

# فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

## فصل سیزدهم: مدارهای جریان متناوب

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۴۰۰ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

[h.shenavar@gmail.com](mailto:h.shenavar@gmail.com)

- فصل سیزدهم: مدارهای جریان متناوب
- توان در مدارهای جریان متناوب
- میدل

## توان در مدارهای جریان متناوب

مبدل

مروری بر رفتار مدار  $RLC$  در حضور ولتاژ متناوب

بحث اصلی جلسه قبل: حل مساله مدار  $RLC$  در حضور نیروی محرکه متناوب  $\mathcal{E}(t)$ ؛ یعنی با دانستن  $\mathcal{E}(t)$  و ویژگی های مدار  $RLC$ ، مقادیر کمیت های  $i_m$  و  $\phi$  را بیابیم.

در مثلث قائم الزاویه پایین، سمت راست، داریم:

$$\mathcal{E}_m^\gamma = V_R^\gamma + (V_L - V_C)^\gamma$$

حال از آنجا که جریان و ولتاژ در هرکدام از اجزاء را می دانیم (بنا به اسلایدهای قبلی) داریم:

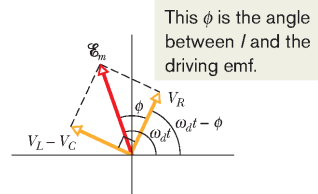
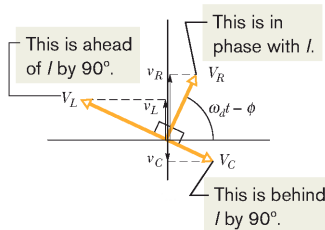
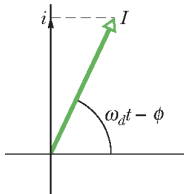
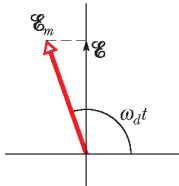
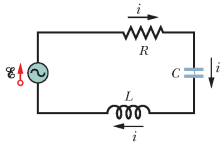
$$\mathcal{E}_m^\gamma = (i_m R)^\gamma + ((i_m X_L - i_m X_C)^\gamma)$$

و یا

$$i_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^\gamma + (X_L - X_C)^\gamma}}$$

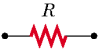
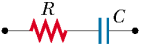
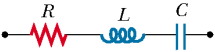
به همین صورت می توان ثابت فاز  $\phi$  را یافت:  $\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR}$

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{L\omega_d - \frac{1}{C\omega_d}}{R}$$



## جمع بندی روابط اصلی جلسه قبل

**TABLE 33.1** Impedance Values and Phase Angles for Various Circuit-Element Combinations<sup>a</sup>

| Circuit Elements                                                                  | Impedance $Z$                | Phase Angle $\phi$                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|----------------------------------------------------|
|  | $R$                          | $0^\circ$                                          |
|  | $X_C$                        | $-90^\circ$                                        |
|  | $X_L$                        | $+90^\circ$                                        |
|  | $\sqrt{R^2 + X_C^2}$         | Negative, between $-90^\circ$ and $0^\circ$        |
|  | $\sqrt{R^2 + X_L^2}$         | Positive, between $0^\circ$ and $90^\circ$         |
|  | $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ | Negative if $X_C > X_L$<br>Positive if $X_C < X_L$ |

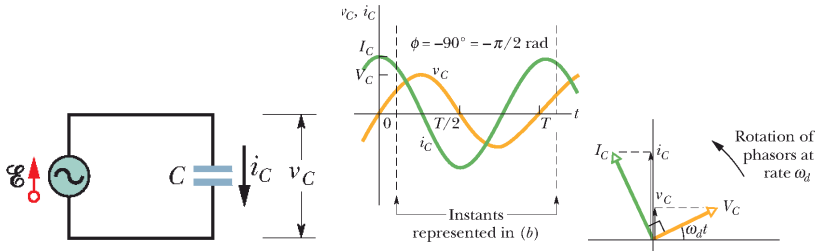
<sup>a</sup> In each case, an ac voltage (not shown) is applied across the elements.

