

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل دوازدهم: نوسان های الکترومغناطیسی و مدارهای RLC

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۴۰۰ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

h.shenavar@gmail.com

فصل دوازدهم: نوسان های الکترومغناطیسی و مدارهای RLC

- مدار شامل مقاومت و القاگر RL
- مدار شامل خازن و القاگر LC
- مدار شامل مقاومت، القاگر و خازن RLC

یادآوری قوانین ماکسول (در فضای تهی)

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gauss's law

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Gauss's law in magnetism

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Faraday's law

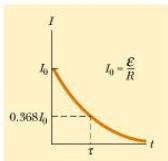
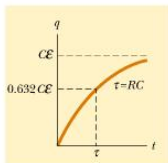
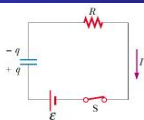
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampère–Maxwell law

شکل از مبانی فیزیک.

دسته معادلات بالا به قوانین الکترومغناطیس ماکسول مشهور هستند. این معادلات (به علاوه نیروی لورنتز و نسبت خاص) اساس توصیف فرایندهای الکترومغناطیسی هستند و طیف بسیار گسترده ای از پدیده های را توصیف می کنند. در واقع معادلات ماکسول در توصیف تمام پدیده های روزمره، علمی و فنی (به جز گرانش) سهم دارند. این معادلات، در ریز مقیاس، فیزیک ذرات تشکیل دهنده ماده را به دقت پیش بینی کرده و در بزرگ مقیاس تابش زمینه کیهانی و توزیع ماده در جهان را به دست می دهند.

مدار RC



تغییرات زمانی بار ذخیره شده روی صفحات خازن و همچنین جریان در مدار را در جلسات قبل پیدا کردیم. چنین مداری را یک مدار RC می نامیم.

با بسته شدن کلید در شکل پایین، می توانیم قانون دوم مدار را به صورت زیر بنویسیم:

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0 \Rightarrow \varepsilon = \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{q - \varepsilon C} = -\frac{1}{RC} dt \Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{q - \varepsilon C} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

که می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$[\ln(q - \varepsilon C)]_0^q = \left[-\frac{t}{RC} \right]_0^t$$

$$q(t) = \varepsilon C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

جریان نیز برابر است با

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

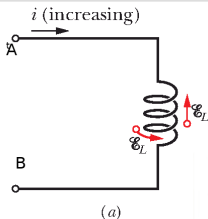
پارامتر $\tau_{RC} = RC$ را زمان مشخصه مدار RC می نامند.

در یک واحد از زمان مشخصه مدار، خازن به اندازه ۶۳٪ $1 - e^{-1} = ۰.۶۳$ پر می شود.

نمودار تغییرات زمانی بار ذخیره شده روی صفحات خازن و همچنین جریان در مدار را در شکل های مقابل می بینید. این تغییرات نمایی است.

شکل ها از مبانی هالیدی.

اختلاف پتانسیل دوسر یک القاگر (سلف)



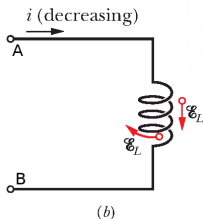
اگر جریان گذرنده از یک القاگر افزایش یابد (یعنی $di/dt > 0$)، جهت نیروی محرکه (و همچنین جریان القایی) به صورتی خواهد بود که با افزایش شار مغناطیسی گذرنده از سیم بیچ مقابله کند. این نتیجه را از قانون لنز به دست می آوریم. شکل بالا را ببینید.

اگر جریان گذرنده از یک القاگر کاهش یابد (یعنی $di/dt < 0$)، جهت نیروی محرکه (و همچنین جریان القایی) به صورتی خواهد بود که با کاهش شار مغناطیسی گذرنده از سیم بیچ مقابله کند. این نتیجه را از قانون لنز به دست می آوریم. شکل پایین را ببینید.

