها را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ شش عملیات اصلی بر روی کسر را نوشته و به اختصار توضیح دهید.
- ۲ چرا از نمادگذاری توانی استفاده می کنیم؟
- ۳ پایه و توان در نمادگذاری توانی را با استفاده از یک مثال بیان کنید.
- ۴ اگر یک عدد منفی به توان زوج برسد نتیجه منفی خواهد بود و یا مثبت؟ اگر توان فرد باشد چطور؟
- ۵ قوانین ۱ تا ۷ محاسبات توانی را به زبان فارسی شرح داده و مثال هایی برای آنها بنویسید.
- ۶ چرا از نمادگذاری علمی استفاده می کنیم؟
- ۷ نوشتار کلی یک عدد با نمادگذاری علمی به چه صورت است؟
- ۸ اعداد بسیار بزرگ را چطور با استفاده از نمادگذاری علمی می نویسیم؟
- ۹ اعداد بسیار کوچک را چطور با استفاده از نمادگذاری علمی می نویسیم؟
- ۱۰ اگر عدد بسیار بزرگی با استفاده از نمادگذاری علمی نوشته شده باشد، چطور می توان آن را به صورت دهدهی بازنویسی کرد؟
- ۱۱ اگر عدد بسیار کوچکی با استفاده از نمادگذاری علمی نوشته شده باشد، چطور می توان آن را به صورت دهدهی بازنویسی کرد؟
- ۱۲ آیا عدد $10^{-8} \times 43 \times 10^5$ از لحاظ ریاضیاتی درست نوشته شده است؟ از نظر نمادگذاری علمی چطور؟

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین

اعداد زیر را به صورت کسری و اعشاری بنویسید:

(a) $2^{-1} =$ _____

(b) $2^{-3} =$ _____

(c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____

(d) $\frac{1}{2^{-3}} =$ _____

مقدار عبارت های زیر را بیابید.

11. (a) -2^6

(b) $(-2)^6$

(c) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot (-3)^3$

12. (a) $(-5)^3$

(b) -5^3

(c) $(-5)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$

13. (a) $\left(\frac{5}{3}\right)^0 \cdot 2^{-1}$

(b) $\frac{2^{-3}}{3^0}$

(c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

14. (a) $-2^{-3} \cdot (-2)^0$

(b) $-2^3 \cdot (-2)^0$

(c) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$

15. (a) $5^3 \cdot 5$

(b) $3^2 \cdot 3^0$

(c) $(2^2)^3$

16. (a) $3^8 \cdot 3^5$

(b) $6^0 \cdot 6$

(c) $(5^4)^2$

17. (a) $5^4 \cdot 5^{-2}$

(b) $\frac{10^7}{10^4}$

(c) $\frac{3^2}{3^4}$

18. (a) $3^{-3} \cdot 3^{-1}$

(b) $\frac{5^4}{5}$

(c) $\frac{7^2}{7^5}$

تمرین

• اعداد زیر را با استفاده از نمادگذاری علمی بنویسید:

- | | | |
|---|------------------|-----------------------|
| 1 | (a) 69,300,000 | (b) 7,200,000,000,000 |
| | (c) 0.000028536 | (d) 0.0001213 |
| 2 | (a) 129,540,000 | (b) 7,259,000,000 |
| | (c) 0.0000000014 | (d) 0.0007029 |

• اعداد زیر را به سیستم دهدهی برگردانید.

- | | | |
|---|----------------------------|-----------------------------|
| 1 | (a) 3.19×10^5 | (b) 2.721×10^8 |
| | (c) 2.670×10^{-8} | (d) 9.999×10^{-9} |
| 2 | (a) 7.1×10^{14} | (b) 6×10^{12} |
| | (c) 8.55×10^{-3} | (d) 6.257×10^{-10} |

تمرین

محاسبات زیر را انجام داده و نتیجه را با استفاده از نمادگذاری علمی بنویسید:

$$1 \quad (7.2 \times 10^{-9})(1.806 \times 10^{-12})$$

$$2 \quad (1.062 \times 10^{24})(8.61 \times 10^{19})$$

$$3 \quad \frac{1.295643 \times 10^9}{(3.610 \times 10^{-17})(2.511 \times 10^6)}$$

$$4 \quad \frac{(73.1)(1.6341 \times 10^{28})}{0.0000000019}$$

$$5 \quad \frac{(0.0000162)(0.01582)}{(594,621,000)(0.0058)}$$

$$6 \quad \frac{(3.542 \times 10^{-6})^9}{(5.05 \times 10^4)^{12}}$$

مبحث بعدی: تبدیل یکاها در فیزیک

در جلسه بعد با برخی یکاهای مهم مورد استفاده در فیزیک و شیوه تبدیل آنها به یکدیگر آشنا خواهیم شد.

ton	lb	oz	u	slug	kg	g	
$1/10^3 \times 10^{-6}$	$2/205 \times 10^{-3}$	$3/573 \times 10^{-2}$	$6/022 \times 10^{23}$	$6/852 \times 10^{-5}$	$0/001$	1	= یک گرم
$1/10^3 \times 10^{-3}$	$2/205$	$35/27$	$6/022 \times 10^{26}$	$6/852 \times 10^{-2}$	1	1000	= یک کیلوگرم
$1/609 \times 10^{-2}$	$32/17$	$514/8$	$8/786 \times 10^{27}$	1	$14/59$	$1/459 \times 10^3$	= یک اسلاک
$1/183 \times 10^{-30}$	$3/662 \times 10^{-27}$	$5/857 \times 10^{-26}$	1	$1/138 \times 10^{-28}$	$1/661 \times 10^{-27}$	$1/661 \times 10^{-22}$	= یک بکای جرم اتمی
$3/125 \times 10^{-50}$	$6/250 \times 10^{-47}$	1	$1/718 \times 10^{-25}$	$1/943 \times 10^{-23}$	$1/835 \times 10^{-22}$	$28/35$	= یک اونس
$9/0005$	1	16	$2/732 \times 10^{26}$	$3/108 \times 10^{-2}$	$0/2536$	$253/6$	= یک پوند
1	2000	$3/2 \times 10^4$	$5/463 \times 10^{29}$	$62/16$	$907/2$	$9/072 \times 10^5$	= یک تن

یک تن متریک = 1000 kg

تندی

cm/s	mi/h	m/s	km/h	ft/s	
$30/48$	$0/6818$	$0/3048$	$1/097$	1	= یک فوت بر ثانیه
$27/78$	$0/6214$	$0/2778$	1	$0/9113$	= یک کیلومتر بر ثانیه
100	$2/237$	1	$3/6$	$3/281$	= یک متر بر ثانیه
$44/70$	1	$0/4470$	$1/609$	$1/467$	= یک مایل بر ساعت
1	$2/237 \times 10^{-2}$	$0/01$	$3/6 \times 10^{-2}$	$3/281 \times 10^{-2}$	= یک سانتی متر بر ثانیه

یک گره = یک مایل دریایی بر ساعت = $1/688 \text{ ft/s}$ یک مایل بر دقیقه = $60/00 \text{ mi/h} = 88/00 \text{ ft/s}$

مراجع

- ❶ یکاها و ابعاد کمیت های فیزیکی، نوشته ال. ای. سنا، ترجمه مسعود میرشکار، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۶
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❹ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❺ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما،
لطفاً ما را در شبکه های
اجتماعی دنبال کنید.