

فیزیک مکانیک

فصل دوم: حرکت در راستای خط راست

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



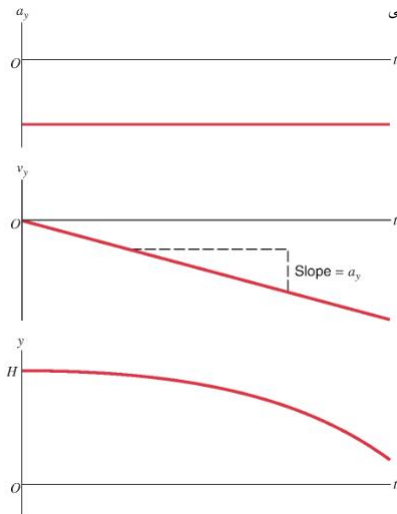
دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

● ۱ فصل دوم: حرکت در راستای خط راست

● انتگرال گیری از مسیر حرکت

آنچه گذشت...



موقعیت جسم در هر لحظه نشان دهنده مکان جسم در آن لحظه است. جابه جایی تغییر در موقعیت است:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

سرعت متوسط:

$$\bar{v} = v_{avg} \equiv \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت لحظه ای: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt}$

سرعت لحظه ای شیب نمودار مکان-زمان ($x(t)$) در هر لحظه t است.

شتاب متوسط:

$$\bar{a} = a_{avg} \equiv \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

شتاب لحظه ای:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

شکل از فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

روابط مربوط به حرکت با شتاب ثابت در حالت بسیار خاصی به دست آمدند

با توجه به ثابت بودن شتاب نتیجه می گیریم که شتاب متوسط و شتاب لحظه ای با هم برابرند:

$$a = \bar{a} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow v = at + v_0$$

لطفا دقت کنید که اگر شتاب ثابت نباشد، نمی توان چنین نتیجه ای را به دست آورد. به نمودار شتاب-زمان دقت کنید.

چون سرعت به صورت خطی تغییر می کند، سرعت میانگین برابر است با میانگین سرعت های ابتدایی و انتهای:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{2} (v_0 + at + v_0)$$

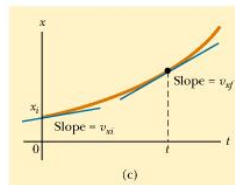
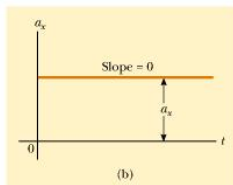
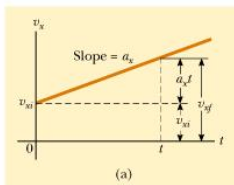
لطفا دقت کنید که اگر سرعت به صورت خطی با زمان تغییر نکند، نمی توان چنین نتیجه ای را به دست آورد.

همچنین، بنا به تعریف سرعت متوسط داریم:

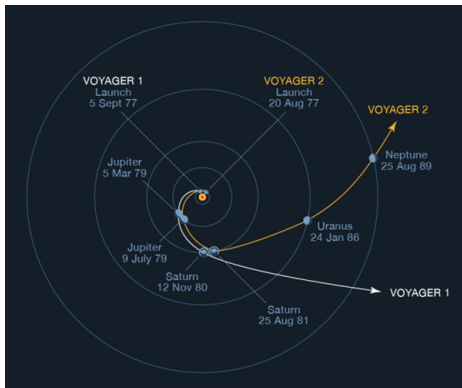
$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

از ترکیب معادلات دوم و سوم، می توان معادله حرکت با شتاب ثابت را به دست آورد:

$$x = x_0 + \left(v_0 + \frac{1}{2}at \right) t \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$



حرکت های پیچیده تر را چطور تحلیل کنیم؟



شکل از ویکی.

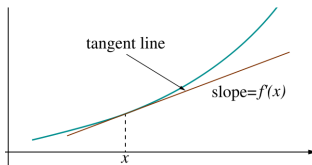
در بسیاری از حرکت های روزمره و کاربردی، شتاب متغیر است و بنابراین کمیت های سرعت و مکان هم با زمان تغییر می کنند.

حل چنین حرکت هایی سالها مورد سوال بوده است و برای اولین بار نیوتون توانست با ابداع حساب دیفرانسیل و انتگرال، مسائلی از این نوع را به صورت سیستماتیک حل کند.