می توان به راحتی دید که در هر دو حالت اختلاف پتانسیل دو سر القاگر برابر است با:

$$V_B - V_A = -L \frac{di}{dt}$$

فراموش نکنیم که دلیل علامت منفی همان قانون لنز است. این معادله را در مدارهای شامل القاگر به کار خواهیم برد.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

نیاز به دانش مقدماتی معادلات دیفرانسیل

برای درک چگونگی حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم، در حد نیاز این درس، به درس هفتم از مجموعه درس های حسابان برای فیزیک مراجعه کنید.

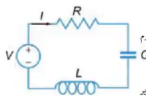
Calculus7.pdf

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم

درس هفتم: مقدمه ای بر معادلات دیفرانسیل در فیزیک

Series RLC circuit



معادله زیر را معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن می نامند:

$$p(\omega)y'' + q(\omega)y' + r(\omega)y = 0$$

اگر سمت راست معادله تابعی از زمان داشته باشیم، آنگاه معادله مورد نظر را معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم ناهمگن می نامند.

$$p(\omega)y'' + q(\omega)y' + r(\omega)y = g(t)$$

ما فعلا فقط بر معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن تمرکز می کنیم.

اصل برهم نهی: اگر توابع y_1 و y_2 جواب های معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن باشند، آنگاه ترکیب زیر نیز جواب معادله مورد نظر خواهد بود:

$$y(t) = c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t)$$

ثوابت c_1 و c_2 ثوابت انتگرال گیری هستند و به وسیله شرایط اولیه تعیین می شوند.

تمرین: این نتیجه را اثبات کنید.

می توان نشان داد که اگر توابع y_1 و y_2 از هم مستقل باشند، آنگاه برهم نهی بالا، کلی ترین جواب معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن را به دست می دهد.

برای تعیین جواب یکتای معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن به دو شرط اولیه نیاز داریم. این دو شرط را می توان به یکی از دو صورت زیر فراهم کرد:

$$y(t_0) = y_0 \quad y'(t_0) = y'_0$$

فعلا حالت بسیار ساده ای را در نظر می گیریم که ضرایب حاضر در معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن ثابت باشند:

$$ay'' + by' + cy = 0$$

Video (1)



حسین شناور

Attendees (1)

حسین شناور

Hosts (1)

حسین شناور

Presenters (0)

Participants (0)

Chat (Everyone)

khaste nabashid بسامده فانی

ممنون از همگی محسن شناور

جسته بدادیه محسن شناور

khaste nabashid تهاذه فانی

هنا گاه دار محسن محسن حسین زاده

mamnon.khaste nabashid بهبهی فامهری

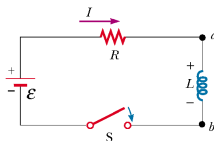
حسین شناور

حسین شناور

فیزیک الکتریسته و مغناطیس

حسین شناور

مدار RL؛ ذخیره انرژی در القاگر



مدار مقابل، شامل باتری، القاگر و مقاومت را در نظر بگیرید. کلید را میبندیم. در نتیجه انرژی از باتری به مدار منتقل می شود. قسمتی از این انرژی در مقاومت تلف می شود (به صورت های دیگر انرژی مانند روشنایی، گرما و ... تبدیل می شود) و باقیمانده انرژی در القاگر، به صورت انرژی مغناطیسی، ذخیره می شود. می خواهیم این توصیف فیزیکی ساده را به صورت دقیق ریاضیاتی تبدیل کنیم.

بنا به بحث جلسه قبل، معادله حاکم بر این مدار به شکل مقابل خواهد بود:

$$\mathcal{E} - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

این معادله دیفرانسیل را می توان به روش جداسازی حل کرد:

$$\frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \frac{dt}{L} \Rightarrow \int_0^I \frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

لطفا دقت کنید که در زمان $t = 0$ جریان در مدار صفر است. سپس، جریان شروع به رشد می کند. با حل انتگرال های بالا داریم:

$$-\frac{\ln(\mathcal{E} - IR)}{R} \Big|_0^I = \frac{t}{L} \Big|_0^t \Rightarrow -\frac{\ln(\mathcal{E} - IR)}{R} - \left(-\frac{\ln(\mathcal{E} - 0 \times R)}{R}\right) = \frac{t}{L} - 0$$