## هیچ توانی در عنصر خازنی مدار متناوب مصرف نمی شود

یک خازن که در مداری با نیروی محرکه متناوب متصل است (شکل پایین) را در نظر بگیرید. وقتی جریان در یک جهت شروع به افزایش می کند، بار الکتریکی بر روی صفحات خازن ذخیره می شود و در نتیجه اختلاف پتانسیلی بین صفحات خازن بوجود می آید. در حالی که اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن بیشینه می شود انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن برابر است با  $\frac{1}{2} C (\Delta V_{max})^2$ . هرچند باید توجه کرد که این انرژی ذخیره شده به سرعت تخلیه می شود زیرا جریان در مدار متناوب تغییر جهت می دهد. در واقع، هر خازن در هر دوره مدار دوبار پر و خالی می شود؛ به عبارت دیگر، بار در دو ربع دوره روی خازن ذخیره شده و در دو ربع دوره دیگر به منبع تغذیه برمی گردد.

بنابراین، توان "میانگین" فراهم شده توسط منبع تغذیه برای خازن برابر صفر است؛ به عبارت دیگر، هیچ اتلاف توانی در خازن متصل به مدار متناوب رخ نمی دهد.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.



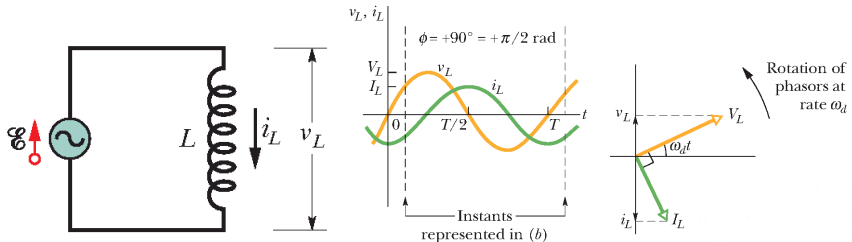
## هیچ توانی در عنصر القایی مدار متناوب مصرف نمی شود

به همین طریق، یک القاگر که در مداری با نیروی محرکه متناوب متصل است (شکل پایین) را در نظر بگیرید. وقتی جریان در یک جهت شروع به افزایش می کند، انرژی مغناطیسی در القاگر ذخیره می شود. در حالتی که جریان در مدار بیشینه است، انرژی مغناطیسی ذخیره شده در القاگر برابر است با  $\frac{1}{2} L I_{max}^2$ . هرچند باید توجه کرد که انرژی مغناطیسی ذخیره شده یاد شده به سرعت تخلیه می شود زیرا جریان در مدار متناوب تغییر جهت می دهد.

بنابراین، توان "میانگین" فراهم شده توسط منبع تغذیه برای القاگر برابر صفر است؛ به عبارت دیگر، هیچ اتلاف توانی در القاگر متصل به مدار متناوب رخ نمی دهد.

البته ما انتظار چنین رفتاری را از خازن و القاگر داریم زیرا این قطعات فقط انرژی را ذخیره می کنند (در حالت ایده آل) و در وقت مقتضی انرژی ذخیره شده را به مدار برمی گردانند. هرچند، مقاومت ها فقط انرژی را مصرف کرده و بنابراین توان را تلف می کنند. اسلایدهای بعد را ببینید.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

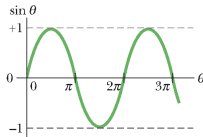


## عنصر مقاومتی توان را تلف می کند

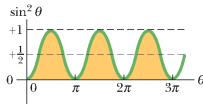


حال مقاومتی را در مداری با نیروی محرکه متناوب (شکل پایین) در نظر بگیرید. توان مصرف شده لحظه ای در این مقاومت برابر است با  

$$\mathcal{P} = i^2 R = I_{max}^2 R \sin^2 \omega_d t$$
 در اینجا  $\omega_d$  فرکانس زاویه ای منبع تغذیه متناوب است. نکته اینجاست که هرچند میانگین تابع  $\sin \theta$  بر روی یک دوره اش برابر صفر است، میانگین تابع  $\sin^2 \theta$  صفر نیست، بلکه برابر ۱/۲ است. شکل مقابل و اسلاید بعد (برای تعریف ریاضیاتی میانگین) را ببینید.