ارتباط منطقی بین مفاهیم مشتق و انتگرال توسط قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال فراهم می شود که نیوتن برای اولین بار آن را اثبات کرده است.



قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال



مشتق یک تابع در یک نقطه بخصوص، شیب تابع در آن نقطه را به دست می دهد:

$$m = \text{slope} = \frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$$

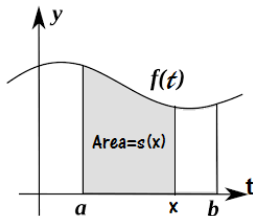
انتگرال یک تابع برابر است با مساحت زیر نمودار آن تابع:

$$S(x) = \int_a^x f(t) dt$$

قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال: اگر تابع $f(t)$ بر روی بازه $[a, b]$ پیوسته باشد،

و تابع $S(t)$ پاد مشتق $f(t)$ باشد (یعنی $S'(t) = f(t)$) آنگاه

$$\int_a^b f(t) dt = S(b) - S(a)$$



یعنی مساحت زیر نمودار $f(t)$ برابر است با مقدار S در نقطه b منهای مقدار S در نقطه a .

قوت و اهمیت قضیه اساسی در این است که برای پیدا کردن مساحت زیر یک تابع لازم نیست

سری های بسیار پیچیده ای مثل

$$S = \sum_{i=1}^N f(x_i) \Delta x_i$$

را حل کنیم بلکه کافی است پادمشتق تابع f را بدانیم.

بنابراین تمام مساله حساب انتگرال عبارت است از پیدا کردن پادمشتق تابع مورد نظر شما. به

بیان دیگر، با دانستن هر قاعده مشتق، شما یک قاعده انتگرال را نیز می دانید.

در ادامه ما می خواهیم از مفاهیم دیفرانسیل و انتگرال برای بررسی دقیق مساله حرکت استفاده کنیم.

شکل ها از ویکی و
<https://brilliant.org/>

همه مشتق ها و انتگرال های مورد نیاز در انتهای کتاب آورده شده اند.

Derivatives and Integrals

In what follows, the letters u and v stand for any functions of x , and a and m are constants. To each of the indefinite integrals should be added an arbitrary constant of integration. The *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.) gives a more extensive tabulation.

$$1. \frac{dx}{dx} = 1$$

$$2. \frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$$

$$5. \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$6. \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$7. \frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$8. \frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$9. \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$10. \frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$11. \frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

$$12. \frac{d}{dx} \sec x = \tan x \sec x$$

$$13. \frac{d}{dx} \csc x = -\cot x \csc x$$

$$1. \int dx = x$$

$$2. \int au \, dx = a \int u \, dx$$

$$3. \int (u+v) \, dx = \int u \, dx + \int v \, dx$$

$$4. \int x^m \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

$$5. \int \frac{dx}{x} = \ln |x|$$

$$6. \int u \frac{dv}{dx} \, dx = uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx$$

$$7. \int e^x \, dx = e^x$$

$$8. \int \sin x \, dx = -\cos x$$

$$9. \int \cos x \, dx = \sin x$$

$$10. \int \tan x \, dx = \ln |\sec x|$$

$$11. \int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$12. \int e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a} e^{-ax}$$

$$13. \int x e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^2} (ax+1) e^{-ax}$$

$$14. \int x^2 e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^3} (a^2 x^2 + 2ax + 2) e^{-ax}$$

$$15. \int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

نمودار سرعت-زمان چه چیزی به ما می گوید؟

پیشتر فهمیدیم که مشتق نمودار سرعت-زمان، شتاب را در اختیار ما قرار می دهد.

برای یک تابع کلی نمی توانیم به راحتی حرکت با شتاب ثابت، یعنی به روش هندسی، مکان را به دست آوریم زیرا، تغییرات سرعت بسیار پیچیده تر از مورد تغییرات خطی است. حل حرکت های شتاب متغیر پیچیده تر خواهد بود.

