

فیزیک مکانیک

جلسه چهاردهم رفع اشکال و حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم

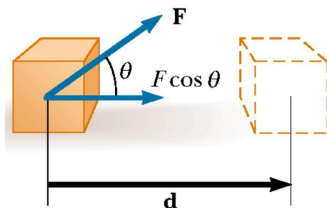


دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ جلسه چهاردهم رفع اشکال و حل تمرین

کار، انرژی جنبشی و قضیه کار-انرژی جنبشی



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

انرژی جنبشی: اگر جسمی به جرم m با سرعت v در حال حرکت باشد، انرژی جنبشی آن برابر است با

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

کار نیروی ثابت: اگر نیروی "ثابت" $\vec{F}$ در مسیری به طول d بر جسم وارد شود، آنگاه کار ($Work$) انجام شده توسط نیروی ثابت برابر است با

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = \vec{d} \cdot \vec{F} = Fd \cos \theta$$

لطفا مفهوم ضرب داخلی (اسکالر) دو بردار را از فصل سوم مرور کنید.

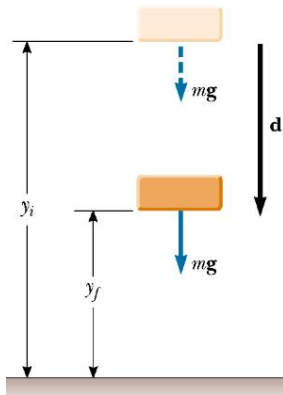
کار نیروی متغیر تعمیمی از کار نیروی ثابت است:

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N F_{x,i} \Delta x \equiv \int F(x) dx$$

قضیه کار-انرژی جنبشی: تغییر در انرژی جنبشی یک جسم بر روی یک مسیر مشخص برابر است با کار کل انجام شده توسط همه نیروهای عمل کننده بر جسم:

$$W_t = \sum W_i = \Delta K = K_f - K_i$$

نیروهای پایستار، انرژی پتانسیل و پایستگی انرژی مکانیکی



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

نیروهای پایستار: نیروهایی که کار انجام شده توسط آنها به مسیر ربطی ندارد و فقط به نقاط ابتدایی و انتهایی ربط دارد را نیروهای پایستار می نامیم.

مثال هایی از نیروهای پایستار: نیروی گرانش، نیروی فنر، نیروی کولن و ...

نیروهای ناپایستار: نیروهایی هستند که کار انجام شده توسط آنها به مسیر ربط دارد. برای چنین نیروهایی نمی توان انرژی پتانسیل تعریف کرد زیرا مقدار آن یکتا نخواهد بود.

مثالی هایی از نیروهای ناپایستار: نیروی اصطکاک، نیروهای وابسته به سرعت و ...

قضیه: کار کل انجام شده توسط یک نیروی پایستار در یک مسیر بسته برابر صفر است.

اگر نیروی پایستار F_x بر یک جسم وارد شود و جسم از موقعیت x_i به نقطه x_f منتقل شود، آنگاه تغییر در انرژی پتانسیل جسم برابر است با منفی کار انجام شده توسط نیروی F_x و یا

$$\Delta U = -W = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

منظور از اختلاف در انرژی پتانسیل $\Delta U \equiv U_f - U_i$ می باشد.

در یک سیستم بسته که فقط نیروهای پایستار باعث تبدیل انرژی می شوند، مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل ثابت است. این مجموع را انرژی

مکانیکی می نامند:

$$E_{mech} = K + U = cte$$

تمرین

اسکیت برد سواری مانند شکل مقابل از نقطه 1 حرکت خود را از حالت سکون آغاز می کند. اگر مسیر بدون اصطکاک باشد، سرعت جسم در نقاط 2 و 3 چقدر خواهد بود؟

پاسخ: بین نقاط 1 و 2 پایداری انرژی برقرار است چون هیچ نیروی ناپایداری در این مسیر وجود ندارد. بنابراین:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \times 9.8 \times 18} = 18.8 \text{ m/s}$$

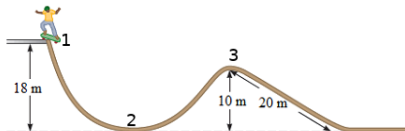
همچنین، بین نقاط 1 و 3 پایداری انرژی برقرار است چون هیچ نیروی ناپایداری در این مسیر وجود ندارد. بنابراین:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_3 + U_3$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3 \Rightarrow mg(h_1 - h_3) = \frac{1}{2}mv_3^2$$

$$v_3 = \sqrt{2g(h_1 - h_3)} \Rightarrow v_3 = \sqrt{2 \times 9.8 \times 8} = 12.5 \text{ m/s}$$

شکل از assignmentshark.



