

فیزیک مکانیک

فصل هشتم: انرژی پتانسیل و پایداری انرژی مکانیکی

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

h.shenavar@gmail.com

فصل هشتم: انرژی پتانسیل و پایداری انرژی مکانیکی

- انرژی پتانسیل و کار
- پایداری انرژی مکانیکی



آنچه گذشت...

قوانین نیرو: این قوانین، مقدار و جهت نیروی وارد شده بر یک جسم را در شرایط مختلف و با استفاده از آزمایش های دقیق بیان می کنند.

قانون گرانش نیوتن برای دو جرم نقطه ای:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

قانون کولن برای دو بار نقطه ای:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

قانون هوک برای جرم متصل به فنر

$$F = -kx$$

نیروی عمودی سطح، کشش نخ، نیروی ارشمیدس و ...

این دو دسته قانون، طیف بسیار گسترده ای از پدیده های فیزیکی را به درستی توضیح می دهند.

قوانین حرکت:
یکی از راه های نوشتن قوانین حرکت، استفاده از سه قانون حرکت نیوتن است. این شکل از علم مکانیک کلاسیک را مکانیک نیوتنی می نامند. نوشتن قوانین مکانیک به شکل های دیگر، مانند مکانیک لاگرانژی، هامیلتونی و ... هم ممکن است.

ما در این کتاب مکانیک نیوتنی را بررسی خواهیم کرد.

قانون اول: وقتی برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، جسم حالت حرکت خود را حفظ خواهد کرد. یعنی اگر ساکن باشد، ساکن خواهد ماند و اگر با سرعت در حال حرکت باشد، با همان سرعت به حرکت خود ادامه خواهد داد.

قانون دوم: رابطه شتاب و نیرو

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

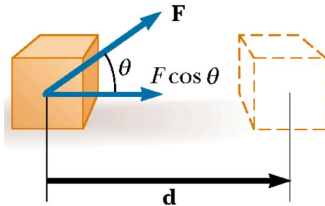
قانون سوم نیوتن: هر عملی را عکس العملی است، با مقدار مساوی و در جهت خلاف آن

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

قوانین نیوتن فقط در دستگاه های لخت برقرار هستند.

پرسش: آیا می توان مکانیک را فقط برحسب کمیت های اسکالر بازنویسی کرد؟

کار، انرژی جنبشی و قضیه کار-انرژی جنبشی



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

● انرژی جنبشی: اگر جسمی به جرم m با سرعت v در حال حرکت باشد، انرژی جنبشی آن برابر است با

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

● کار نیروی ثابت: اگر نیروی "ثابت" $\vec{F}$ در مسیری به طول d بر جسم وارد شود، آنگاه کار (Work) انجام شده توسط نیروی ثابت برابر است با

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = \vec{d} \cdot \vec{F} = F d \cos \theta$$

لطفا مفهوم ضرب داخلی (اسکالر) دو بردار را از فصل سوم مرور کنید.

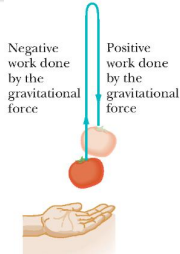
● کار نیروی متغیر تعمیمی از کار نیروی ثابت است:

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N F_{x,i} \Delta x \equiv \int F(x) dx$$

● قضیه کار-انرژی جنبشی: تغییر در انرژی جنبشی یک جسم بر روی یک مسیر مشخص برابر است با کار کل انجام شده توسط همه نیروهای عمل کننده بر جسم:

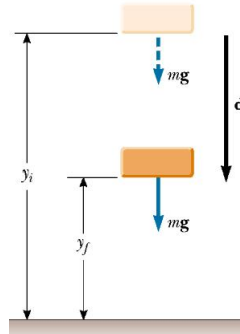
$$W_t = \sum W_i = \Delta K = K_f - K_i$$

مفهوم پتانسیل

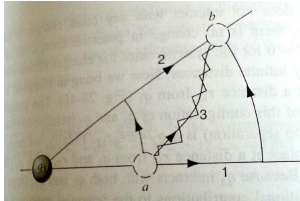


در پرتاب یک جسم به سمت بالا میبینیم که انرژی جنبشی جسم کاهش می یابد چون کار منفی روی جسم انجام می شود (توسط نیروی گرانش). برعکس، اگر جسم از بالا به پایین حرکت کند لحظه به لحظه انرژی جنبشی اش افزایش می یابد چون کار مثبت روی جسم انجام می شود.