طبق معمول، این مساله پیچیده را به تعدادی زیرمساله ساده تر تجزیه می کنیم. به این ترتیب که اول جابه جایی Δx_n را در زمان کوچک Δt_n می یابیم. n شماره بازه را نشان می دهد (شکل مقابل را ببینید). در این بازه کوچک می توان تغییرات در سرعت را نادیده گرفت (در واقع باید بازه زمانی Δt_n خیلی کوچک باشد تا بتوانیم چنین فرضی را قبول کنیم). آنگاه، جابه جایی در این بازه زمانی بسیار کوچک برابر است با

$$\Delta x_n = \bar{v}_n \Delta t_n$$

که در آن $\bar{v}_n$ سرعت متوسط در جهت x و در بازه Δt_n می باشد.

جابه جایی در بقیه بازه ها را نیز می توانیم به همین صورت به دست آوریم. همچنین، جابه جایی کل برابر است با جمع جبری تک تک جابه جایی ها:

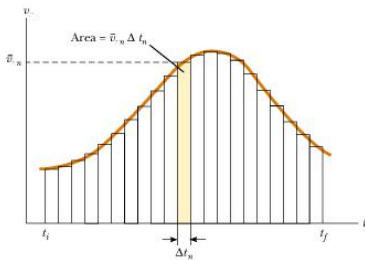
$$\Delta x = \sum_{n=1}^N \bar{v}_n \Delta t_n$$

همانطور که در بالا اشاره شد، برای اینکه مقدار جابه جایی کل را به روش بالا درست محاسبه کنیم، باید بازه های زمانی تا حد ممکن کوچک باشند. در حالت حدی داریم:

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \rightarrow 0} \sum_{n=1}^N \bar{v}_n \Delta t_n \equiv \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt$$

نکته اساسی این است که حال می توانیم به جای محاسبه سری های بسیار پیچیده برای پیدا کردن جابه جایی کل، این کمیت را با استفاده از قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال به دست آوریم:

$$\Delta x = \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt$$



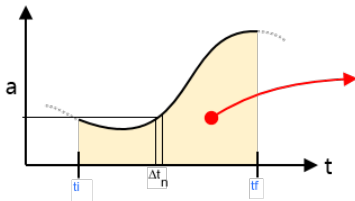
شکل از مبانی فیزیک، ویرایش هشتم.

نمودار شتاب-زمان چه چیزی به ما می گوید؟

نکته اساسی این است که حال می توانیم به جای محاسبه سری های بسیار پیچیده برای پیدا کردن تغییر کل در سرعت، این کمیت را با استفاده از قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال به دست

آوریم:

$$\Delta v = \int_{t_i}^{t_f} a(t) dt$$



شکل از <https://javalab.org/>

مشتق نمودار شتاب-زمان، جهش (و یا خیز: *jerk*) را در اختیار ما قرار می دهد که معمولاً در مکانیک کلاسیک مد نظر نیست (چرا؟).

از طرفی، اگر شتاب ثابت نباشد، به سختی می توان سرعت را از نمودار شتاب-زمان و به شیوه هندسی به دست آورد. چنین کاری، از لحاظ هندسی، بسیار پیچیده خواهد بود.

طبق معمول، این مساله پیچیده را به تعدادی زیرمساله ساده تر (مثل اسلاید قبل) تجزیه می کنیم. به این ترتیب که اول تغییر در سرعت Δv_n را در زمان کوچک Δt_n می یابیم. شماره بازه را نشان می دهد (شکل مقابل را ببینید). در این بازه کوچک می توان تغییرات در شتاب را نادیده گرفت. آنگاه، تغییر در سرعت در این بازه زمانی بسیار کوچک برابر است با

$$\Delta v_n = \bar{a}_n \Delta t_n$$

که در آن $\bar{a}_n$ شتاب متوسط در جهت x و در بازه Δt_n می باشد.

تغییرات سرعت در بقیه بازه ها را نیز می توانیم به همین صورت به دست آوریم. همچنین، تغییر سرعت کل برابر است با جمع جبری تغییرات کوچک سرعت:

$$\Delta v = \sum_{n=1}^N \bar{a}_n \Delta t_n$$

همانطور که در بالا اشاره شد، برای اینکه تغییر در سرعت کل را به روش بالا درست محاسبه کنیم، باید بازه های زمانی تا حد ممکن کوچک باشند. در حالت حدی داریم:

$$\Delta v = \lim_{\Delta t_n \rightarrow 0} \sum_{n=1}^N \bar{a}_n \Delta t_n \equiv \int_{t_i}^{t_f} a_x(t) dt$$