و یا، پس از کمی محاسبه، داریم $(\ln x - \ln y = \ln x/y)$:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

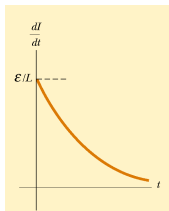
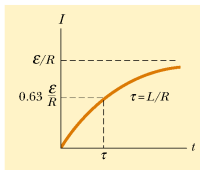
شکل وسط نمودار تغییرات جریان بر حسب زمان در یک مدار RL (در هنگام شارژ) را نشان می دهد. این تغییرات نمایی است و جریان پس از مدتی به مقداری ثابت می رشد.

پارامتر $\tau_{RL} = L/R$ را زمان مشخصه مدار RL می نامند. این زمانی است که جریان به اندازه $1 - e^{-1} = 0.63$ ، یعنی ۶۳٪، مقدار نهایی اش رسیده است.

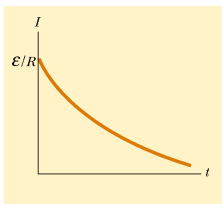
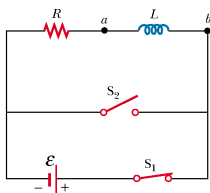
اختلاف پتانسیل دوسر سلف به صورت زیر تغییر می کند (شکل پایین را ببینید):

$$L \frac{dI(t)}{dt} = \mathcal{E} e^{-\frac{Rt}{L}}$$

تمرین: تغییرات اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت چگونه است؟



مدار RL؛ تخلیه انرژی از القاگر



فرض کنید که کلید S_1 را بسته ایم (در حالی که کلید S_2 باز است) و باتری انرژی را در القاگر ذخیره می کند. پس از مدتی القاگر اشباع شده و جریان به مقدار ثابت $\mathcal{E}/R$ می رسد. این همان مورد اسلاید قبل است.

حال کلید S_1 را باز می کنیم و کلید S_2 را میبندیم؛ در نتیجه باتری از مدار خارج می شود و انرژی ذخیره شده در القاگر شروع به تخلیه می کند. می خواهیم تخلیه انرژی از القاگر را به شیوه دقیق ریاضیاتی حل کنیم.

بنا به بحث جلسه قبل، معادله حاکم بر این مدار به شکل مقابل خواهد بود:
این معادله دیفرانسیل را می توان به روش جداسازی حل کرد:

$$\frac{dI}{IR} = -\frac{dt}{L} \Rightarrow \frac{1}{R} \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = - \int_0^t \frac{dt}{L}$$

لطفا دقت کنید که در زمان $t = 0$ جریان در مدار مقدار بیشینه I_0 را داراست. سپس، جریان شروع به کاهش می کند. با حل انتگرال های بالا داریم:

$$\frac{1}{R} \ln(I) \Big|_{I_0}^I = \frac{t}{L} \Rightarrow \frac{1}{R} \ln(I) - \frac{1}{R} \ln(I_0) = \frac{t}{L} - \frac{0}{L}$$

و یا، پس از کمی محاسبه، داریم $(\ln x - \ln y = \ln x/y)$:
شکل پایین نمودار تغییرات جریان بر حسب زمان در یک مدار RL (در هنگام تخلیه) را نشان می دهد. این تغییرات نمایی است و جریان پس از مدتی به صفر می رسد.

زمان مشخصه مدار RL، یعنی $\tau_{RL} = L/R$ ، در این معادله نیز مشهود است.

تمرین: اختلاف پتانسیل دوسر سلف در این حالت را به دست آورید.

تمرین: اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت در این حالت را به دست آورید.

مدار LC ؛ نوسان انرژی بین القاگر و خازن

فرض کنید که خازنی از بار پر شده را در یک مدار در کنار القاگر (بدون هیچگونه انرژی مغناطیسی ذخیره شده اولیه) قرار می دهیم. کلید را میبندیم؛ در نتیجه بار ها از خازن تخلیه و به سمت القاگر سرازیر می شوند. میخواهیم توصیف دقیق ریاضیاتی این مدار را بیابیم.