تمرین

اسکیت برد سواری مانند شکل مقابل از نقطه 1 حرکت خود را از حالت سکون آغاز می کند. فرض کنید که فرد ۲۰ درصد از انرژی مکانیکی اولیه خود را در اثر اصطکاک تا نقطه 2 از دست می دهد. سرعت جسم در نقطه 2 چقدر خواهد بود؟

پاسخ: بین نقاط 1 و 2 پایداری انرژی برقرار نیست ولی

$$W_{fk} = E_2 - E_1 \Rightarrow -\frac{20}{100}(K_1 + U_1) = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

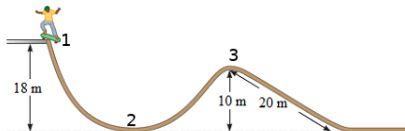
$$-\frac{20}{100}(K_1 + U_1) = \left(\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1\right)$$

زمین به عنوان مبدا انرژی پتانسیل گرانشی فرض شده است.

$$-0.2mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg(h_2 - h_1)$$

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2) - 0.4gh_1} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \times 9.8 \times 18 - 0.4 \times 9.8 \times 18} = 16.8 \text{ m/s}$$

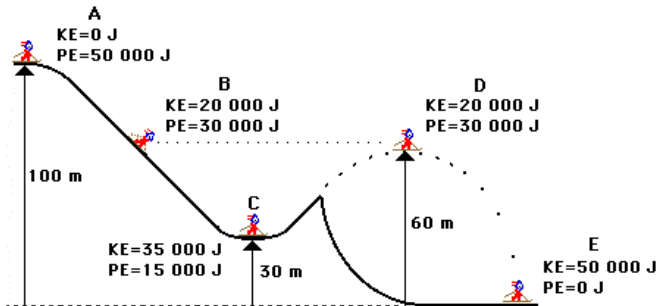
شکل از assignmentshark.



تمرین

فرض کنید که اسکی بازی با جرم تقریبی 50 kg از حال سکون و از نقطه A شروع به حرکت می کند. نشان دهید که مقادیر انرژی پتانسیل PE و انرژی جنبشی KE در نقاط A, B, C, D و E درست به دست آمده اند. مقدار شتاب گرانش را برابر 10 m/s^2 فرض کنید. مسیر بدون اصطکاک است.

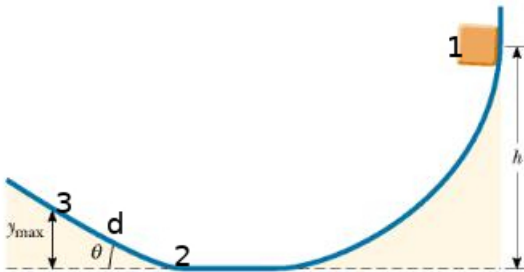
شکل از <https://www.physicsclassroom.com/>.



تمرین

جسمی مطابق شکل زیر از ارتفاع $h = 170\text{ m}$ متر رها می شود و در انتها از سطح شیب داری بالا می رود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح شیب دار برابر $\mu_k = 0.3$ می باشد در حالی که بقیه مسیر بدون اصطکاک است. همچنین $\theta = 60^\circ$. با استفاده از روش انرژی، بیشینه ارتفاعی که جسم به آن می رسد، یعنی y_{max} را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



پاسخ

جسمی مطابق شکل زیر از ارتفاع $h = 1.0 \text{ m}$ مترها می شود و در انتها از سطح شیب داری بالا می رود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح شیب دار برابر $\mu_k = 0.3$ می باشد در حالی که بقیه مسیر بدون اصطکاک است. همچنین $\theta = 60^\circ$. با استفاده از روش انرژی، بیشینه ارتفاعی که جسم به آن می رسد، یعنی y_{max} ، را بیابید.

پاسخ: بین نقاط 1 و 2 پایستگی انرژی برقرار است چون هیچ نیروی ناپایستاری در این مسیر وجود ندارد.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

بنابراین:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

زمین به عنوان مبدا انرژی پتانسیل فرض شده است. در قسمت دوم حرکت، یعنی بین نقاط 2 و 3، اصطکاک وجود دارد؛ بنابراین پایستگی انرژی مکانیکی برقرار نیست. هرچند قضیه کار-انرژی جنبشی برقرار است:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_3 - K_2$$

$$W_{mg} = -mgy_{max} \quad \text{از طرفی داریم:}$$

$$W_{f_k} = \vec{f}_k \cdot \vec{d} = f_k d \cos \pi = -f_k d = -(\mu_k mg \cos \theta) d$$

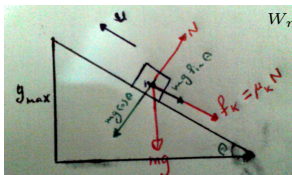
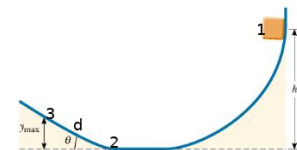
و همچنین $\sin \theta = y_{max} / d$ بنابراین:

$$W_{mg} + W_{f_k} = -mgy_{max} - (\mu_k mg \cos \theta) \frac{y_{max}}{\sin \theta} = -\frac{1}{2}mv_2^2 = -mgh$$

با ساده سازی رابطه بالا (تقسیم طرفین بر $-mg$) خواهیم داشت:

$$y_{max} = \frac{h}{1 + \mu_k \cot \theta} = \frac{1}{1 + 0.3 \cot 60^\circ} = 0.8 \text{ m}$$