نمودار مکان-زمان چه چیزی به ما می گوید؟

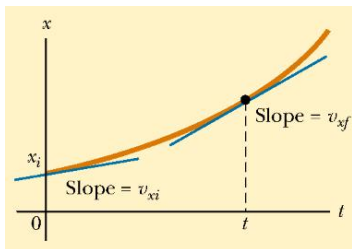
پیشتر فهمیدیم که مشتق نمودار مکان-زمان، سرعت را در اختیار ما قرار می دهد:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

انتگرال زیر نمودار مکان زمان، یعنی

$$\int_{t_i}^{t_f} x(t) dt$$

از جنس زمان $\times$ مکان می باشد و در مکانیک کمیت مهمی نیست؛ بنابراین ما آن را بحث نمی کنیم.



شکل از مبانی فیزیک، ویرایش هشتم.

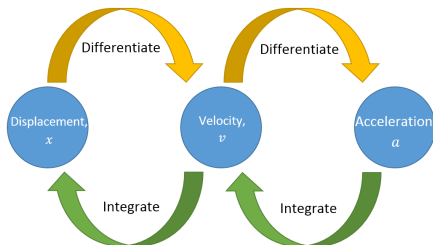
جمع بندی روابط اساسی

روابط بین سرعت و مکان:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx(t) = v(t) dt \quad \Leftrightarrow \quad \Delta x = \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt$$

روابط بین شتاب و سرعت:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dv(t) = a(t) dt \quad \Leftrightarrow \quad \Delta v = \int_{t_i}^{t_f} a(t) dt$$



شکل از <https://internal.ncl.ac.uk/>

مثال: انتگرال گیری از مسیر حرکت و وارد کردن شرایط اولیه

$$a(t) = t^{1/2} - t^{3/2} + 1 \quad \text{جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب}$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -2 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = +3 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید. راهنمایی: $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$.

توجه توجه: کمیت های سرعت اولیه $v(t=0) = -2 \text{ m/s}$ و مکان اولیه $x(t=0) = +3 \text{ m}$ را شرایط اولیه مساله می نامند. دانستن این شرایط اولیه برای پیدا کردن جواب فیزیکی هر معادله دیفرانسیلی لازم است. بنابراین، در جواب های زیر به دقت به طرز قرار دادن شرایط اولیه در مساله توجه کنید.

مثال: انتگرال گیری از مسیر حرکت

$$a(t) = t^{1/2} - t^{3/2} + 1 \quad \text{جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب}$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -2 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = +3 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید. راهنمایی: $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$

$$\text{پاسخ الف) با استفاده از رابطه } dv = a(t)dt \text{ داریم:} \quad \int dv = \int a(t)dt$$

که با قرار دادن $a(t) = t^{1/2} - t^{3/2} + 1$ و شرط اولیه $v(t=0) = -2 \text{ m/s}$ خواهیم داشت:

$$\int_{-2}^{v(t)} dv = \int_0^t (t^{1/2} - t^{3/2} + 1) dt$$

با حل انتگرال بالا می توان جواب زیر را یافت:

$$[v]_{-2}^{v(t)} = \left[\frac{t^{3/2}}{3/2} - \frac{t^{5/2}}{5/2} + t \right]_0^t \Rightarrow v(t) - (-2) = \frac{t^{3/2}}{3/2} - \frac{t^{5/2}}{5/2} + t - \left(\frac{0^{3/2}}{3/2} - \frac{0^{5/2}}{5/2} + 0 \right)$$

$$v(t) = \frac{2}{3}t^{3/2} - \frac{2}{5}t^{5/2} + t - 2 \quad \text{که با کمی محاسبه در می یابیم:}$$

مثال: انتگرال گیری از مسیر حرکت- ادامه

پاسخ ب)

حال باید از جواب پیدا شده برای سرعت $v(t)$ در قسمت قبل استفاده کرده و مکان را بیابیم. با استفاده از رابطه $dx = v(t)dt$ داریم:

$$\int dx = \int v(t)dt$$

که با قرار دادن $x(t=0) = +3\text{ m}$ و شرط اولیه $v(t) = \frac{2}{3}t^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{5}t^{\frac{5}{5}} + t - 2$ خواهیم داشت:

$$\int_{+3}^{x(t)} dx = \int_0^t \left(\frac{2}{3}t^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{5}t^{\frac{5}{5}} + t - 2 \right) dt$$

