

رهیافت عملگر چگالی در مکانیک کوانتومی

عملگر چگالی سیستم های مرکب و رد جزئی

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
h.shenavar@gmail.com
- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

۱ عملگر چگالی سیستم های مرکب و رد جزئی

- ضرب تانسوری و یا ضرب کرونکر
- ماتریس چگالی سیستم های مرکب
- مفهوم رد جزئی و نحوه محاسبه آن

ضرب کرونکر دو ماتریس

در درس مکانیک کوانتومی تاکنون با ضرب ماتریسی آشنا شده ایم. نوع دیگری از ضرب دو ماتریس را ضرب کرونکر (Kronecker product) دو ماتریس می نامند و آن را با علامت $\otimes$ نشان می دهند. این ضرب نمایش ماتریسی ضرب تانسوری است که بعداً بحث خواهد شد.

دقت کنید که برخلاف ضرب ماتریسی (ضرب داخلی دو ماتریس) که فقط برای ماتریس ها با ابعاد خاصی تعریف شده است، ضرب کرونکر دو ماتریس برای هر دو ماتریس با هر ابعادی قابل تعریف است.

ضرب مستقیم تانسوری (ضرب کرونکر): ماتریس A با ابعاد $m \times n$ و ماتریس B با ابعاد $p \times q$ را فرض کنید. در این صورت ضرب مستقیم دو ماتریس که آن را با $A \otimes B$ نشان می دهند، ماتریسی با ابعاد $mp \times nq$ می باشد. مولفه های این ماتریس به این صورت ساخته می شوند که هر مولفه از ماتریس A در تمام ماتریس B ضرب می شود تا ماتریس جدید ساخته شود:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix},$$

پس اگر داشته باشیم $C = A \otimes B$ ، آنگاه مولفه های این ماتریس عبارتند از $C_{\alpha\beta} = A_{ij}B_{kl}$

$$\alpha = p(i-1) + k,$$

$$\beta = q(j-1) + l$$

که در آن

ضرب کرونکر دو ماتریس

• به عبارت دیگر ضرب کرونکر دو ماتریس A و B برابر است با

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{11} & a_{1n}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{11}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{21} & a_{1n}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11}b_{p1} & a_{11}b_{p2} & \cdots & a_{11}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{p1} & a_{1n}b_{p2} & \cdots & a_{1n}b_{pq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{11} & a_{mn}b_{12} & \cdots & a_{mn}b_{1q} \\ a_{m1}b_{21} & a_{m1}b_{22} & \cdots & a_{m1}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{21} & a_{mn}b_{22} & \cdots & a_{mn}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{m1}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{p1} & a_{mn}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{bmatrix}$$

• تمرین: نشان دهید که ضرب کرونکر ماتریس ها جابجا پذیر نیست، ولی شرکت پذیر است.

مثال

- نتیجه ضرب کرونکر دو ماتریس 2×2 را در زیر ببینید:

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & a_{12}B \\ a_{21}B & a_{22}B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

- نتیجه ضرب کرونکر دو ماتریس ستونی 2×1 را در زیر ببینید:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 y_1 \\ x_1 y_2 \\ x_2 y_1 \\ x_2 y_2 \end{pmatrix}$$

- تمرین: برای دو ماتریس زیر نشان دهید که داریم $AB = A \otimes B$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- پرسش: تساوی $AB = A \otimes B$ در حالت کلی برای چه نوع ماتریس هایی درست است؟