به تجربه ثابت شده است که اجسامی که از ارتفاع بالاتری رها می شوند، در هنگام برخورد به زمین سرعت بیشتری دارند. به اصطلاح می گوئیم که اجسام در ارتفاع بالاتر "انرژی پتانسیل" بیشتری دارند.



نیروهای پایستار و ناپایستار



نیروهای پایستار: نیروهایی که کار انجام شده توسط آنها به مسیر ربطی ندارد و فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی ربط دارد را نیروهای پایستار می نامیم.

مثال هایی از نیروهای پایستار: نیروی گرانش، نیروی فنر، نیروی کولن و ...

نیروهای ناپایستار: نیروهایی هستند که کار انجام شده توسط آنها به مسیر ربط دارد. برای چنین نیروهایی نمی توان انرژی پتانسیل تعریف کرد زیرا مقدار آن یکتا نخواهد بود.

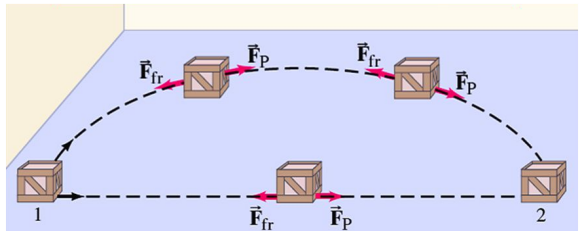
مثالی هایی از نیروهای ناپایستار: نیروی اصطکاک، نیروهای وابسته به سرعت و ...

چرا پایستار: در ادامه اثبات خواهیم کرد که نیروهای پایستار مقدار انرژی مکانیکی کل (مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل) را ثابت (پایسته) نگه می دارند. به این دلیل این نیروها را نیروهای پایستار می نامیم.

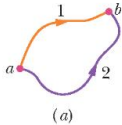
اگر نیروهای ناپایستار بر جسمی اثر کنند، انرژی آن پایسته نخواهد بود.

شکل ها از فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم و

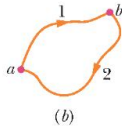
<https://slideplayer.com/>



یک قضیه بسیار مهم



The force is conservative. Any choice of path between the points gives the same amount of work.



And a round trip gives a total work of zero.

بیان قضیه: کار کل انجام شده توسط یک نیروی پایدار در یک مسیر بسته برابر صفر است.

اگر نیرو پایدار باشد، آنگاه کار انجام شده توسط نیرو به مسیر بستگی نخواهد داشت. مثلاً در شکل مقابل خواهیم داشت:

$$W_{ab,1} = W_{ab,2} \Rightarrow \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}_1 = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}_2$$

از طرفی اگر حد بالا و پایین انتگرال را عوض کنیم، علامت انتگرال عوض خواهد شد (رجوع کنید به مجموعه درس "حسابان برای فیزیک"). بنابراین:

$$\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}_1 = - \int_b^a \vec{F} \cdot d\vec{r}_2 \Rightarrow \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}_1 + \int_b^a \vec{F} \cdot d\vec{r}_2 = 0$$

$$W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0 \quad \text{و یا}$$

و یا اینکه کار نیروی پایدار در یک مسیر بسته برابر صفر است.

