

مفاهیم بنیادی مکانیک کوانتومی

رابطه عدم قطعیت در مکانیک کوانتومی

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
h.shenavar@gmail.com
- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

- ۱ رابطه عدم قطعیت در مکانیک کوانتومی
- اثبات رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ
- مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

آنچه گذشت: مشاهده پذیرهای ناسازگار در مکانیک کوانتومی

- توجه: مشاهده پذیرهای ناسازگار نمی توانند ویژه کت های مشترکی تشکیل دهند که به صورت کامل فضا را بسط دهند.

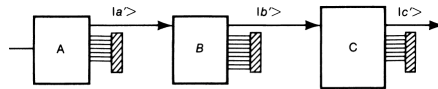
• در آزمایش بالا در شکل پایین، احتمال کل یافتن کت $|c'\rangle$ در کت $|a'\rangle$ برابر است با

$$\sum_{b'} |\langle b' | a' \rangle|^2 |\langle c' | b' \rangle|^2 = \sum_{b'} \langle c' | b' \rangle \langle b' | a' \rangle \langle a' | b' \rangle \langle b' | c' \rangle$$

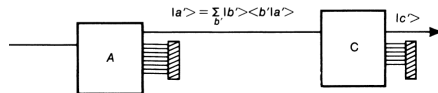
ولی در شکل پایین این احتمال برابر است با

$$|\langle c' | a' \rangle|^2 = \left| \sum_{b'} \langle c' | b' \rangle \langle b' | a' \rangle \right|^2 = \sum_{b'} \sum_{b''} \langle c' | b' \rangle \langle b' | a' \rangle \langle a' | b'' \rangle \langle b'' | c' \rangle$$

- با فرض عدم وجود تبهگنی، نتیجه این دو آزمایش فقط وقتی با هم برابر است که یک از دو شرط مقابل برقرار باشد:
- $$[A, B] = 0 \quad \text{or} \quad [B, C] = 0$$

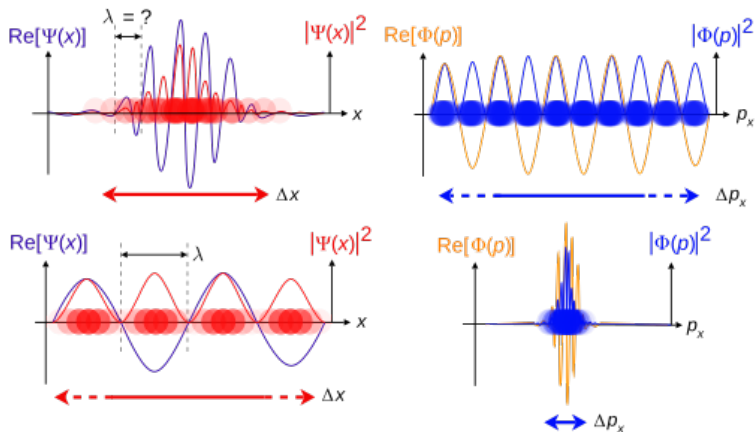


(a)



اهداف این جلسه

- در این جلسه رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ را اثبات می کنیم. سپس درباره مفهوم این رابطه و کاربرد آن بحث خواهیم کرد.



مفهوم پراکندگی در اندازه گیری

- تعریف: برای مشاهده پذیر A با مقدار چشمداشتی $\langle A \rangle$ می توان عملگر $\Delta A \equiv A - \langle A \rangle$ را تعریف کرد. توجه کنید که مقدار چشمداشتی $\langle A \rangle$ در حالت خاص مورد نظر آزمایش، مثلاً $\langle \psi | A | \psi \rangle$ ، اندازه گیری می شود. همچنین مقدار چشمداشتی عملگر $(\Delta A)^2$ که با نام پراکندگی (dispersion) شناخته می شود را در نظر بگیرید. این عملگر البته معادل است با

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle = \langle (A^2 - 2A\langle A \rangle + \langle A \rangle^2) \rangle = \langle A^2 \rangle - 2\langle A \rangle \langle A \rangle + \langle A \rangle^2$$
 و یا $\langle (\Delta A)^2 \rangle = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$ که یک تعریف معادل برای پراکندگی است. گاهی این عملگر را واریانس یا میانگین توان دوم انحراف ها نیز می گویند.
- توجه: پراکندگی میزان عدم قطعیت در تعیین عملگر A را به ما می دهد.
- توجه: اگر حالت مورد مطالعه یک ویژه حالت عملگر A باشد، آنگاه پراکندگی صفر به دست خواهد آمد. به عبارت دیگر عدم قطعیتی در تعیین عملگر A نخواهیم داشت؛ یعنی مقدار آن معلوم است.
- تمرین: اگر سیستم در حالت $|+\rangle$ باشد،

$$\langle (\Delta S_z)^2 \rangle = \langle S_z^2 \rangle - \langle S_z \rangle^2 = 0$$
 الف) نشان دهید

$$\langle (\Delta S_x)^2 \rangle = \langle S_x^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2 = \hbar^2/4$$
 ب) نشان دهید
 پ) این نتایج را با توجه به اصل اندازه گیری توضیح دهید.