(a)



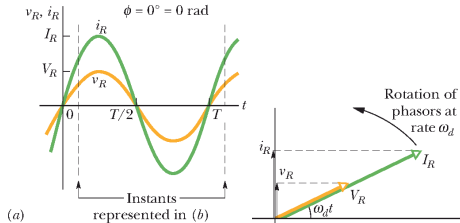
(b)

بنابراین، توان "میانگین" مصرف شده توسط مقاومت برابر است با

$$P_{avg} = \frac{I_{max}^2 R}{2} = \left( \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \right)^2 R = I_{rms}^2 R$$

کمیت  $I_{rms} = I_{max} / \sqrt{2}$  را جذر میانگین مربعی (root mean square) جریان می نامند.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.



(a)

(b)

## تعریف میانگین یک تابع و قضیه مقدار میانگین

تعریف: میانگین یک تابع  $f(x)$ ، که به صورت  $\bar{f}$  و یا  $f_{avg}$  نشان داده می شود، بر روی یک بازه  $[a, b]$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$\bar{f} = f_{avg} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

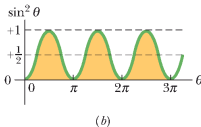
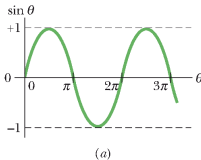
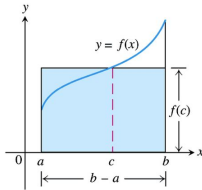
قضیه مقدار میانگین: اگر تابع  $f$  بر روی بازه  $[a, b]$  پیوسته باشد آنگاه در یک نقطه  $c \in [a, b]$  داریم:

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$

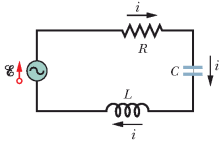
دقت کنید که  $(b-a)f(c)$  همان مساحت قسمت آبی رنگ است.

تمرین: اثبات کنید:  $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin x dx = 0$

$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \frac{1}{2}$



## توان در مدارهای جریان متناوب



جذر میانگین مربعی جریان در مدار  $RLC$ :

$$I_{rms} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{Z} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

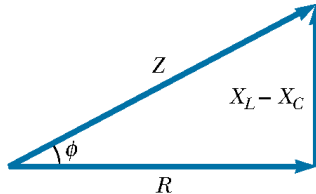
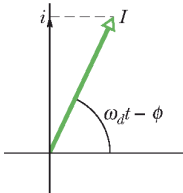
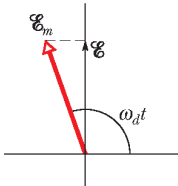
توان مصرف شده در مدار  $RLC$  را می توان به صورت زیر نوشت:

$$P_{avg} = I_{rms}^2 R = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{Z} I_{rms} R = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \frac{R}{Z}$$

و یا از آنجا که  $\cos \phi = R/Z$  داریم:

$$P_{avg} = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

ضریب  $\cos \phi = R/Z$  را فاکتور توان می نامند.



