

مبانی نسبیت خاص

فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



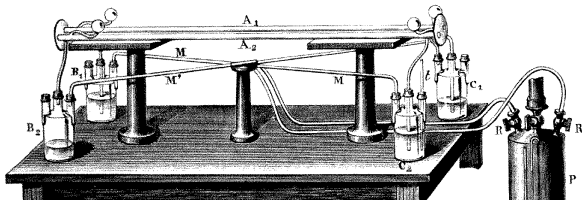
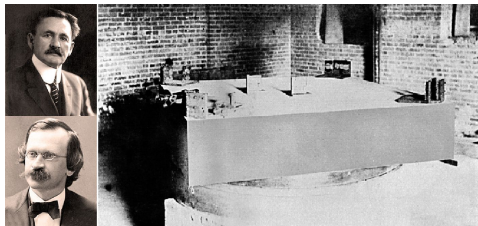
دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
h.shenavar@gmail.com
- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

- فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد
- فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد
- ایرادات فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد

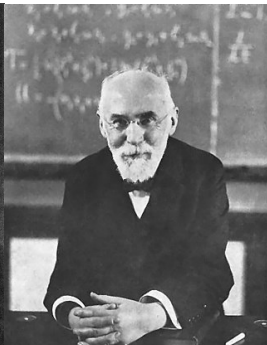
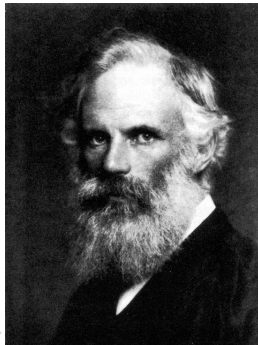
آنچه گذشت: آزمایش مایکلسون-مورلی

در جلسه قبل آزمایش فیزو و همچنین آزمایش مایکلسون-مورلی را مرور کردیم. دیدیم که فیزو اثر حرکت محیط (آب) بر انتشار نور را نشان داد و تثبیت کرد. با این وجود، وقتی مایکلسون و مورلی، با تداخل سنج بسیار دقیق خود، به دنبال اثر حرکت زمین بر انتشار نور در اتر بودند، به صورت مداوم نتیجه منفی می گرفتند. یعنی چنین حرکتی مشاهده نشد.



اهداف این جلسه

• موفقیت های بسیار شگفت انگیز مکانیک کلاسیک، و به ویژه دقت مکانیک سماوی، باعث می شد که دانشمندان به راحتی نتوانند از آن دست بکشند. بنابراین، تعدادی از دانشمندان تلاش کردند با ساختن فرضیه های جدید مفهوم چارچوب مرجح اتر را نجات دهند. یکی از مهم ترین تلاش ها در این جهت، فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد است. این ایده و ایرادات آن را در این جلسه بحث خواهیم کرد. ما در اینجا بیشتر به سراغ ایده های لورنتس خواهیم رفت زیرا او تلاش کرد هر دو جنبه نظری و آزمایشی را در نظر گرفته و تناقض های موجود را برطرف کند (هرچند، دست آخر موفق نشد!).



لورنتس و تبدیلات گالیه

● معادلات ماکسول فرض می کنند که هیچگونه حرکت نسبی بین منبع و آشکارساز نور وجود ندارد. یعنی همه معادلات در چارچوب ایستای اتر تفسیر می شوند. ولی این کلی ترین حالت ممکن نیست.

● از طرفی لورنتس به مساله الکترودینامیک اجسام متحرک علاقمند بود. این یعنی وقتی که حرکت نسبی بین منبع موج EM و آشکارساز آن وجود دارد. وقتی لورنتس تلاش کرد که تبدیلات گالیه را به معادلات ماکسول اعمال کند (همانطور که ما در جلسات قبل انجام دادیم)، او متوجه شد که شکل معادلات تغییر می کنند. به ویژه شکل معادله موج تغییر می کرد:

$$\frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial x^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial t'^2} + v^2 \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x'^2} - v \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x' \partial t'} = c^2 \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x'^2}$$

ولی لورنتس متوجه شد که در حالی که جواب معادله سمت چپ یک جواب سینوسی است (همانطور که انتظار آن می رود)، جواب معادله سمت راست به هیچ عنوان جواب ساده ای نیست! یعنی در دستگاه تبدیل یافته تحت تبدیلات گالیه، دیگر موج رفتار سینوسی نداشت.

● ولی لورنتس ریاضی-فیزیکدان بسیار باهوش و خلاق بود. بنابراین او تبدیلات جدیدی را به جای تبدیلات گالیه ($x' = x - vt$, $t' = t$) برای حل این مشکل پیشنهاد کرد:

$$x' = x - vt \quad t' = t - v x / c^2$$

او این زمان را زمان موضعی (local time) نامید و تاکید کرد که این فقط یک "حقه (داستان: fiction) ریاضیاتی" است.