مثال

● به دو مثال زیر از ضرب کرونگر دقت کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} & 2 \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \\ 3 \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} & 4 \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 0 & 1 \times 5 & 2 \times 0 & 2 \times 5 \\ 1 \times 6 & 1 \times 7 & 2 \times 6 & 2 \times 7 \\ 3 \times 0 & 3 \times 5 & 4 \times 0 & 4 \times 5 \\ 3 \times 6 & 3 \times 7 & 4 \times 6 & 4 \times 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 10 \\ 6 & 7 & 12 & 14 \\ 0 & 15 & 0 & 20 \\ 18 & 21 & 24 & 28 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 7 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 8 & -9 & -6 & 5 \\ 1 & -3 & -4 & 7 \\ 2 & 8 & -8 & -3 \\ 1 & 2 & -5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -9 & -6 & 5 & -32 & 36 & 24 & -20 & 56 & -63 & -42 & 35 \\ 1 & -3 & -4 & 7 & -4 & 12 & 16 & -28 & 7 & -21 & -28 & 49 \\ 2 & 8 & -8 & -3 & -8 & -32 & 32 & 12 & 14 & 56 & -56 & -21 \\ 1 & 2 & -5 & -1 & -4 & -8 & 20 & 4 & 7 & 14 & -35 & -7 \\ -16 & 18 & 12 & -10 & 24 & -27 & -18 & 15 & 24 & -27 & -18 & 15 \\ -2 & 6 & 8 & -14 & 3 & -9 & -12 & 21 & 3 & -9 & -12 & 21 \\ -4 & -16 & 16 & 6 & 6 & 24 & -24 & -9 & 6 & 24 & -24 & -9 \\ -2 & -4 & 10 & 2 & 3 & 6 & -15 & -3 & 3 & 6 & -15 & -3 \end{bmatrix}$$

● اگر داشته باشیم $C = A \otimes B$ و $C' = A' \otimes B'$ ، و همچنین ابعاد ماتریس های مورد نظر چنان باشد که ضرب های AA' و BB' خوش تعریف باشند، آنگاه می توان ثابت کرد

$$CC' = (AA') \otimes (BB')$$

همچنین اگر ابعاد ماتریس های A و B یکسان باشد، آنگاه برای هر ماتریس دلخواه C می توان نشان داد

$$C \otimes (A + B) = C \otimes A + C \otimes B \quad \text{and} \quad (A + B) \otimes C = A \otimes C + B \otimes C.$$

ماتریس های دیراک (ماتریس های گاما)

- در نظریه نسبیتی فرمیون ها (مانند الکترون ها) به ماتریس های گاما برخورد می کنیم که به ماتریس های دیراک هم مشهورند. این ماتریس ها از ماتریس های پائولی ساخته می شوند.
- با ماتریس های پائولی قبلاً آشنا شده ایم:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

همچنین اگر ماتریس کمکی زیر را نیز تعریف کنیم

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

می توان ماتریس های دیراک را به صورت زیر ساخت:

$$\gamma^0 = \sigma_3 \otimes \mathbf{1}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbf{1}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \gamma \otimes \sigma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

- تمرین: ماتریس های γ^1 ، γ^2 و γ^3 را بسازید.

ماتریس های دیراک (ماتریس های گاما)

- تمرین: ماتریس های γ^1 ، γ^2 و γ^3 را بسازید.

- پاسخ:

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

ضرب تانسوری و نمادگذاری دیراک

یکی از مزیت های نمادگذاری براکت دیراک، استفاده راحت از آن برای محاسبه ضرب تانسوری است. فرض کنید کت های $| \pm \rangle_A$ مربوط به زیر سیستم A و کت های $| \pm \rangle_B$ مربوط به زیر سیستم B باشند. در این صورت حالت سیستم مرکب AB با ضرب تانسوری این کت ها در هم ساخته می شود. در کتاب های مختلف یک کت معمول در این سیستم مرکب را می توان با نمادگذاری های مختلف دید:

$$|+\rangle_A \otimes |-\rangle_B \equiv |+\rangle_A |-\rangle_B \equiv |+\rangle |-\rangle \equiv |+-\rangle$$

دو مورد آخر مرسوم ترین هستند؛ ولی معمولاً توضیح داده می شود که بخش اول کت $|+-\rangle$ مربوط به زیر سیستم A و بخش دوم مربوط به زیر سیستم B می باشد.