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

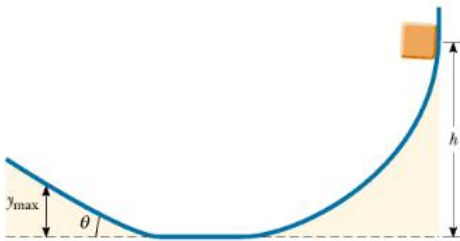


تمرین

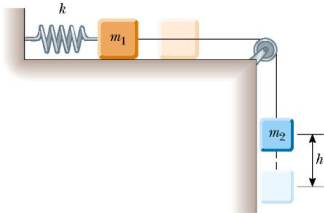
جسمی مطابق شکل زیر از ارتفاع $h = 1.0\text{ m}$ متر رها می شود و در انتها از سطح شیب داری بالا می رود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح شیب دار برابر $\mu_k = 0.3$ می باشد در حالی که بقیه مسیر بدون اصطکاک است. همچنین $\theta = 60^\circ$. با استفاده از روش انرژی، بیشینه ارتفاعی که جسم به آن می رسد، یعنی y_{max} را بیابید.

تمرین: قسمت دوم مساله را با استفاده از قانون دوم نیوتن حل کنید. یعنی با پیدا کردن شتاب حرکت بر روی سطح شیب دار، بیشینه ارتفاعی را که جسم به آن می رسد بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



تمرین



دو قطعه توسط طناب سبکی و از طریق قرقره ای به هم وصل هستند. جرم m_1 بر روی سطح افقی قرار دارد و به فنری با ضریب سختی k متصل است. سیستم از حال سکون رها می شود و فنر نیز در ابتدا در حالت تعادل است. اگر قطعه آویزان شده به جرم m_2 به اندازه h سقوط کرده و به حالت سکون برسد، ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه m_1 و سطح زیرینش را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

پاسخ

دو قطعه توسط طناب سبکی و از طریق قرقره ای به هم وصل هستند. جرم m_1 بر روی سطح افقی قرار دارد و به فنری با ضریب سختی k متصل است. سیستم از حال سکون رها می شود و فنر نیز در ابتدا در حالت تعادل است. اگر قطعه آویزان شده به جرم m_2 به اندازه h سقوط کرده و به حالت سکون برسد، ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه m_1 و سطح زیرینش را بیابید.

پاسخ: نیروی اصطکاک بر سیستم (شامل جسم ۱ + جسم ۲ + فنر) عمل می کند، بنابراین انرژی مکانیکی ثابت نیست. هرچند می دانیم که تغییر در انرژی مکانیکی برابر است با کار نیروی اصطکاک

$$W_{f_k} = \Delta E = E_f - E_i \Rightarrow W_{f_k} = (\cancel{K_f} + U_f) - (\cancel{K_i} + U_i)$$

دقت کنید که E انرژی مکانیکی سیستم (جسم ۱ + جسم ۲ + فنر) در هر لحظه از زمان است. در ابتدا و انتهای حرکت داریم:

$$U_i = \frac{1}{2} k x_0^2 + m_2 g h, \quad U_f = \frac{1}{2} k h^2 + m g \times 0$$

(مکان نهایی جسم m_2 به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض شده است. سوال: چرا انرژی پتانسیل گرانشی جسم m_1 لحاظ نشده است؟!). بنابراین می توان نوشت:

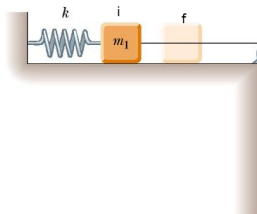
$$W_{f_k} = E_f - E_i \Rightarrow -\mu_k m_1 g h = \left(\frac{1}{2} k h^2 + 0 \right) - \left(0 + m_2 g h \right)$$

از اینجا می توان ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه m_1 و سطح زیرینش را به دست آورد:

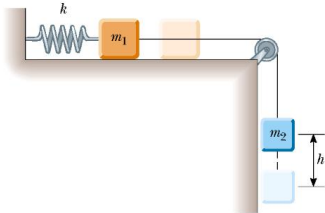
$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2} k h}{m_1 g}$$

تمرین: اگر صفر انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه دیگری باشد، نشان دهید که باز هم به همین نتیجه می رسید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.



تمرین



• دو قطعه توسط طناب سبکی و از طریق قرقره ای به هم وصل هستند. جرم m_1 بر روی سطح افقی قرار دارد و به فنری با ضریب سختی k متصل است. سیستم از حال سکون رها می شود و فنر نیز در ابتدا در حالت تعادل است. اگر قطعه آویزان شده به جرم m_2 به اندازه h سقوط کرده و به حالت سکون برسد، ضریب اصطکاک جنبشی بین قطعه m_1 و سطح زیرینش را بیابید.

تمرین: مساله بالا را از طریق قضیه کار-انرژی جنبشی حل کنید.

تمرین: مساله بالا را با استفاده از قانون دوم نیوتن حل کنید.

• شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

با سیاست از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.