## نبرد جریان ها: مزیت اصلی جریان های متناوب در مقابل جریان های مستقیم

بسیاری از ابزارهای دیجیتال از جریان مستقیم استفاده می کنند؛ هرچند، نیروگاه های تولید برق معمولاً جریان های متناوب را به ما می رسانند. سوال: چرا نیروگاه ها ترجیح می دهند انرژی الکتریکی را با استفاده از جریان های متناوب منتقل کنند؟

پاسخ: یک مزیت بسیار مهم جریان متناوب این است که ولتاژ چنین جریان هایی را می توان به راحتی با استفاده از مبدل ها (که موضوع این بخش هستند) تغییر داد. در نتیجه می توان توان تولیدی نیروگاه ها را با ولتاژ بسیار بالا به محل مصرف منتقل کرده و سپس در مکان مصرف ولتاژ را کاهش داد.

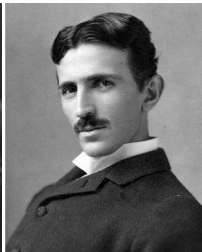
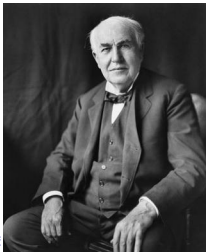
اینکار اتلاف انرژی را به شدت کاهش می دهد. چرا؟

پاسخ: توان تلف شده به صورت  $P_{lost} = I_{rms}^2 R$  به جریان ربط دارد. بنابراین، هرچقدر جریان زیاده تر باشد، توان تلف شده بین محل تولید و مصرف بیشتر خواهد شد. از طرفی توان منتقل شده به محل مصرف برابر است با  $P_{transmitted} = IV$ . نتیجه اینکه بهتر است انرژی الکتریکی را با ولتاژ بسیار بالا و جریان کم منتقل کرده و سپس در محل مصرف ولتاژ را به مقدار ایمن، و مورد نیاز، کاهش داد.

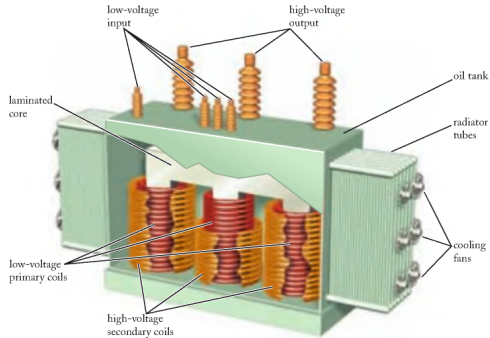
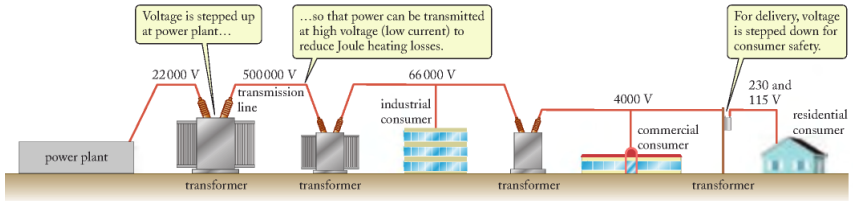
در آمریکای شمالی خطوط انتقال  $350 \text{ kV}$  مرسوم هستند و حتی خطوط انتقال  $765 \text{ kV}$  هم ساخته شده اند. در ایران چطور؟ تغییر ولتاژ در جریان های متناوب راحت تر است (مبدل). دلیل اصلی استفاده از جریان های متناوب نیز همین است.

به نظر می رسد نبرد جریان ها هنوز کاملاً به اتمام نرسیده است. کلیدواژه زیر را جستجو کنید:

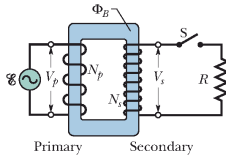
*HVDC : high voltage direct current*



## ساختار اساسی مبدل ها و نقش آنها در صنعت برق



## روش کار مبدل ایده آل



$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p}$$

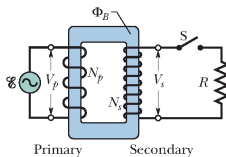
استدلال مطرح شده در بالا ما را از لحاظ اقتصادی ملزم می کند که برای انتقال انرژی از ولتاژ بالا و جریان کم استفاده کنیم. از طرفی، در محل مصرف نیاز به ولتاژ پایین و جریان بالاتر داریم. مبدل دستگاهی است که ولتاژ جریان متناوب را در محل تولید بالا برده و در محل مصرف پایین می آورد در حالی که حاصلضرب این دو، یعنی  $VI$ ، تقریباً ثابت باقی می ماند. این دستگاه بر اساس قانون القای فارادی کار می کند. همانطور که در ادامه متوجه خواهیم شد، چنین کاری را نمی توان به راحتی در مدارهای با جریان مستقیم انجام داد.

مبدل ایده آل را در شکل مقابل می بینید که شامل دو سیم پیچ با تعداد دورهای متفاوت است که حول یک هسته آهنی پیچیده شده اند. سیم پیچ ها نسبت به هسته عایق بندی شده اند. سیم پیچ اولیه (primary) دارای  $N_p$  دور می باشد و به مولد متناوبی با نیروی محرکه الکتریکی  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$  متصل می باشد. سیم پیچ ثانویه (secondary) دارای  $N_s$  دور سیم است و متصل به مقاومت  $R$  می باشد؛ هرچند، اگر کلید  $S$  باز باشد، جریانی برقرار نخواهد شد. برای این مبدل ایده آل فرض می کنیم که مقاومت سیم پیچ های اولیه و ثانویه صفر است (در واقع میزان اتلاف در مبدل های مدرن می تواند تا ۱٪ کاهش پیدا کند.)

با توجه به این شروط، سیم پیچ اولیه عملاً یک القاگر است و بنابراین مدار سمت چپ هم یک القاگر متصل به منبع تغذیه متناوب است که قبلاً آن را بررسی کرده ایم. جریان بسیار کوچک این سیم پیچ، بنا به بحث های سابق، ۹۰ درجه نسبت به ولتاژ اختلاف فاز دارد (این جریان را جریان مغناطیسی  $I_{mag}$  هم می نامند)؛ در نتیجه توان کل منتقل شده از مولد به مبدل (در این حالت ایده آل) صفر است. دقت کنید که در مدار اولیه داریم:  $\cos \phi = 0$ .

اگرچه، جریان سینوسی بسیار کوچک  $I_{mag}$  باعث بوجود آمدن یک شار مغناطیسی متغیر (سینوسی) در هسته آهنی می شود. این شار مغناطیسی را با  $\Phi_B$  نشان می دهیم. با توجه به متغیر بوده این شار، و بنا به قانون القای فارادی، نیروی محرکه ای در هر دور سیم از سیم پیچ ثانویه القا می شود. این نیروی محرکه القا شده برابر است با  $\mathcal{E} = d\Phi_B/dt$ . در واقع این نیروی محرکه در هر دو سمت مبدل وجود دارد و رابطه آن با ولتاژ دو سو به صورت  $V_p = \mathcal{E}N_p$  و  $V_s = \mathcal{E}N_s$  می باشد. از اینجا می توان به رابطه اساسی مقابل برای مبدل رسید:

## ویژگی های مبدل ایده آل



$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p}$$

رابطه

به ما می آموزد که اگر  $N_s > N_p$  آنگاه مبدل ولتاژ را افزایش می دهد ( مثلا در نیروگاه ها ) ولی در هنگامی که  $N_s < N_p$  مبدل ولتاژ را کاهش می دهد ( مانند مبدل موجود در شبکه شهری برق ).

اگر کلید  $S$  باز باشد هیچ گونه انرژی از مولد به مدار منتقل نخواهد شد. ولی وقتی که این کلید متصل می شود، آنگاه سیم پیچ ثانویه به مقاومت  $R$  وصل شده و انرژی از مولد به بقیه مدار منتقل می شود.