این مساله را به شیوه انرژی حل می کنیم (به جای استفاده مستقیم از قانون کیرشهوف). انرژی کل ذخیره شده در مدار، در هر لحظه t ، برابر است با:

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2} LI^2 + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

اگر مدار مورد نظر مقاومتی نداشته باشد، طبیعتا اتلاف انرژی رخ نداده و انرژی کل، نسبت به زمان، ثابت خواهد ماند. در نتیجه:

$$\frac{d}{dt} U = \frac{d}{dt} U_B + \frac{d}{dt} U_E = LI \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q(t) = 0 \quad \text{حال با توجه به اینکه } \frac{dI}{dt} = \frac{d^2 Q}{dt^2} \text{ داریم:}$$

این معادله، از لحاظ ریاضیاتی، شبیه معادله نوسانگر هارمونیک (معادله فنر) است که راه حل آن را قبلا در درس فیزیک یک (و همچنین درس هفتم حسابان برای فیزیک) دیده ایم:

$$Q(t) = Q_{max} \cos(\omega t + \phi)$$

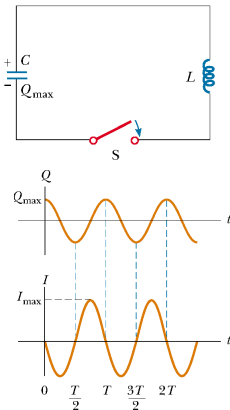
در اینجا $\omega = 1/\sqrt{LC}$ فرکانس زاویه ای مدار، ثابت Q_{max} بار اولیه خازن و ϕ ثابت فاز نام دارد.

ثابت فاز ϕ به کمک شرایط اولیه تعیین می شود: با توجه به اینکه در زمان $t = 0$ داریم $Q(t=0) = Q_{max}$ داریم:

$$Q(t=0) = Q_{max} = Q_{max} \cos(\omega \times 0 + \phi) = Q_{max} \cos \phi \Rightarrow \cos \phi = 1$$

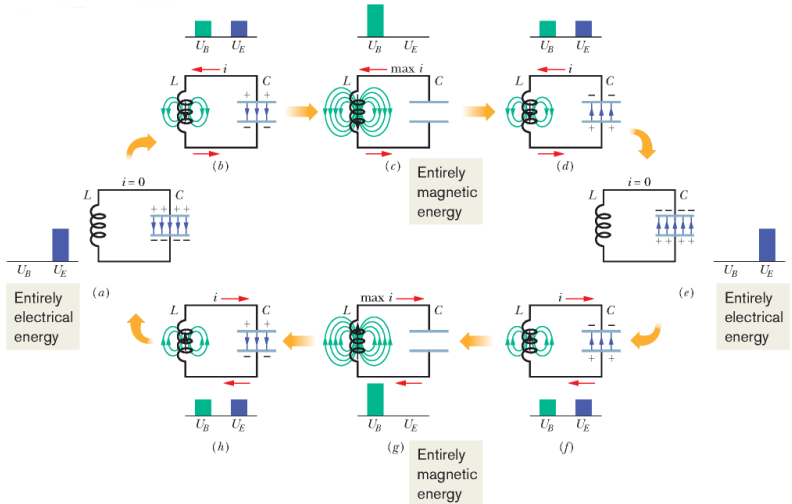
$$\phi = 0 \Rightarrow Q(t) = Q_{max} \cos(\omega t) \Rightarrow I(t) = -I_{max} \sin(\omega t)$$

در اینجا $I_{max} = Q_{max} \omega$ جریان بیشینه مدار است.