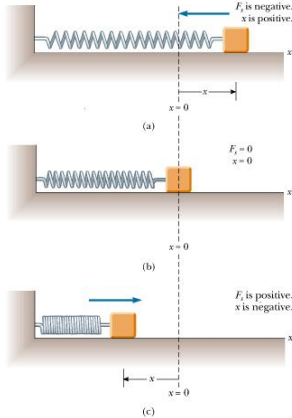
کار نیروهای پایدار فقط به نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر بستگی دارد و به مسیری که ذره طی می کند اصلاً وابستگی ندارد:

$$W_1 = W_2 = \dots$$

برای چنین نیروهایی می توان انرژی پتانسیل تعریف کرد.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

اختلاف انرژی پتانسیل

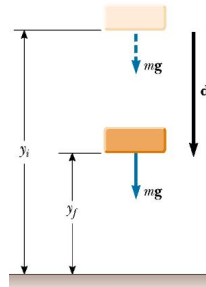


انرژی پتانسیل انرژی است که به پیکربندی جسم (تحت تاثیر یک نیروی پایستار) بستگی دارد. اگر نیروی پایستار F_x بر یک جسم وارد شود و جسم از موقعیت x_i به نقطه x_f منتقل شود، آنگاه تغییر در انرژی پتانسیل جسم برابر است با منفی کار انجام شده توسط نیروی F_x و یا

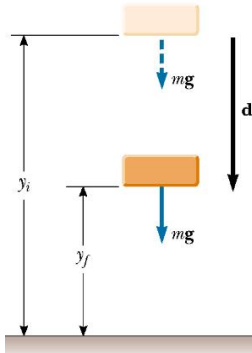
$$\Delta U = -W = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

منظور از اختلاف در انرژی پتانسیل $\Delta U \equiv U_f - U_i$ می باشد. تعریف انرژی پتانسیل برای نیروهای ناپایستار مفید نیست، چون چنین کمیتی برای نیروهای ناپایستار به مسیر بستگی داشته و بنابراین یکتا نخواهد بود.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



مثال: اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی در نزدیکی سطح زمین



به عنوان اولین مثال می خواهیم اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی بین دو نقطه مشخص در نزدیکی سطح زمین را محاسبه کنیم.

فرض کنید جسمی به جرم m از نقطه اولیه y_i به نقطه نهایی y_f سقوط می کند. در این صورت نیروی گرانش $F_g = -mg$ به جسم وارد می شود که ثابت است. جهت محور را به سمت بالا فرض کرده ایم.

بنا به تعریف، اختلاف انرژی پتانسیل بین این دو نقطه برابر است با

$$\Delta U = -W = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy$$

$$\Delta U = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg [y]_{y_i}^{y_f}$$

$$\Delta U = mg (y_f - y_i)$$

بنابراین:

اگر جسم به سمت پایین حرکت کند، انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش می یابد:

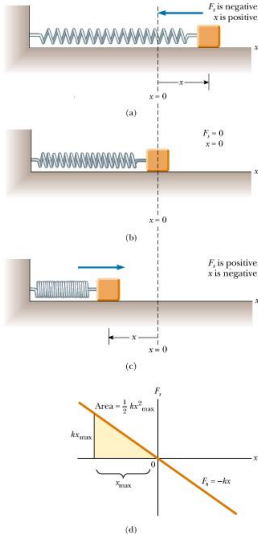
$$if \quad y_f < y_i \quad then \quad U_f < U_i$$

اگر جسم به سمت بالا حرکت کند، انرژی پتانسیل گرانشی آن افزایش می یابد:

$$if \quad y_f > y_i \quad then \quad U_f > U_i$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

اختلاف انرژی پتانسیل فنر



یادآوری قانون هوک: نیروی فنر (spring) با جابه جایی ایجاد شده در فنر متناسب بوده و جهت نیرو در خلاف جهت جابه جایی است:

$$F = -kx$$

ثابت k را ثابت فنر می نامند. نیروی فنر یک نیروی متغیر با مکان است.

