

سینماتیک و دینامیک نسبیتی

جبر تبدیلات لورنتس و نمادگذاری چاربردار

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

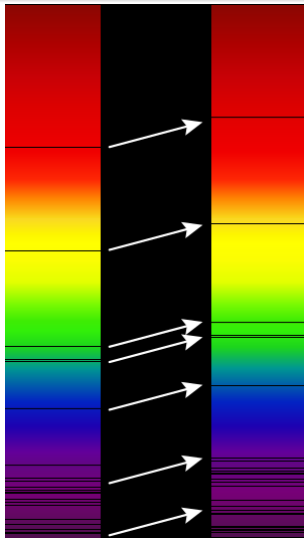
h.shenavar@gmail.com

- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

جبر تبدیلات لورنتس و نمادگذاری چاربردار

- جبر تبدیلات لورنتس
- نمادگذاری چاربردار

آنچه تاکنون آموخته ایم: اثر داپلر نسبیتی



اگر منبع و ناظر به هم نزدیک شوند، فرکانس افزایش و طول موج کاهش می یابد. چنین پدیده ای را جابجایی به سمت آبی (blueshift) می نامند که فرمول آن چنین است:

$$\nu = \nu' \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$$

اما وقتی ناظر و چشمه از هم دور می شوند، فرکانس کاهش و طول موج افزایش می یابد. چنین پدیده ای را جابجایی به سمت قرمز یا قرمزگرایی یا انتقال به سرخ (Redshift) می نامند که

فرمول آن چنین است:

$$\nu = \nu' \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$$

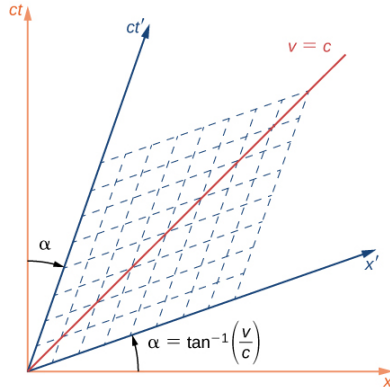
نسبیت اینشتین یک اثر داپلر در راستای عرضی را هم پیش بینی می کند که این پدیده در فیزیک کلاسیک وجود ندارد. بنابراین تایید و یا رد این پدیده بسیار مهم است. اگر خط رویت ناظر با امتداد حرکت نسبی زاویه $\theta = \pi/2$ بسازد، آنگاه داریم:

$$\nu = \frac{\nu' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \pi/2} = \nu' \sqrt{1 - \beta^2}$$

که از مرتبه دوم β است.

اهداف این جلسه: جبر تبدیلات لورنتس و نمادگذاری چاربردار

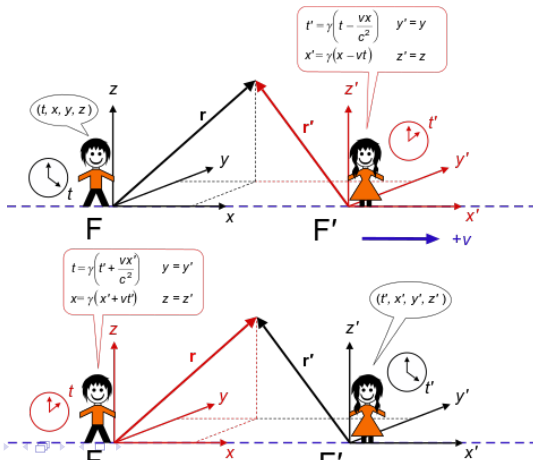
- در این جلسه می خواهیم جبر تبدیلات لورنتس و نمادگذاری چاربردار را معرفی کنیم. این موارد از لحاظ مفهومی اهمیت بنیادین ندارند؛ ولی ریاضیات و محاسبات موضوعات بعدی را به صورت معناداری ساده تر کرده و ساختار نظریه را واضح تر می کنند. همچنین، تعمیم این ایده ها در مباحث پیشرفته تر اهمیت پیدا می کند.