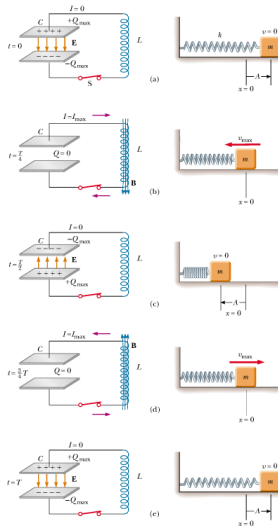


مدار LC ؛ نوسان انرژی بین القاگر و خازن

از شکل زیر، و همچنین نمودار اسلاید قبل، واضح است که انرژی بین جزء خازنی و القایی نوسان می کند؛ ولی، انرژی کل همیشه ثابت می ماند.

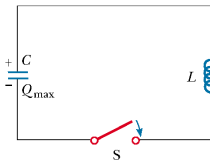


مدار LC رفتاری شبیه به سیستم جرم و فنر دارد.



دو نکته و دو تمرین

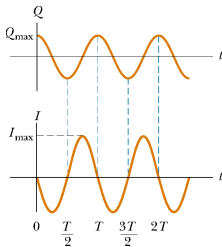
دو نکته:



کمیت $\omega = 1/\sqrt{LC}$ را گاهی اوقات فرکانس طبیعی مدار می نامند. به حضور این فرکانس در روابط مربوط به مدار RLC (بخش بعد) دقت کنید.

به اختلاف پتانسیل 90° درجه ای بین رفتار بار الکتریکی و جریان الکتریکی در مدار LC دقت کنید. در هر زمان که اندازه بار بیشینه است، جریان صفر می باشد و برعکس. نمودار پایین را ببینید. این رفتار در بررسی مدارهای واداشته در فصل بعد اهمیت اساسی پیدا می کند.

دو تمرین:



$$\frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q(t) = 0$$

رابطه اساسی مدار LC یعنی

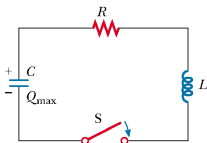
را با استفاده از قانون کیرشهوف به دست آورید.

با جایگذاری نشان دهید که رابطه

$$Q(t) = Q_{max} \cos(\omega t + \phi)$$

جواب معادله مدار LC می باشد (به شرط اینکه $\omega = 1/\sqrt{LC}$).

مدار RLC؛ اتلاف انرژی در مدار



واقعیت این است که مدار LC ایده آل نمی تواند وجود داشته باشد زیرا همیشه کابل های رابط القاگر و خازن کمی اتلاف خواهند داشت. برای بررسی این اثرات اتلاfi، سیستم های شامل خازن، مقاومت و القاگر را در نظر خواهیم گرفت.

انرژی کل ذخیره شده در خازن و القاگر، در هر لحظه t ، برابر است با:

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2} LI^2 + \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

وجود مقاومت در مدار باعث اتلاف انرژی می شود. این اتلاف بنا به بحث های قبل برابر است با $\frac{dU}{dt} = -I^2 R$ ؛ بنابراین:

$$\frac{d}{dt} U = \frac{d}{dt} U_B + \frac{d}{dt} U_E = LI \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} = -I^2 R$$

حال با توجه به اینکه $I = \frac{dQ}{dt}$ و $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 Q}{dt^2}$ داریم:

$$L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C} Q(t) = 0$$

این معادله را معادله حاکم بر مدار RLC می نامند.

تمرین: الف) با جایگذاری نشان دهید که رابطه زیر جواب کلی معادله مدار RLC می باشد:

$$Q(t) = Q_{max} e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(\omega' t + \phi)$$

به شرط اینکه

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

ب) این جواب را به روش گفته شده در درس هفتم "حسابان برای فیزیک" مستقیماً به دست آورید.