برای پیدا کردن انرژی پتانسیل وابسته به نیروی فنر فرض کنید که جسم متصل به فنر از نقطه اولیه x_i به نقطه نهایی x_f منتقل می شود. در این صورت، بنا به تعریف، تغییر در انرژی جنبشی برابر است با

$$\Delta U_s = -W_s = -\int_{x_i}^{x_f} F dx = -\int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx$$

بنابراین داریم:

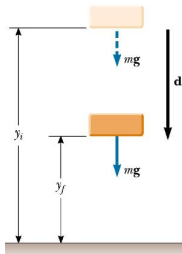
$$\Delta U_s = k \int_{x_i}^{x_f} x dx = k \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_i}^{x_f}$$

و یا

$$\Delta U_s = \frac{k}{2} (x_f^2 - x_i^2)$$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

انرژی پتانسیل و مبدا انرژی پتانسیل



• اختلاف انرژی پتانسیل همیشه به اختلاف مقادیر در دو نقطه مشخص ربط دارد. به همین دلیل، اگر به پتانسیل یک نقطه، ثابتی مثل C را اضافه کنیم، آنگاه مقدار اختلاف انرژی پتانسیل تغییر نخواهد کرد زیرا

$$\Delta V = V_f - V_i = (U_f + C) - (U_i + C) = \Delta U$$

• ثابت C یک ثابت انتگرال گیری است که می توان آن را به راحتی برابر صفر قرار داد زیرا روابط فیزیکی فقط به اختلاف انرژی پتانسیل (و نه پتانسیل) ربط دارند. نقطه ای را که انرژی پتانسیل در آن صفر است، نقطه صفر انرژی پتانسیل می نامند.

• اگر مبدا انرژی پتانسیل گرانشی را در نقطه $y_i = 0$ در نظر بگیریم، آنگاه می توان انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه y را به صورت

$$U(y) = mgy$$

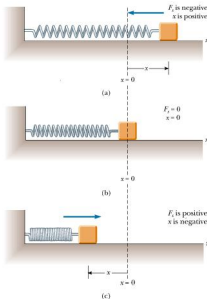
نوشت. اضافه کردن یک ثابت C به رابطه بالا تاثیری در نتایج نخواهد داشت.

• اگر مبدا انرژی پتانسیل کشسانی را در نقطه $x_i = 0$ در نظر بگیریم، آنگاه می توان انرژی پتانسیل کشسانی در نقطه x را به صورت

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2$$

نوشت. اضافه کردن یک ثابت C به رابطه بالا تاثیری در نتایج نخواهد داشت.

• شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



قضیه پایداری انرژی مکانیکی



در یک سیستم بسته که فقط نیروهای پایدار باعث تبدیل انرژی می شوند، مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل ثابت است. این مجموع را انرژی مکانیکی می نامند:

$$E_{mech} = K + U = cte$$

اثبات قضیه: از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W = \Delta K$$

از طرفی با توجه به تعریف اختلاف انرژی پتانسیل داریم:

$$W = -\Delta U$$

بنابراین

$$K_f - K_i = -(U_f - U_i) \Rightarrow K_f + U_f = K_i + U_i$$

پایان اثبات.

به بیان دیگر، وقتی نیروهای اتلافی (ناپایدار) حضور نداشته باشند، داریم:

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U = 0$$

در مورد حضور نیروهای ناپایدار در درس بعدی بحث خواهیم کرد.

شکل ها از نت.



تحلیل سیستم جرم-فنر: پایستگی انرژی مکانیکی به صورت تصویری

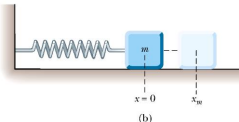
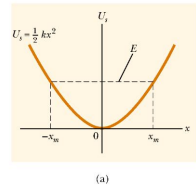
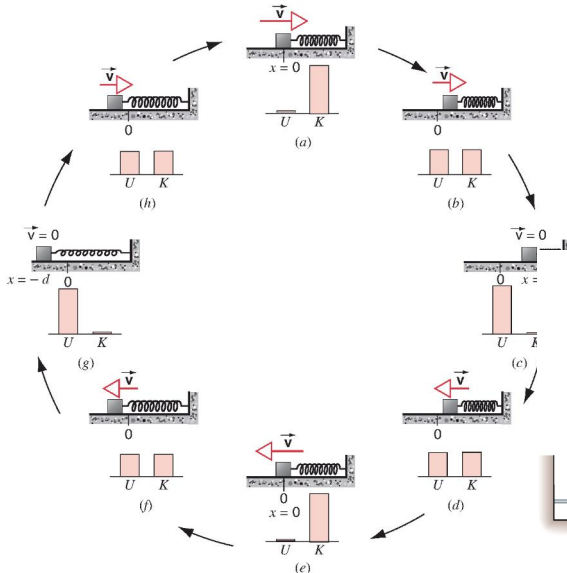
انرژی جنبشی جسم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

انرژی پتانسیل فنر:

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

شکل از ویرایش پنجم فیزیک هالیدی.