تمرین: فرض کنید $P = |+\rangle\langle+|$ روی زیرسیستم A اثر می کند و $Q = |-\rangle\langle-|$ روی زیر سیستم B تاثیر دارد. عملیات مقابل را انجام دهید:

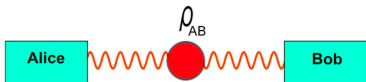
$$P \otimes Q \frac{|+-\rangle + |-+\rangle}{\sqrt{2}}$$

پاسخ: $P \otimes Q \frac{|+-\rangle + |-+\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ P|+\rangle \otimes Q|-\rangle + P|-\rangle \otimes Q|+\rangle \}$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle\langle+| \otimes |-\rangle\langle-| + |+\rangle\langle+| \otimes |-\rangle\langle-|)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} |+\rangle \otimes |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |+\rangle |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |+-\rangle$$

سیستم کوانتومی مرکب



ماتریس چگالی روش بسیار قدرتمندی را برای توصیف سیستم های مرکب (composite systems) ارائه می کند. این ها سیستم هایی هستند که از دو و یا چند زیرسیستم مجزا تشکیل شده اند.



یک سیستم دو جزئی درهمتنیده را در نظر بگیرید که زیر سیستم A آن در دست آلیس و زیرسیستم B در دست باب است. فرض کنید این سیستم درهمتنیده با حالت بل (Bell State) زیر داده می شود:

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{|0_A\rangle|0_B\rangle - |1_A\rangle|1_B\rangle}{\sqrt{2}}$$

این سیستم می تواند دو ذره (مثلاً اتم) اسپین $\frac{1}{2}$ باشد که یکی در اختیار آلیس و دیگری در اختیار باب است. درباره مفهوم درهمتنیدگی بعداً به تفصیل بحث خواهیم کرد.

تمرین: ماتریس چگالی حالت خالص بالا را بنویسید.

ماتریس چگالی حالت مرکب آلیس و باب

- مثال های بخش های دوم و سوم این درس از کتاب زیر آورده شده اند:

Quantum computing explained, by David McMahon (2008) John Wiley

- پاسخ: ماتریس چگالی حالت مرکب آلیس و باب با حالت بل زیر

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{|0_A\rangle|0_B\rangle - |1_A\rangle|1_B\rangle}{\sqrt{2}}$$

با استفاده از نمادگذاری دیراک به این صورت است:

$$\begin{aligned}\rho &= |\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}| \\ &= \left(\frac{|0_A\rangle|0_B\rangle - |1_A\rangle|1_B\rangle}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{\langle 0_A|\langle 0_B| - \langle 1_A|\langle 1_B|}{\sqrt{2}} \right) \\ &= \frac{|0_A\rangle|0_B\rangle\langle 0_A|\langle 0_B| - |0_A\rangle|0_B\rangle\langle 1_A|\langle 1_B| - |1_A\rangle|1_B\rangle\langle 0_A|\langle 0_B| + |1_A\rangle|1_B\rangle\langle 1_A|\langle 1_B|}{2}\end{aligned}$$

- تمرین: الف) نمایش ماتریسی عملگر بالا را بنویسید. ب) نشان دهید که این ماتریس یک حالت خالص را نشان می دهد.

ماتریس چگالی حالت مرکب آلیس و باب

$$\rho = \begin{pmatrix} \langle 00|\rho|00\rangle & \langle 00|\rho|01\rangle & \langle 00|\rho|10\rangle & \langle 00|\rho|11\rangle \\ \langle 01|\rho|00\rangle & \langle 01|\rho|01\rangle & \langle 01|\rho|10\rangle & \langle 01|\rho|11\rangle \\ \langle 10|\rho|00\rangle & \langle 10|\rho|01\rangle & \langle 10|\rho|10\rangle & \langle 10|\rho|11\rangle \\ \langle 11|\rho|00\rangle & \langle 11|\rho|01\rangle & \langle 11|\rho|10\rangle & \langle 11|\rho|11\rangle \end{pmatrix}$$

نمایش ماتریسی این عملگر هم در ماتریس مقابل آمده است.