مدار RLC ؛ رفتار جواب ها

معادله حاکم بر مدار RLC به صورت زیر می باشد

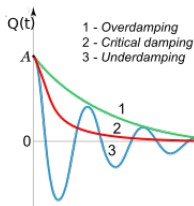
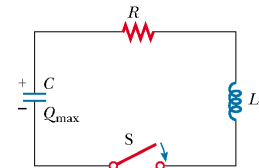
$$L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C} Q(t) = 0$$

و جواب کلی این معادله به صورت زیر است:

$$Q(t) = Q_{max} e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(\omega' t + \phi)$$

به شرط اینکه

$$\omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$



تابع جواب، یعنی $Q(t)$ ، حاصلضرب دو تابع است. نخست، تابع $e^{-\frac{Rt}{2L}}$ تابعی نزولی از جنس نمایی است و نشان دهنده اتلاف در سیستم (در اثر مقاومت) است. دوم، تابع $\cos(\omega' t + \phi)$ که از جنس هارمونیک است و نشان دهنده رد و بدل انرژی بین خازن (انرژی الکتریکی) و القاگر (انرژی مغناطیسی) است. با توجه به این دو تابع، سه حالت مختلف برای رفتار جواب ها رخ می دهد. شکل پایین را ببینید.

۱- حالت فوق میرایی ($\omega'^2 < 0$): وقتی $R > \sqrt{4L/C}$ این حالت رخ می دهد.

۲- حالت میرایی بحرانی ($\omega'^2 = 0$): وقتی $R = \sqrt{4L/C}$ این حالت رخ می دهد. در این حالت هیچ نوسانی رخ نمی دهد.

۳- حالت زیر بحرانی ($\omega'^2 > 0$): وقتی $R < \sqrt{4L/C}$ این حالت رخ می دهد. در این حالت چند نوسان رخ داده و سپس نوسان ها کاملاً از بین می روند.

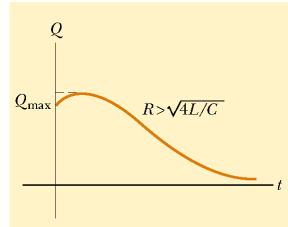
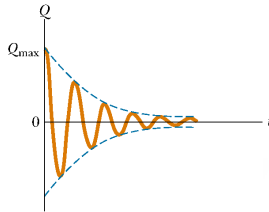
البته حالت نوسان های نامیرا نیز وجود دارد که مربوط به وقتی است که مقاومت صفر است: $R = 0$. این همان حالت ایده آل خازن-القاگر است که در بخش قبل به تفصیل بحث شد.

دو نمونه دیگر از نوسان های RLC

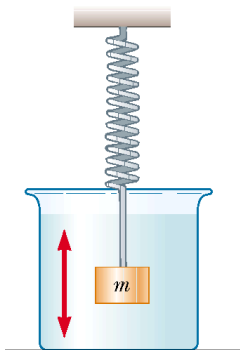
نمونه ای از نوسان های فوق میرا.

دو نمونه از نوسان های زیر میرا. مورد دوم مربوط به وقتی است که اجزاء مدار به شکل زیر هستند:

$$R = 75 \Omega, L = 10 \text{ mH}, C = 0.1 \mu\text{F}$$



شبهات با مکانیک!



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

- فیزیک مدار RLC بسیار شبیه دینامیک یک سیستم جرم-فنر است که در یک مایع (مانند آب) حرکت می کند. سیستم جرم-فنر در حالت عادی انرژی های جنبشی و پتانسیل (کشسانی) را بدون اتلاف به هم تبدیل می کنند؛ هرچند، در حضور سیال، نیروی اصطکاکی به سیستم جرم-فنر وارد شده و انرژی کل سیستم کاهش می یابد (به گرمای محیط تبدیل می شود).
- برای بررسی دقیق تر سیستم جرم-فنر می توانید به فصل هشتم فیزیک یک مراجعه کنید.

شبهات با مکانیک!