سیستم آونگ را تحلیل کنید

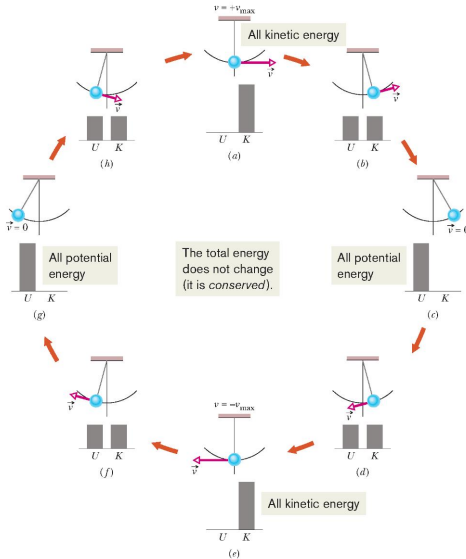
انرژی جنبشی جسم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

انرژی پتانسیل گرانشی:

$$U = mgy$$

شکل از ویرایش دهم مبانی فیزیک هالیدی.



نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید نکات اساسی انرژی پتانسیل و پایداری انرژی مکانیکی را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ انرژی پتانسیل چیست؟
- ۲ نیروهای پایستار و ناپایستار را تعریف کنید.
- ۳ رابطه بین اختلاف انرژی پتانسیل و کار چیست؟
- ۴ در نزدیکی سطح زمین، اختلاف انرژی پتانسیل گرانشی بین دو نقطه مشخص چقدر است؟
- ۵ انرژی پتانسیل فنر به چه عواملی بستگی دارد؟
- ۶ قضیه پایداری انرژی مکانیکی را بیان کنید.
- ۷ ثابت انرژی پتانسیل چیست و چه اهمیتی دارد؟

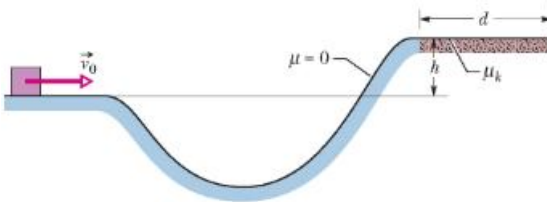
اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین

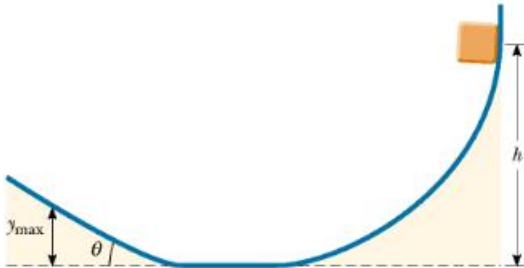
- جسمی مطابق شکل زیر با سرعت اولیه $v_0 = 10 \text{ m/s}$ مسیر بدون اصطکاک را می پیماید تا از یک سطح پایین تر به سطح بالاتر منتقل شود. اختلاف ارتفاع این دو سطح $h = 2.5 \text{ m}$ می باشد. ضریب اصطکاک جنبشی سطح بالایی برابر $\mu_k = 0.3$ می باشد و بنابراین جسم پس از طی مسافت d متوقف می شود. این مسافت را بیابید.
- شکل از کتاب سرز و همکاران.



تمرین

جسمی مطابق شکل زیر از ارتفاع $h = 1.0\text{ m}$ متر رها می شود و در انتها از سطح شیب داری بالا می رود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح شیب دار برابر $\mu_k = 0.3$ می باشد در حالی که بقیه مسیر بدون اصطکاک است. همچنین $\theta = 60^\circ$ با استفاده از روش انرژی بیشینه ارتفاعی که جسم به آن می رسد، یعنی y_{max} را بیابید.