یادآوری تبدیلات لورنتس

تاکنون تبدیلات لورنتس را، که پایه فهم نسبیت خاص هستند، به دو روش مختلف به دست آورده ایم. حالا می خواهیم جبر این تبدیلات را بررسی کنیم. در این تبدیلات معمولاً از پارامترهای زیر استفاده می شود:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$



توابع هایپر بولیک

$$\gamma^2 - \gamma^2 \beta^2 = 1$$

تمرین: نشان دهید که

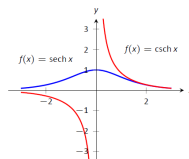
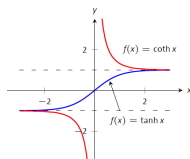
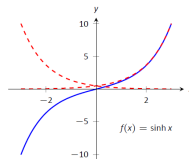
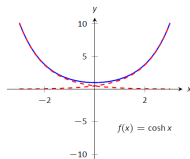
رابطه بالا ما را به یاد رابطه $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ می اندازد که در آن $\cosh x$ و $\sinh x$ توابع هایپر بولیک هستند:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

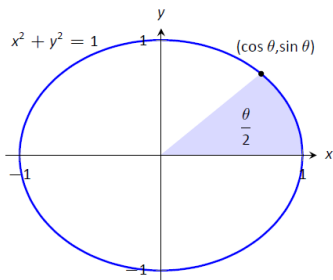
$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$



توابع هایپر بولیک

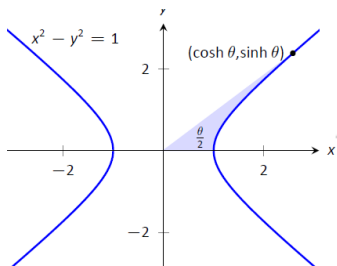


همانطور که می توان از توابع $\sin \theta$ و $\cos \theta$ برای پیدا کردن نقاط بر روی دایره $x^2 + y^2 = 1$ استفاده کرد، می توان از توابع $\sinh \theta$ و $\cosh \theta$ برای پیدا کردن نقاط بر روی هذلولی $x^2 - y^2 = 1$

بهره برد.

پرسش: معنای ناحیه هاشور خورده چیست؟

چند اتحاد مهم بین توابع هذلولوی در ادامه آمده اند. این اتحادها برای محاسبات ما مفید خواهند بود.



$$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$$

$$\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$$

$$\tanh(x + y) = \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y}$$

بازنویسی تبدیلات لورنتس با استفاده از توابع هایپربولیک

- حال می توان متغیری مانند ζ (که به آن rapidity می گویند.) را تعریف کرد به طوری که

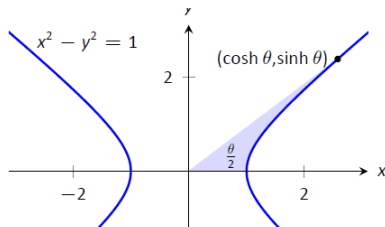
$$\beta\gamma = \sinh \zeta \quad \gamma = \cosh \zeta$$

$$\beta = \tanh \zeta \quad -1 < \beta < 1 \quad \text{و بنابراین}$$

$$\zeta = \tanh^{-1} \beta \quad -\infty < \zeta < \infty$$

تمرین: آیا می توانید این مقادیر دامنه و برد را توضیح دهید؟

- پارامتر ζ یا همان rapidity مقیاسی از اندازه جابجایی سیستم بر واحد زمان (البته به صورت بدون بعد) است. این پارامتر عملاً یک زاویه وابسته به سرعت در نمودار هایپربولیک است. در واقع پارامتر β برابر تانژانت هایپربولیک زاویه ζ است!