تمرین

● تمرین: نشان دهید که تحت تبدیلات پیشنهادی لورنتس معادله موج $\frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial x^2}$ ناوردا است.

اثبات: با استفاده از تبدیل زمان موضعی $x' = x - vt$, $t' = t - vx/c^2$ عملگرهای مشتق زمانی و مکانی را به دست می آوریم: با توجه به قاعده مشتق گیری زنجیره ای می توان نوشت:

$$\frac{\partial f(t', x')}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial x'}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t'}$$

حال با توجه به تبدیل زمان موضعی می توان نوشت:

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = 1 \quad \text{and} \quad \frac{\partial t'}{\partial x} = -\frac{v}{c^2} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'}$$

به همین ترتیب برای مشتق جزئی نسبت به زمان داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial t'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t'} + \frac{\partial x'}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x'}$$

و باز هم با توجه به تبدیل زمان موضعی داریم:

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -v \quad \text{and} \quad \frac{\partial t'}{\partial t} = 1 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'}$$

در نتیجه معادله موج $\frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 f(t, x)}{\partial x^2}$ به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'}\right) f = c^2 \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'}\right) \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'}\right) f$$

تمرین

- تمرین: نشان دهید که تحت تبدیلات پیشنهادی لورنتس معادله موج ناوردا است.

ادامه اثبات: نتیجه اخیر را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial t'^2} + v^2 \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x'^2} - 2v \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x' \partial t'} = c^2 \left(\frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x'^2} + \frac{v^2}{c^4} \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial t'^2} - 2 \frac{v}{c^2} \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x' \partial t'} \right)$$

در نتیجه یکی از جملات مزاحم حذف می شود و پس از مرتب کردن باقی جملات داریم:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial t'^2} = c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x'^2}$$

که با حذف عامل مشترک به شکل معادله موج

$$\frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial t'^2} = c^2 \frac{\partial^2 f(t', x')}{\partial x'^2}$$

در می آید. پس با استفاده از تبدیل زمان موضعی $x' = x - vt$, $t' = t - vx/c^2$ شکل معادله موج ناوردا باقی می ماند.

- نسبت سرعت v/c در ادامه محاسبات به کرات پدیدار می شود. بنابراین، برای اختصارگاهی اوقات آن را با $\beta = \frac{v}{c}$ نشان خواهیم داد.

لورنتس و نتایج آزمایش مایکلسون-مورلی



لورنتس با اشتیاق آزمایش مایکلسون-مورلی را دنبال می کرد و به اهمیت بنیادین آن پی برده بود. لورنتس استدلال کرد که اگر واقعا محیطی به نام اتر (با همه ویژگی های کشسانی و ... آن) وجود داشته باشد، آنگاه باید در اثر حرکت اجسام درون محیط اتری نیرویی به آنها وارد شود. برای درک این ایده، یک توپ بادی را در نظر بگیرید که زیر آب در حال حرکت است و در اثر نیروی مقاومت سیال بر آن دچار تغییر شکل می شود. بنا به استدلال لورنتس، این انقباض طول فقط در جهت حرکت (و نه عمود بر آن) اتفاق می افتد.



$$v = 0$$

$$L^* = L$$



$$v = 0.87c$$

$$L^* = 0.5L$$



$$v = 0.995c$$

$$L^* = 0.25L$$



$$v = 0.999c$$

$$L^* = 0.045L$$



$$v \rightarrow c$$

$$L^* \rightarrow 0$$

لورنتس و نتایج آزمایش مایکلسون-مورلی

توضیح لورنتس برای آزمایش مایکلسون-مورلی این بود که بازویی از تداخل سنج که در جهت حرکت باد اتری است به اندازه $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ منقبض می شود در حالی که بازوی دیگر بدون تغییر باقی می ماند:

$$l_1 = l_1^0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad l_2 = l_2^0$$

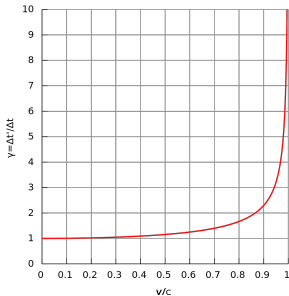
در اینجا l^0 طول یک جسم نسبت به اتر ساکن است در حالی که l طول جسم نسبت به اتر متحرک است. بنابراین، اختلاف زمانی طی شده توسط نور در دو مسیر تداخل سنج برابر است با

$$\Delta t = \frac{2}{c} \frac{1}{1 - \beta^2} (l_1^0 - l_2^0)$$

تمرین: این نتیجه بسیار مهم را با مراجعه به درس قبل اثبات کنید. همچنین، بعد از چرخش 90° خواهیم داشت:

$$\Delta t' = \frac{2}{c} \frac{1}{1 - \beta^2} (l_1^0 - l_2^0)$$

یعنی هر دو زمان برابر هستند و بنابراین نباید انتظار داشته باشیم که در اثر چرخش تداخل سنج فریزها جابجا شوند.