با حل انتگرال بالا می توان جواب زیر را یافت:

$$[x]_{+3}^{x(t)} = \left[\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}t^{\frac{5}{5}} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{\frac{5}{3}}t^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{2}t^2 - 2t \right]_0^t$$

که با کمی محاسبه در می یابیم:

$$x(t) - (+3) = \left[\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}t^{\frac{5}{5}} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{\frac{5}{3}}t^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{2}t^2 - 2t \right] - \left[\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times 0^{\frac{5}{5}} - \frac{2}{5} \times \frac{2}{\frac{5}{3}} \times 0^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{2} \times 0^2 - 2 \times 0 \right]$$

و یا

$$x(t) = \frac{4}{15}t^{\frac{5}{5}} - \frac{4}{35}t^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{2}t^2 - 2t + 3$$

نکته: می توانید مقدار شرط اولیه را با استفاده از ثابت انتگرال گیری وارد کنید (چگونه؟).

$$\int dx = \int v(t)dt + C_1 \quad \text{and} \quad \int dx = \int v(t)dt + C_2$$

تمرین: به دست آوردن روابط حرکت با شتاب ثابت با استفاده از انتگرال گیری

● جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب ثابت

$$a(t) = a$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = v_0$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = x_0$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید. راهنمایی: $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}$.

● پاسخ الف)

$$v = at + v_0$$

پاسخ ب)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید نکات اساسی انتگرال گیری از مسیر حرکت (حسابان حرکت) را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ چرا باید حسابان حرکت را بدانیم؟
- ۲ انتگرال زیر نمودار شتاب-زمان چه کمیتی را به دست می دهد؟
- ۳ انتگرال زیر نمودار سرعت-زمان چه کمیتی را به دست می دهد؟
- ۴ شرایط اولیه حرکت چیست و چگونه وارد مساله انتگرال گیری از مسیر حرکت می شود؟
- ۵ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست و چرا اهمیت دارد؟
- ۶ خلاصه روابط دیفرانسیلی و انتگرالی بین کمیت های شتاب، سرعت و موقعیت را بنویسید.

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ” درونی سازی ” مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

$$a(t) = t^{\frac{3}{2}} + t^{\frac{1}{2}} + 3$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = 2 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = -4 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \text{ راهنمایی:}$$

تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

$$a(t) = -t^{\frac{1}{4}} + t^{\frac{1}{3}} - 1$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -1 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = 6 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \text{ راهنمایی:}$$

تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

$$a(t) = \sqrt{t} + \sqrt{t^3}$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -1 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) حال اگر مکان اولیه $x(t=0) = +2 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C \text{ راهنمایی:}$$

تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

$$a(t) = \sin(2t)$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -1 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) حال اگر مکان اولیه $x(t=0) = +2 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.

$$\text{راهنمایی: } \int \cos(at)dt = \frac{\sin(at)}{a} + C \text{ و } \int \sin(at)dt = -\frac{\cos(at)}{a} + C$$

مبحث بعدی: ریاضیات بردارها



تاکنون فقط حرکت در راستای خط راست را بررسی کرده ایم. ولی حرکت های طبیعی معمولا در دو و یا سه بعد اتفاق می افتند. برای بررسی این حرکت ها به فهم ریاضیات بردارها نیاز داریم. همچنین، برای درک بهتر مباحث فصل های دیگر لازم است که مفاهیمی مثل بردارهای پایه، ضرب داخلی، ضرب خارجی، مولفه های بردار و اندازه یک بردار را به درستی درک کنیم.



شکل ها از اوهانیان.

مراجع

- ❶ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❷ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

کلاس های دیگر فیزیک مکانیک

کلاس های درس فیزیک یک دانشگاه صنعتی شریف (مثلا
کلاس درس دکتر محمد رضا اجتهادی و یا دکتر محمود بهمن
آبادی) را می توانید از مرکز آموزش های الکترونیک دانشگاه
صنعتی شریف (و یا حتی از سایت مکتب خونه) دریافت کنید.
<http://ocw.sharif.edu/>

کلاس درس دکتر والتر لوین از دانشگاه MIT در مرکز آموزش های الکترونیک این دانشگاه و یوتیوب:
<https://ocw.mit.edu/index.htm>
<https://www.youtube.com/watch?v=X9c0MRooBzQ>

[illegible]

با سپاس از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.