بازنویسی تبدیلات لورنتس با استفاده از توابع هایپربولیک

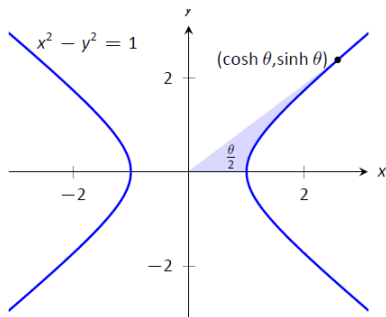
حالا می توان تبدیلات لورنتس را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{pmatrix} \cosh \zeta & -\sinh \zeta \\ -\sinh \zeta & \cosh \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix}$$

تمرین: درستی این رابطه را نشان دهید.

تمرین: رابطه عکس تبدیلات لورنتس را با معکوس کردن تبدیل بالا بیابید و نشان دهید که

$$\begin{pmatrix} \cosh \zeta & \sinh \zeta \\ \sinh \zeta & \cosh \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$



چرا این نوع نمادگذاری را انتخاب کرده ایم؟

چرا این نمادگذاری مهم است؟ پاسخ: دقت کنید که اگر سه دستگاه لخت S ، S' و S'' داشته باشیم و دستگاه S' نسبت به دستگاه S با سرعت v در جهت محور x حرکت کند و دستگاه S'' نیز نسبت به دستگاه S' با سرعت u' در جهت محور x حرکت کند، آنگاه می توان نتیجه نهایی این جابجایی را (با ترکیب دو تبدیل لورنتس متوالی) به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} ct'' &= ct \cosh(\psi_v + \psi_{u'}) - x \sinh(\psi_v + \psi_{u'}) \\ x'' &= -ct \sinh(\psi_v + \psi_{u'}) + x \cosh(\psi_v + \psi_{u'}), \\ y'' &= y, \\ z'' &= z, \end{aligned}$$

تمرین: درستی این رابطه را نشان دهید. راهنمایی: تبدیلات لورنتس متوالی را به کار ببرید و سپس از اتحادهای توابع هذلولوی استفاده کنید. نخست

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \psi_v & -\sinh \psi_v \\ -\sinh \psi_v & \cosh \psi_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} ct'' \\ x'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cosh \psi_{u'} & \sinh \psi_{u'} \\ \sinh \psi_{u'} & \cosh \psi_{u'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \quad \text{و سپس} \\ &= \begin{pmatrix} \cosh \psi_{u'} & \sinh \psi_{u'} \\ \sinh \psi_{u'} & \cosh \psi_{u'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh \psi_v & -\sinh \psi_v \\ -\sinh \psi_v & \cosh \psi_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \dots \end{aligned}$$

چرا این نوع نمادگذاری را انتخاب کرده ایم؟

- در اینجا $\tanh \psi_v = v/c$ برابر با سرعت بدون بعد دستگاه S نسبت به دستگاه S' و $\tanh \psi_{u'} = u'/c$ برابر با سرعت بدون بعد دستگاه S' نسبت به دستگاه S'' می باشد. حال با توجه به اتحاد

$$\tanh(x + y) = \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y}$$

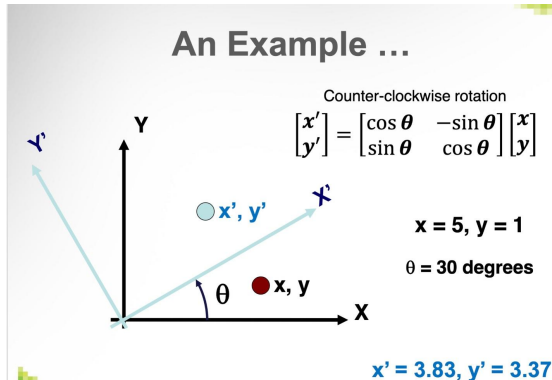
می توان به راحتی سرعت دستگاه S نسبت به دستگاه S''، یعنی u، را به دست آورد:

$$u = c \tanh(\psi_v + \psi_{u'}) = c \frac{\tanh \psi_v + \tanh \psi_{u'}}{1 + \tanh \psi_v \tanh \psi_{u'}} = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2},$$

استفاده از این رابطه بسیار راحت تر از به کار بردن متوالی قضیه جمع نسبیتی سرعت هاست. در اینجا می توان به راحتی رپیدیتی ها را با هم جمع کرد.