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

همچنین به راحتی می توان ماتریس ρ^2 را یافت و نشان داد $\text{tr}(\rho^2) = 1$ در نتیجه حالت موجود یک حالت خالص است.

$$\rho^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{-1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

ماجرای آلیس و باب



آلیس و باب علی الاصول می توانند فاصله بسیار زیادی از هم داشته باشند. حالت مرکب $|\psi\rangle_{AB}$ و یا آنسامبل مرکب ρ_{AB} شامل همه اطلاعات سیستم دوگانه آلیس-باب است. ولی واضح است که باب فقط می تواند بر روی کت حالت خود اندازه گیری کند و از آن باخبر باشد. به نظر می رسد که او از کت حالت آلیس بی خبر است، مگر اینکه آلیس اطلاعاتی به او دهد.

مشکل اینجا است که هیچکدام از این دو نفر به کل سیستم دسترسی ندارد.

در ادامه می خواهیم روشی را معرفی کنیم که ماتریس چگالی در دست باب را از ماتریس چگالی سیستم مرکب "استخراج" کند. مفهوم رد جزئی (partial trace) را معرفی می کنیم که منجر به عملگر چگالی کاهش یافته (reduced density operator) می شود.

رد جزئی ماتریس چگالی

- برای محاسبه ماتریس چگالی در دست باب که آن را با ρ_B نشان می دهیم، باید رد ماتریس چگالی سیستم مرکب ρ را بر روی پایه های مربوط به حالت آلیس محاسبه کنیم.

مثلا فرض کنید سیستم در حالت بل $|\beta\rangle_1$ است. در این حالت داریم:

$$\rho_B = Tr_A(\rho) = Tr_A(|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) = \langle 0_A | (|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) | 0_A \rangle + \langle 1_A | (|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) | 1_A \rangle$$

برای محاسبه جمله اول در عبارت بالا داریم:

$$\begin{aligned} & \langle 0_A | (|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) | 0_A \rangle \\ &= \langle 0_A | \left(\frac{|0_A\rangle|0_B\rangle\langle 0_A|\langle 0_B| - |0_A\rangle|0_B\rangle\langle 1_A|\langle 1_B| - |1_A\rangle|1_B\rangle\langle 0_A|\langle 0_B| + |1_A\rangle|1_B\rangle\langle 1_A|\langle 1_B|}{2} \right) | 0_A \rangle \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\langle 0_A|0_A\rangle\langle 0_B|0_B\rangle\langle 0_A|0_A\rangle - \langle 0_A|0_A\rangle\langle 0_B|1_B\rangle\langle 0_A|1_A\rangle - \langle 0_A|1_A\rangle\langle 1_B|0_B\rangle\langle 0_A|0_A\rangle + \langle 0_A|1_A\rangle\langle 1_B|1_B\rangle\langle 0_A|0_A\rangle}{2} \right) \\ &= \frac{|\langle 0_B\rangle\langle 0_B|}{2} \end{aligned}$$

رد جزئی ماتریس چگالی

• برای محاسبه جمله دوم داریم:

$$\begin{aligned}
 & \langle 1_A | (|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) | 1_A \rangle \\
 &= \langle 1_A | \left(\frac{|\langle 0_A | \langle 0_B | \langle 0_A | \langle 0_B | - | \langle 0_A | \langle 0_B | \rangle \langle 1_A | \langle 1_B | - | \langle 1_A | \langle 1_B | \rangle \langle 0_A | \langle 0_B | + | \langle 1_A | \langle 1_B | \rangle \langle 1_A | \langle 1_B | \rangle}{2} \right) | 1_A \rangle \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{\langle 1_A | 0_A \rangle \langle 0_B | \langle 0_A | 1_A \rangle - \langle 1_A | 0_A \rangle \langle 0_B | \langle 1_A | 1_A \rangle - \langle 1_A | 1_A \rangle \langle 1_B | \langle 0_A | 1_A \rangle + \langle 1_A | 1_A \rangle \langle 1_B | \langle 1_A | 1_A \rangle}{2} \right) \\
 &= \frac{|\langle 1_B \rangle \langle 1_B |}{2}
 \end{aligned}$$