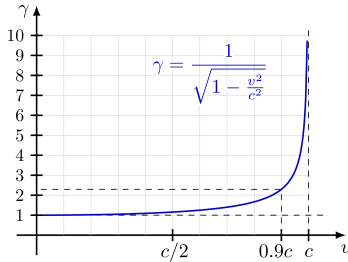


توجه: عامل $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ را فاکتور لورنتس

می نامند. به تغییر فاکتور لورنتس به عنوان تابعی از v/c در نمودار مقابل دقت کنید.

انقباض طول

- توجه کنید که با نزدیک شدن سرعت به سمت سرعت نور، عامل لورنتس $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ به سمت بینهایت میل می کند. در نتیجه، با نزدیک شدن سرعت به سمت سرعت نور طول اجسام در جهت حرکت کاهش می یابد (طول منقبض می شود).



$$v = 0$$

$$L^* = L$$



$$v = 0.87c$$

$$L^* = 0.5L$$



$$v = 0.995c$$

$$L^* = 0.25L$$



$$v = 0.999c$$

$$L^* = 0.045L$$



$$v \rightarrow c$$

$$L^* \rightarrow 0$$

ایرادات فرضیه انقباض

- ایده فیتزجرالد و لورنتس را "انقباض طول" می نامند. این ایده در زمان خود بسیار بحث برانگیز بود و خلق الساعه به نظر می رسید. هرچند بعدها اینشتین آن را از درون فرمولبندی نسبیت خاص بیرون آورد و توضیح داد.
- لورنتس تلاش کرد انقباض طول را به وسیله نظریه الکترونی خود در مورد ماده توضیح دهد. اما این نظریه بسیار پیچیده بود و "دیگر نتایج آن به صورت تجربی تایید نشد".
- البته، فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد فقط در صورتی جواب می دهد که طول بازوها برابر باشد. ولی یک تداخل سنج با طول بازوهای نابرابر را در نظر بگیرید. در این صورت، با تغییر سرعت تداخل سنج نسبت به اتر (v به v')، انتظار داریم که جابجایی فریزها به میزان

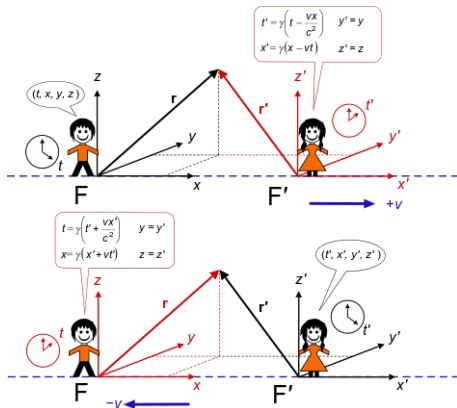
$$\Delta N = \frac{l_1 - l_2}{\lambda} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^2 - \left(\frac{v'}{c} \right)^2 \right)$$

مشاهده شود. تغییر سرعت در اثر چرخش زمین (بزرگترین در هر ۱۲ ساعت) و در اثر حرکت دورانی سالیانه زمین (بزرگترین در هر شش ماه) اتفاق می افتد. بعدها کندی و تورندایک

Search : Kennedy – Thorndike experiment

تداخل سنجی با بازوهای نابرابر را به کار بردند و چنین اثری را (چه در طی روز و چه در طی سال) کشف نکردند.

تبدیلات لورنتس



لورنتس در نهایت توانست با تغییر تبدیلات گالیه به صورت مقابل، توضیح دهد که معادلات الکترومغناطیس ماکسول تحت این تبدیلات ناوردا هستند. این تبدیلات را به افتخار لورنتس تبدیلات لورنتس می نامند. بعدها اینشتین این معادلات را با استفاده از فرض های نسبیت خاص به دست آورد (که ما نیز آن را به دو روش به دست می آوریم).

تاریخچه بسیار جالب این تبدیلات را می توانید در صفحه ویکی پدیای مقابل ببینید:
History of Lorentz transformations

WIKIPEDIA
The free encyclopedia

Search Wikipedia

Donate Create account Log in

History of Lorentz transformations

Article Talk Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

The **history of Lorentz transformations** comprises the development of linear transformations forming the Lorentz group or Poincaré group preserving the Lorentz interval $-x_0^2 + \dots + x_n^2$ and the Minkowski inner product $-x_0y_0 + \dots + x_ny_n$.