چرا این نوع نمادگذاری را انتخاب کرده ایم؟

- دلیل دوم این است که با استفاده از این نمادگذاری می توان تبدیلات لورنتس را به صورت دوران در فضا زمان در نظر گرفت. این وضعیت بسیار شبیه به دوران مختصات در فضای دکارتی است و در واقع فرمولبندی های دو موضوع نیز بسیار شبیه به هم هستند.
- یادآوری: در دوران مختصات در فضای دو بعدی، طول بردار $\vec{r}$ در اثر دوران تغییر نمی کند. این گزاره را اثبات کنید.

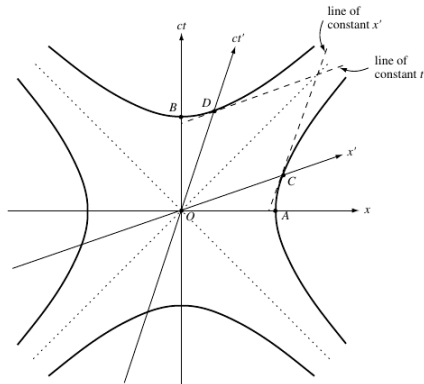


چرا این نوع نمادگذاری را انتخاب کرده ایم؟

پس می توان تبدیلات لورنتس را به صورت دوران در فضا زمان در نظر گرفت. و در اثر این دوران طول بردار

$$s^2 = c^2 t^2 - x^2$$

تغییر نمی کند. این گزاره را نیز با استفاده از فرمول بندی ماتریسی بالا اثبات کنید.



The invariant hyperbolae $c^2 t'^2 - x'^2 = c^2 t^2 - x^2 = \pm 1$.

تمرین

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \phi & -\sinh \phi & 0 & 0 \\ -\sinh \phi & \cosh \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$

تمرین: ماتریس های تبدیل لورنتس در چهار بعد در روابط روبرو نشان داده شده اند.

الف) سه ماتریس بالا به ترتیب جابجایی در جهت های x ، y و z را نشان می دهند. درستی این گزاره را توضیح دهید.

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \phi & 0 & -\sinh \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sinh \phi & 0 & \cosh \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$

ب) نشان دهید که اگر یک جابجایی دلخواه در جهت $\hat{n} = \frac{\vec{v}}{v} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k}$ داشته باشیم، آنگاه ماتریس لورنتس تبدیلات به صورت زیر خواهد بود. نتیجه این تمرین چیست؟

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \phi & 0 & 0 & -\sinh \phi \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sinh \phi & 0 & 0 & \cosh \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

توجه: این مساله زمانبر خواهد بود!

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \phi & -n_x \sinh \phi & -n_y \sinh \phi & -n_z \sinh \phi \\ -n_x \sinh \phi & 1 + (\cosh \phi - 1)n_x^2 & (\cosh \phi - 1)n_x n_y & (\cosh \phi - 1)n_x n_z \\ -n_y \sinh \phi & (\cosh \phi - 1)n_y n_x & 1 + (\cosh \phi - 1)n_y^2 & (\cosh \phi - 1)n_y n_z \\ -n_z \sinh \phi & (\cosh \phi - 1)n_z n_x & (\cosh \phi - 1)n_z n_y & 1 + (\cosh \phi - 1)n_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

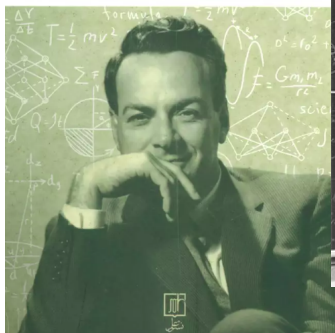
مطمئناً شوخی می کنید آقای فاینمن!!!