TABLE 32.1 Analogies Between Electrical and Mechanical Systems

Electric Circuit		One-Dimensional Mechanical System
Charge	$Q \leftrightarrow x$	Displacement
Current	$I \leftrightarrow v_x$	Velocity
Potential difference	$\Delta V \leftrightarrow F_x$	Force
Resistance	$R \leftrightarrow b$	Viscous damping coefficient
Capacitance	$C \leftrightarrow 1/k$	(k = spring constant)
Inductance	$L \leftrightarrow m$	Mass
Current = time derivative of charge	$I = \frac{dQ}{dt} \leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$	Velocity = time derivative of position
Rate of change of current = second time derivative of charge	$\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2} \leftrightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	Acceleration = second time derivative of position
Energy in inductor	$U_L = \frac{1}{2}LI^2 \leftrightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$	Kinetic energy of moving mass
Energy in capacitor	$U_C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \leftrightarrow U = \frac{1}{2}kx^2$	Potential energy stored in a spring
Rate of energy loss due to resistance	$I^2R \leftrightarrow bv^2$	Rate of energy loss due to friction
RLC circuit	$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \leftrightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$	Damped mass on a spring

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم مدارهای RLC را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

زمان مشخصه مدار خازن-مقاومت چیست؟ معنی فیزیکی این زمان چیست؟

آیا انرژی کل در مدار RC ثابت باقی می ماند؟

مدار RL از چه اجزایی تشکیل شده است؟ معادله حاکم بر این مدار چیست؟ این معادله چطور به دست می آید؟

رفتار جریان الکتریکی در مدار RL در هنگام شارژ چگونه است؟ رفتار جریان در هنگام تخلیه چگونه است؟

آیا انرژی کل در مدار RL ثابت باقی می ماند؟

زمان مشخصه مدار RL چیست؟ معنی فیزیکی این زمان چیست؟

مدار LC از چه اجزایی تشکیل شده است؟ معادله حاکم بر این مدار چیست؟ این معادله چطور به دست می آید؟

تغییرات بار الکتریکی در مدار LC چگونه است؟ تغییرات جریان الکتریکی در مدار LC چگونه است؟

اختلاف فاز بین تغییرات بار الکتریکی و تغییرات جریان الکتریکی در مدار LC چقدر است؟

آیا انرژی کل در مدار LC ثابت باقی می ماند؟

کدام سیستم مکانیکی، از لحاظ رفتار ریاضیاتی، مشابه مدار LC می باشد؟

فرکانس طبیعی مدار LC چیست؟ معنی فیزیکی این فرکانس چیست؟

مدار RLC از چه اجزایی تشکیل شده است؟ معادله حاکم بر این مدار چیست؟ این معادله چطور به دست می آید؟

تغییرات بار الکتریکی در مدار RLC در حالت زیر میرا چگونه است؟ حالت زیر میرا چه زمانی اتفاق می افتد؟ چگونه است؟ تغییرات جریان الکتریکی در این حالت چگونه است؟

تغییرات بار الکتریکی در مدار RLC در حالت فوق میرا چگونه است؟ حالت فوق میرا چه زمانی اتفاق می افتد؟ چگونه است؟ تغییرات جریان الکتریکی در این حالت چگونه است؟

تغییرات بار الکتریکی در مدار RLC در حالت میرایی بحرانی چگونه است؟ حالت میرایی بحرانی چه زمانی اتفاق می افتد؟ چگونه است؟

آیا انرژی کل در مدار RLC ثابت باقی می ماند؟

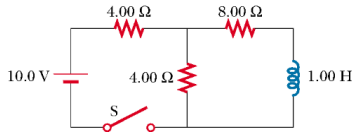
کدام سیستم مکانیکی، از لحاظ رفتار ریاضیاتی، مشابه مدار RLC می باشد؟

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.

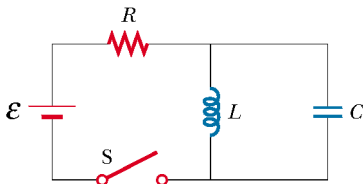
تمرین

کلید در شکل مقابل را وصل می کنیم. جریان گذرنده از القاگر و همچنین کلید را، به عنوان تابعی از زمان، بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

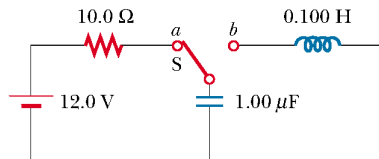
تمرین



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

در شکل مقابل، $R = 20 \Omega$ ، $\mathcal{E} = 30 \text{ V}$ و $C = 20 \mu\text{F}$. فرض کنید که اتصال مدار به مدت طولانی برقرار بوده است. حال کلید را باز می کنیم (یعنی اتصال کلید قطع می شود). در این حالت، ولتاژ دو سر خازن به مقدار بیشینه 10 V می رسد. القاییدگی القاگر L را بر حسب هنری بیابید.