در نتیجه ماتریس چگالی باب به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned}
 \rho_B &= Tr_A(\rho) = Tr_A(|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) = \langle 0_A | (|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) | 0_A \rangle + \langle 1_A | (|\beta_{10}\rangle\langle\beta_{10}|) | 1_A \rangle \\
 &= \frac{|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|}{2}
 \end{aligned}$$

این البته یک ماتریس چگالی کاملاً تصادفی است، زیرا

$$\rho_B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{I}{2}, \Rightarrow \rho_B^2 = \frac{I^2}{4} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید مفهوم عملگر چگالی سیستم های مرکب و رد جزئی را به درستی توضیح داده و برخی کاربردهای آنها را بیان کنید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ گوید:

- منظور از ضرب تانسوری دو عملگر چیست؟
- منظور از ضرب کرونکر دو عملگر چیست؟ چه رابطه ای با ضرب تانسوری دارد؟
- درباره ضرب مستقیم (direct product) تحقیق کنید.
- تفاوت ضرب کرونکر و ضرب ماتریسی چیست؟
- منظور از ضرب تانسوری عملگرها چیست؟
- اگرک حالت دو سیستم در ابتدا به صورت مجزا $|\psi\rangle_A |\phi\rangle_B$ نوشته شود، آیا برهمکنش آنها می تواند باعث درهمتنیدگی دو سیستم شود؟
- منظور از رد جزئی یک ماتریس چگالی سیستم مرکب چیست؟
- رد جزئی چطور محاسبه می شود؟

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.

↓↓↓↓ ↑↑↑↑

تمرین

- حالت های درهمتنیده زیر را حالت های بل می نامند. فرض کنید بخش اول این حالت ها در دست باب و بخش دوم در دست آلیس است. برای هر چهار ماتریس چگالی زیر، سیستم مرکب ρ ، ماتریس چگالی جزء در دست آلیس ρ_A و ماتریس چگالی جزء در دست باب ρ_B را به دست آورید.
بخشی از محاسبات مربوط به کت حالت سوم در این درس انجام شد.

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

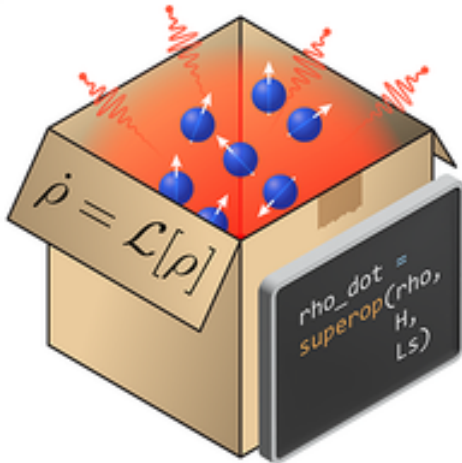
$$|\beta_{01}\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\beta_{10}\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\beta_{11}\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

مبحث بعدی: تحول زمانی عملگر چگالی در مکانیک کوانتومی

- در جلسه بعد تحول زمانی عملگر چگالی را بررسی خواهیم کرد. این موضوع اساس بحث های بعدی درباره سیستم های کوانتومی باز را تشکیل خواهد داد.



منابع

- ❶ Modern Quantum Mechanics, 3rd Edition, by J. J. Sakurai and Jim Napolitano, Cambridge University Pr.
- ❷ Principles of Quantum Mechanics by Ramamurti Shankar, Plenum Press
- ❸ Quantum Mechanics: Concepts and Applications, 2nd Edition by Nouredine Zettili
- ❹ Introduction to Quantum Mechanics by David J.Griffiths
- ❺ Quantum Mechanics: An Introduction by Walter Greiner
- ❻ Quantum Physics I by Prof. Barton Zwiebach, MIT OpenCourseWare
<https://ocw.mit.edu/courses/8-04-quantum-physics-i-spring-2016/>
- ❼ Quantum Physics II by Prof. Barton Zwiebach, MIT OpenCourseWare
<https://ocw.mit.edu/courses/8-06-quantum-physics-iii-spring-2018/>
- ❽ Professor M does Science,
<https://www.youtube.com/@ProfessorMdoesScience>

با سپاس از توجه شما