ماجرای فیزیکی های فیزیک دان قرن بیستم:

ریچارد فاینمن

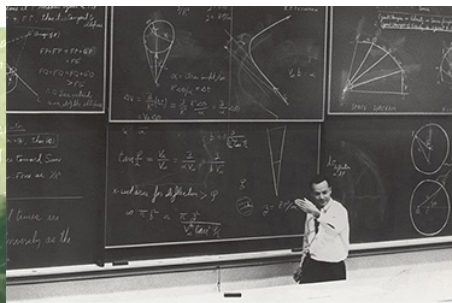
والف گیل تون

ترجمه توراندخت تمدن (مالکی)، دکتر اردوان مالکی تهرانی



در مورد زندگی ریچارد فاینمن تحقیق کنید! پشیمان نخواهید شد!

Surely You're Joking, Mr. Feynman!



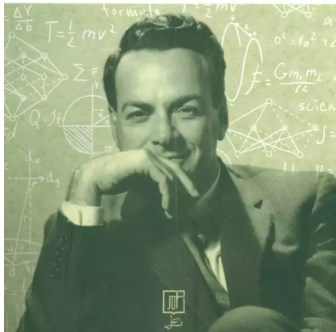
فاینمن به کنفرانس گرانس می رود!

ماجرای فیزیکی‌های فیزیک‌دان قرن بیستم:

ریچارد فاینمن

والف گیل تون

ترجمه توراندخت تمدن (مالکی)، دکتر اردوان مالکی تهرانی



داستان $g_{\mu\nu}$ از اینجا شروع می شود!

It Sounds Greek to Me!

I don't know why, but I'm always very careless, when I go on a trip, about the address or telephone number or anything of the people who invited me. I figure I'll be met, or somebody else will know where we're going; it'll get straightened out somehow.

One time, in 1957, I went to a gravity conference at the University of North Carolina. I was supposed to be an expert in a different field who looks at gravity.

I landed at the airport a day late for the conference (I couldn't make it the first day), and I went out to where the taxis were. I said to the dispatcher, "I'd like to go to the University of North Carolina."

"Which do you mean," he said, "the State University of North Carolina at Raleigh, or the University of North Carolina at Chapel Hill?"

Needless to say, I hadn't the slightest idea. "Where are they?" I asked, figuring that one must be near the other.

"One's north of here, and the other is south of here, about the same distance."

I had nothing with me that showed which one it was, and there was nobody else going to the conference a day late like I was.

That gave me an idea. "Listen," I said to the dispatcher. "The main meeting began yesterday, so there were a whole lot of guys going to the meeting who must have come through here yesterday. Let me describe them to you: They would have their heads kind of in the air, and they would be talking to each other, not paying attention to where they were going, saying things to each other, like 'G-mu-nu, G-mu-nu'."

His face lit up. "Ah, yes," he said. "You mean Chapel Hill!" He called the next taxi waiting in line. "Take this man to the university at Chapel Hill."

"Thank you," I said, and I went to the conference.

فضازمان چهار بعدی و چاربردارها

- از این به بعد می خواهیم ترکیب شدن فضا و زمان را جدی گرفته و موجود جدید فضازمان را به صورت ریاضیاتی و دقیق تر بررسی کنیم. در ابتدا باید بردارهای چهار بعدی را تعریف کنیم که مولفه اول آن (در نمادگذاری ما) همیشه زمانی و سه مولفه دیگر مکانی اند:

$$X^\mu = (ct, x, y, z)$$

- وقتی درباره فضازمان چهار بعدی صحبت می کنیم از حروف یونانی (مانند $\alpha, \beta, \mu, \nu, \dots$) برای شمردن اندیس ها استفاده می کنیم. همچنین در فضای سه بعدی مانند قبل از حروف لاتین (مانند $i, j, k, \dots$) برای شمردن استفاده می کنیم.