In mathematics, transformations equivalent to what was later known as Lorentz transformations in various dimensions were discussed in the 19th century in relation to the theory of quadratic forms, hyperbolic geometry, Möbius geometry, and sphere geometry, which is connected to the fact that the group of motions in hyperbolic space, the Möbius group or nondegenerate special linear group, and the Lorentz group are isomorphic to the Lorentz group.

Contents

- (Top)
- Mathematical prehistory
- Electrodynamics and special relativity
- See also
- References
- External links

Appearance

Text

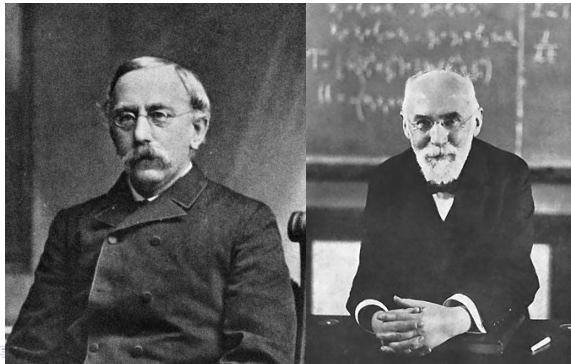
- ☐ Small
- ☒ Standard
- ☐ Large

Width

- ☒ Standard
- ☐ Wide

شباهت اسمی

- گاهی اوقات نام دانشمند هلندی هندریک لورنتس (Hendrik Lorentz) و نام دانشمند دانمارکی لودویگ لورنز (Ludvig Lorenz) به جای هم به کار می رود. ولی لطفاً به تفاوت این دو دانشمند و آثار علمی متمایزشان دقت کنید. بنا به ویکی پدیای انگلیسی زبان، فامیلی هر دو فرد تلفظ مشابهی دارد لورنتس خوانده می شود ولی در فارسی، دومی را بیشتر لورنز می گویند. جالب اینجاست که معادله Lorentz - Lorenz equation نیز به نام این دو فرد نامگذاری شده است.



نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید مفاهیم مربوط به فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد و ایرادات آن را به درستی توضیح دهید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

۱ توضیح دهید که چرا دانشمندان هم عصر اینشتین به دنبال حفظ چارچوب مرجع اتر بودند؟

۲ درباره نقش فیتزجرالد در فرضیه انقباض طول تحقیق کنید.

۳ درباره ایرادات دیگر فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد تحقیق کنید.

۴ آیا فرضیه انقباض لورنتس - فیتزجرالد با مفهوم کلاسیک جسم صلب تناقض دارد؟

۵ درباره اثر موسبائر تحقیق کنید.

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین ها: زمان تحویل ۴ آبان ماه

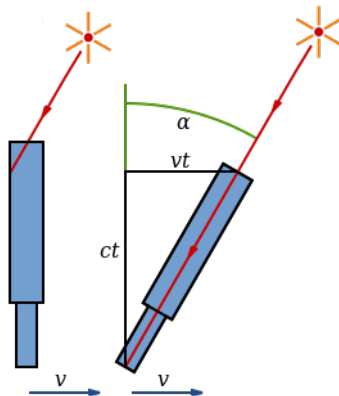
- در آزمایش مایکلسون-مورلی فرض کنید که سرعت تداخل سنج نسبت به اتر تغییر می کند و از v به v' می رسد. رابطه زیر برای یک تداخل سنج با بازوهای نابرابر را اثبات کنید:

$$\Delta N = \frac{l_1 - l_2}{\lambda} \left(\left(\frac{v}{c} \right)^2 - \left(\frac{v'}{c} \right)^2 \right)$$

- یک روش ساده برای آزمودن فرضیه انقباض لورنتس می تواند این باشد که سرعت نور را در یک امتداد اندازه بگیریم؛ سپس سرعت نور را در جهت معکوس نیز اندازه گیری کرده و این دو را با هم مقایسه کنیم. توضیح دهید که چگونه می توان با این روش، اثر باد اتری را (در صورت وجود) آشکارسازی کرد.

مبحث بعدی: فرضیه کشش اتری

برخی از دانشمندان تلاش کردند با طرح فرضیه کشش اتری، چارچوب مرجع را حفظ کنند. در این فرضیه چنین فرض می شد که چارچوب اتر به تمامی اجسامی که جرم متناهی دارند متصل است؛ در نتیجه همراه با این اجسام کشیده می شود. در جلسه بعد درباره موفقیت ها و ایرادات این فرضیه بحث خواهیم کرد.



مراجع

- ➊ Introduction to Special Relativity; Robert Resnick
- ➋ Relativity: Special, General, and Cosmological; Wolfgang Rindler
- ➌ General Relativity: An Introduction for Physicists; M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby
- ➍ Introduction To Special Relativity; Markus Klute
<https://ocw.mit.edu/courses/8-20-introduction-to-special-relativity-january-ia>
- ➎ Leonard Susskind's Special Relativity, Find in YouTube

با سپاس از توجه شما