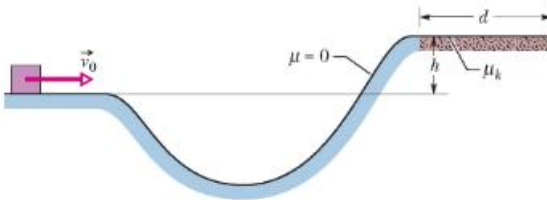
شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



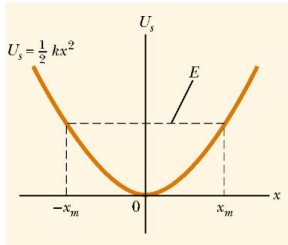
تمرین

جسمی مطابق شکل زیر با سرعت اولیه $v_0 = 12 \text{ m/s}$ مسیر بدون اصطکاک را می پیماید تا از یک سطح پایین تر به سطح بالاتر منتقل شود. اختلاف ارتفاع این دو سطح $h = 3/5 \text{ m}$ می باشد. این جسم مسافت $d = 10 \text{ m}$ را روی سطح بالاتر با ضریب اصطکاک جنبشی μ_k طی می کند و سپس متوقف می شود. ضریب اصطکاک جنبشی μ_k را بیابید.

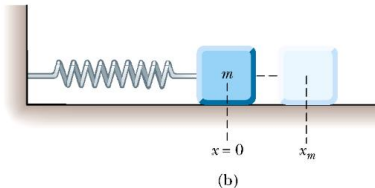
شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



مبحث بعدی: ادامه حل مساله حرکت با استفاده از کمیت های اسکالر



(a)



(b)

- در ادامه حل مساله حرکت با استفاده از کمیت های اسکالر، در جلسه آینده تاثیر وجود نیروهای ناپایستار را در نظر خواهیم گرفت.

- همچنین، می آموزیم که چطور می توان با استفاده از نمودارهای انرژی پتانسیل، تعادل های پایدار و ناپایدار سیستم ها را تعیین کرد.

- شکل از مبانی فیزیک، ویرایش هشتم.

مراجع

- ❶ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❷ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

کلاس های دیگر فیزیک مکانیک

کلاس های درس فیزیک یک دانشگاه صنعتی شریف (مثلا کلاس درس دکتر محمد رضا اجتهادی و یا دکتر محمود بهمن آبادی) را می توانید از مرکز آموزش های الکترونیک دانشگاه صنعتی شریف (و یا حتی از سایت مکتب خونه) دریافت کنید.
<http://ocw.sharif.edu/>

کلاس درس دکتر والتر لوین از دانشگاه MIT در مرکز آموزش های الکترونیک این دانشگاه و یوتیوب:
<https://ocw.mit.edu/index.htm>
<https://www.youtube.com/watch?v=X9c0MRooBzQ>

The screenshot shows the MIT OpenCourseWare website in Persian. The header includes the MIT logo and navigation links. A search bar is present. Below, there's a list of courses under the heading 'فصل های آموزشی' (Educational Chapters). The list includes courses like '9.01: Classical Mechanics' and '8.01: Classical Mechanics'. The page also features a sidebar with 'دانشگاه صنعتی شریف' (Sharif University of Technology) and a 'دوره' (Course) section.

The screenshot shows a YouTube video player. The video is titled 'Lec 01: Units, Dimensions, and Scaling Arguments | 8.01 Classical Mechanics (Walter Lewin)'. The video shows a man in a blue shirt standing in front of a chalkboard, gesturing with his hands. The video player interface includes a search bar, a play button, and a progress bar.

The screenshot shows a website with a map and text in Persian. The map is of Sharif University of Technology. The text includes 'محمدرضا اجتهادی' (Mohammadreza Ajtehad) and 'دانشگاه صنعتی شریف' (Sharif University of Technology). The page also features a sidebar with 'دانشگاه صنعتی شریف' and a 'دوره' (Course) section.

با سپاس از توجه شما