- دوگان چاربردار بالا به صورت چاربرداری با اندیس پایین نمایش داده می شود:

$$X_\mu = (ct, -x, -y, -z)$$

- همانطور که در فضای سه بعدی ضرب داخلی را به صورت

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \sum_{i=1}^3 a_i b_i$$

- تعریف می کنیم، در اینجا هم می توانیم از یک بردار در فضای دوگان استفاده کرده و ضرب داخلی در فضای چهار بعدی را تعریف کنیم:

$$\sum_{\mu=0}^3 M_\mu N^\mu = M \cdot N = M_0 N_0 - M_1 N_1 - M_2 N_2 - M_3 N_3$$

فضازمان چهار بعدی و چاربردارها

- به این ترتیب، دقت کنید که

$$\sum_{\mu=0}^3 X_{\mu} X^{\mu} = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

همان ناوردای طول در فضازمان مینکوفسکی است.

- نمادگذاری اینشتین: بنا به نمادگذاری که منسوب به اینشتین است، وقتی ضرب برداری $U_{\mu} V^{\mu}$ نوشته می شود، آن را به عنوان جمع بندی روی اندیس μ در نظر می گیریم، یعنی

$$U_{\mu} V^{\mu} \equiv \sum_{\mu=0}^3 U_{\mu} V^{\mu}$$

دقت کنید که یکی از اندیس ها بالا و دیگری پایین است. همچنین هر دو اندیس یکسان هستند.

- دقت کنید که کمیت های $U_{\mu} V^{\nu}$ ، $U^{\mu} V_{\nu}$ و ضرب های تانسوری هستند (خروجی آنها تانسور است) و نتیجه آنها اسکالر نیست.

تانسور متریک و هندسه فضا زمان

• درباره تعریف دقیق تانسورها و خواص تبدیلی آنها بعدا بحث خواهیم کرد. فعلا ماتریس زیر (که اتفاقا یک تانسور است!) را در نظر بگیرید.

$$\eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

این تانسور هندسه تخت فضا زمان مینکوفسکی را توصیف می کند. چنین فضا زمانی اصلا انحناء ندارد. با مفهوم انحناء فضا زمان نیز بعدا آشنا می شویم.

تمرین: معکوس ماتریس اندیس پایین $\eta_{\mu\nu}$ را با ماتریس اندیس بالای $\eta^{\mu\nu}$ نشان می دهند. حاصلضرب این دو ماتریس برابر با ماتریس همانی است:

$$\sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

نشان دهید که شکل ماتریسی $\eta_{\mu\nu}$ با شکل ماتریسی $\eta^{\mu\nu}$ برابر است.

$$\eta_{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

تانسور متریک و هندسه فضا زمان

- فعلا دقت کنید که تانسور متریک می تواند چاربردارهای فضا زمانی را از یک فضا (مثلا X^μ) به فضای دوگان آن ببرد. یعنی

$$X_\mu = \eta_{\mu\nu} X^\nu \quad X^\mu = \eta^{\mu\nu} X_\nu$$

تمرین: این دو رابطه را اثبات کنید.

توجه: به همگن بودن تعداد اندیس های بالا و پایین آزاد در دو طرف معادله بالا دقت کنید.

- اندیس آزاد اندیسی است که بر روی آن جمع بسته نشده است (تکرار نشده است). از این به بعد اندیس ها را به دو دسته اندیس آزاد و اندیس جمع بندی تقسیم بندی می کنیم.