تمرین



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

در شکل مقابل، کلید را برای مدت طولانی به نقطه a وصل کرده ایم. حال کلید را به نقطه b وصل می کنیم.

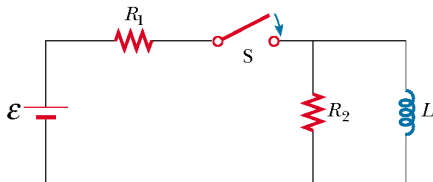
الف) فرکانس نوسان مدار LC چقدر است؟

ب) بیشترین بار روی خازن چقدر است؟

پ) بیشترین جریان در القاگر چقدر است؟

ت) انرژی کل ذخیره شده در مدار LC چقدر است؟

تمرین



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

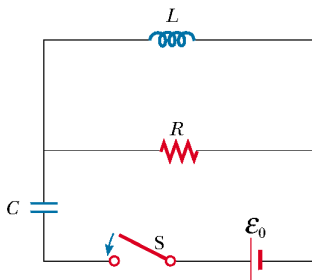
در زمان صفر مدار شکل مقابل را متصل می کنیم (کلید بسته می شود.). با استفاده از قوانین کیرشهوف نشان دهید که جریان گذرنده از القاگر در هر لحظه از زمان برابر است با

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{R'_1}{L} t} \right)$$

که در آن $R'_1 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$.

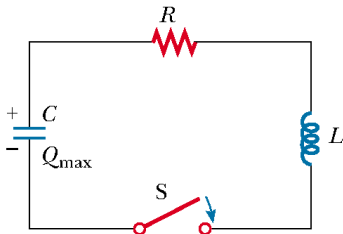
تمرین

کلید در شکل مقابل را در زمان صفر متصل می کنیم. قبل از اتصال کلید، خازن بدون بار است و همه جریان ها صفر هستند. جریان گذرنده از مقاومت، خازن و القاگر و همچنین اختلاف پتانسیل دوسر این اجزاء را الف) لحظه پس از بسته شدن کلید
 ب) مدتها پس از بسته شدن کلید بیابید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین



فرض کنید که mn اعداد آخر شماره دانشجویی شما هستند.
 همچنین فرض کنید که در شکل مقابل داریم:

$$R = 10(m + n + 1) \Omega$$

$$L = (m + n + 5) \text{ mH}$$

$$C = 10(m + n + 2) \mu\text{F}$$

همچنین فرض کنید که خازن در ابتدا شامل بار $Q_{max} = 30 \text{ mC}$ می باشد. هیچ انرژی در دو جزء دیگر وجود ندارد. کلید را میبندیم (یعنی مدار متصل می شود).

الف) معادله مدار را بنویسید.

ب) جواب معادله مدار را به دست آورید.

پ) این جواب کدام یک از سه حالت، زیرمیرا، فوق میرا و یا میرای بحرانی است؟

ت) فرکانس طبیعی سیستم چقدر است؟

جریان متناوب



شکل از اوهانیان.

در فصل بعد، مدارهای جریان متناوب را بررسی خواهیم کرد. برای اینکار، هر سه عنصر مقاومتی، خازنی و القایی را به صورت مدون بررسی کرده و نقش آنها در مدار را خواهیم شناخت. منبع تغذیه در چنین مدارهایی با زمان تغییر می کند.

همچنین، در این بین، به اساس مباحثه ادیسون-تسلا درباره استفاده از جریان های مستقیم-متناوب پرداخته و خواهیم دید که چرا استفاده از جریان های متناوب بسیار به صرفه تر از جریان های مستقیم است.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.



با سپاس از توجه شما