اگر مبدل ایده آل باشد، آنگاه اتلاف انرژی در آن وجود ندارد. بنابراین می توان نوشت:

$$I_p V_p = I_s V_s$$

از اینجا می توان رابطه بین جریان الکتریکی در دو طرف مبدل را پیدا کرد:

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s}$$

به تفاوت این رابطه و رابطه ولتاژها دقت کنید. این رابطه به ما می آموزد که اگر  $N_s > N_p$  آنگاه مبدل جریان را کاهش می دهد ( مثلا در نیروگاه ها ) ولی در هنگامی که  $N_s < N_p$  مبدل جریان را افزایش می دهد ( مانند مبدل موجود در شبکه شهری برق ).

# نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم مباحث توان و مبدل ها را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

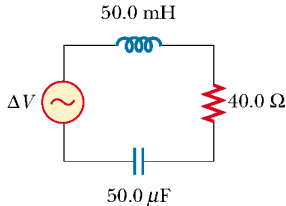
- ۱ چرا هیچ توانی در عناصر خازنی و القایی مدار متناوب تلف نمی شود؟
- ۲ توان تلف شده در عنصر مقاومتی مدار متناوب چقدر است؟
- ۳ رابطه بین جذر میانگین مربعی جریان و بیشینه جریان در یک مدار متناوب چیست؟
- ۴ تعریف میانگین یک تابع بر روی یک بازه مشخص را بنویسید. قضیه مقدار میانگین را بیان کنید.
- ۵ میانگین توابع  $\sin \theta$  و  $\sin^2 \theta$  بر روی یک دوره آنها چقدر است؟
- ۶ توان متوسط در یک مدار  $RLC$  چگونه محاسبه می شود؟ فاکتور توان چیست؟
- ۷ موضوع اصلی در نبرد جریان ها چیست؟
- ۸ از لحاظ اقتصادی کدام نوع جریان برای انتقال به فواصل دوردست به صرفه تر است؟ به صورت دقیق توضیح دهید چرا.
- ۹ نقش مبدل ها در انتقال انرژی بین نیروگاه تا محل مصرف را توضیح دهید.
- ۱۰ ساختار ساده یک مبدل ایده آل را توضیح دهید.
- ۱۱ رابطه بین ولتاژهای اولیه و ثانویه در یک مبدل را بنویسید.
- ۱۲ رابطه بین جریان های اولیه و ثانویه در یک مبدل را بنویسید.

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.



## تمرین



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

منبع ولتاژ در شکل مقابل ولتاژی برابر

$$\Delta V_{rms} = 100 \text{ V}$$

و فرکانس زاویه ای برابر

$$\omega = 1000 \text{ rad/s}$$

را دارا می باشد. جریان در مدار و اختلاف فاز بین جریان و ولتاژ را تعیین کنید. این قسمت از سوال را در جلسه قبل مطرح کردیم. حال:

الف: توان میانگین تولید شده منبع را محاسبه کنید.

ب: نشان دهید که توان مصرف شده در مقاومت برابر توان تولید شده در منبع است. چطور چنین چیزی ممکن است؟

## نور یک موج الکترومغناطیسی است.



نظریه الکترومغناطیس ماکسول به ما آموخته است که نور یک موج الکترومغناطیسی است. به علاوه، طیف الکترومغناطیسی بسیار وسیع تر از طیف مرئی است و ما در حال حاضر پدیده های رادیویی، فروسرخ، ماوراء بنفش، پرتوهای ایکس و گاما را نیز می توانیم آشکارسازی کنیم. بدون فرمالیزم ریاضیاتی ماکسول چنین پیشرفت عظیمی غیر قابل تصور و ناممکن بود. گفتنی است که تمام مباحث مخابرات و اپتیک را می توان به عنوان کاربردی از امواج الکترومغناطیسی بررسی کرد و بر اساس معادلات ماکسول توضیح داد.

در جلسه بعد این موضوع را به اختصار مطالعه خواهیم کرد.

شکل ها از او هانیان.

## مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سیاست از توجه شما