- در ادامه این درس از نمادگذاری چاربردار و تانسور متریک برای توصیف ریاضیات نسبیت خاص بهره خواهیم برد. مثلا متوجه می شویم که بهتر است چاربردار تکانه را به صورت

$$P^\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right)$$

تعریف کنیم که ترکیبی از انرژی ذره و تکانه آن است. همچنین چاربردار پتانسیل را به صورت

$$A^\mu = (\phi, A_x, A_y, A_z)$$

تعریف کنیم که ترکیبی از پتانسیل الکتریکی و مغناطیسی ذره است.

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید جبر تبدیلات لورنتس و نمادگذاری چاربردار و مهم ترین نتایج و کاربرد آنها را به درستی توضیح دهید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

❶ دو دلیل اصلی استفاده از نمادگذاری توابع هذلولوی را توضیح دهید.

❷ با رسم یک شکل مفهوم دوران در صفحه دکارتی را توضیح دهید.

❸ با رسم یک شکل مفهوم دوران در فضا زمان مینکوفسکی را توضیح دهید.

❹ منظور از نمادگذاری اینشتین چیست؟

❺ توضیح دهید که چرا در جمع بندی $\sum_{\mu=0}^3 \cup_{\mu} \nabla^{\mu}$ سه مولفه مکانی از مولفه های زمانی تفریق می شوند؟

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین ها: زمان تحویل ۹ آذر ماه

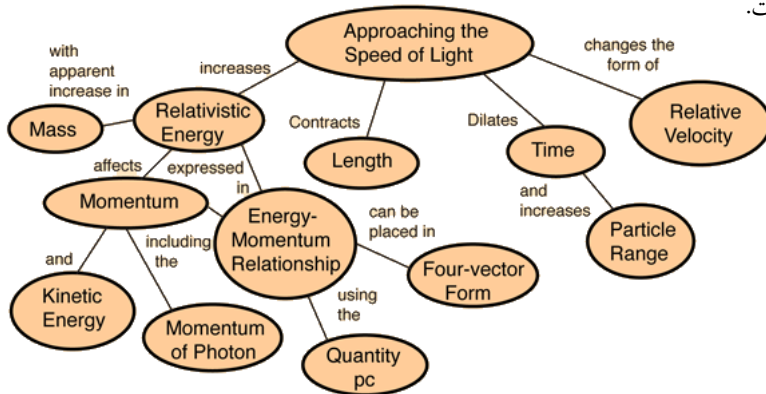
- نشان دهید که ضرب داخلی را می توان به صورت

$$\sum_{\mu=0}^3 X_{\mu} Y^{\mu} = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} X^{\nu} Y^{\mu}$$
هم نوشت.
- نشان دهید که طول یک بردار را می توان از رابطه

$$\sum_{\mu=0}^3 X_{\mu} X^{\mu} = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} X^{\nu} X^{\mu}$$
نیز به دست آورد.
- تمرینات موجود در متن درس را پاسخ دهید.

مبحث بعدی: سرعت ویژه و پایستگی تکانه نسبیتی

در جلسه بعد با مفهوم سرعت ویژه آشنا خواهیم شد. سپس متوجه خواهیم شد که با تعریف کلاسیک تکانه در نسبیت خاص نمی توان قانون پایستگی تکانه را همچنان به دست آورد. در نتیجه ما مفهوم تکانه را به صورتی بازتعریف می کنیم که پایستگی تکانه نسبیتی همچنان برقرار باقی بماند. این بازتعریف مفهوم تکانه، با توجه به اهمیت اساسی قانون پایستگی تکانه، ضروری است.



مراجع

- 1 Introduction to Special Relativity; Robert Resnick
- 2 Relativity: Special, General, and Cosmological; Wolfgang Rindler
- 3 General Relativity: An Introduction for Physicists; M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby
- 4 Introduction To Special Relativity; Markus Klute
<https://ocw.mit.edu/courses/8-20-introduction-to-special-relativity-january-ia>
- 5 Leonard Susskind's Special Relativity. Find in YouTube

با سپاس از توجه شما