پاسخ

- تمرین: اگر سیستم در حالت $|+\rangle$ باشد،

(الف) نشان دهید $\langle (\Delta S_z)^2 \rangle = \langle S_z^2 \rangle - \langle S_z \rangle^2 = 0$

(ب) نشان دهید $\langle (\Delta S_x)^2 \rangle = \langle S_x^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2 = \hbar^2/4$

(پ) این نتایج را با توجه به اصل اندازه گیری توضیح دهید.

- پاسخ:

$$\langle S_z \rangle = \langle + | S_z | + \rangle = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}$$

$$\langle S_z^2 \rangle = \langle + | S_z \hat{S}_z | + \rangle = \frac{\hbar^2}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar^2}{4}$$

بنابراین $\langle (\Delta S_z)^2 \rangle = \langle S_z^2 \rangle - \langle S_z \rangle^2 = 0$ و

$$\langle S_x \rangle = \langle + | S_x | + \rangle = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\langle S_x^2 \rangle = \langle + | S_x \hat{S}_x | + \rangle = \frac{\hbar^2}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar^2}{4}$$

در نتیجه $\langle (\Delta S_x)^2 \rangle = \langle S_x^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2 = \frac{\hbar^2}{4}$

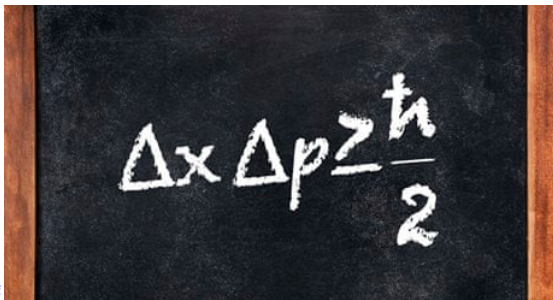
رابطه عدم قطعیت و چند لم

- قضیه: فرض کنید دو مشاهده پذیر مانند A و B داریم. آنگاه برای هر حالت ممکن سیستم کوانتومی خواهیم داشت:

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} |\langle [A, B] \rangle|^2$$

این رابطه را رابطه عدم قطعیت (گاهی اصل عدم قطعیت) می نامند که ارتباط بین پراکندگی در اندازه گیری دو مشاهده پذیر را به دست می دهد. رابطه عدم قطعیت موقعیت تکانه یک حالت خاص از این رابطه است.

- برای اثبات این رابطه نیاز به اثبات چند لم داریم.



نامساوی کوشی-شوارتز

- لم ۱: نامساوی کوشی-شوارتز

$$\langle \alpha | \alpha \rangle \langle \beta | \beta \rangle \geq |\langle \alpha | \beta \rangle|^2$$

اثبات: یک حالت دلخواه مانند $|\psi\rangle = |\alpha\rangle + \lambda|\beta\rangle$ را در نظر بگیرید. در اینجا λ یک عدد مختلط است. با توجه به مثبت بودن اندازه این حالت می توان نوشت:

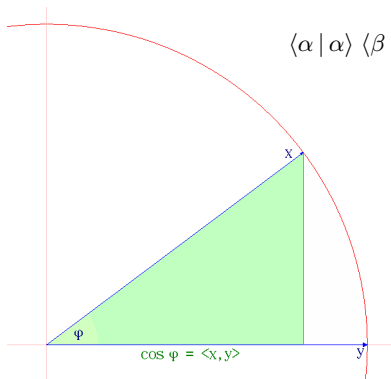
$$\langle \psi | \psi \rangle \geq 0 \Rightarrow (\langle \alpha | + \lambda^* \langle \beta |)(|\alpha\rangle + \lambda|\beta\rangle) \geq 0$$

این تساوی برای هر مقدار لامبدا و از جمله $\lambda = -\langle \beta | \alpha \rangle / \langle \beta | \beta \rangle$ نیز باید برقرار باشد. از اینجا می توان نوشت:

$$\langle \alpha | \alpha \rangle \langle \beta | \beta \rangle - |\langle \alpha | \beta \rangle|^2 \geq 0$$

که همان نتیجه خواسته شده است.

- توجه: نامساوی کوشی شوارتز در حساب برداری به صورت $|\vec{x}|^2 |\vec{y}|^2 \geq |\vec{x} \cdot \vec{y}|^2$ نوشته می شود. مفهوم این نامساوی را در دایره یکه مقابل توضیح دهید.



دو لم دیگر

- لم ۲: اگر یک عملگر هرمیتی باشد، یعنی $A = A^\dagger$ ، مقدار چشمداشتی آن عملگر حقیقی است.

اثبات: برای هر عملگر دلخواه می توان نوشت (توجه $\langle \psi | \phi \rangle^* = \langle \phi | \psi \rangle$):

$$\langle \psi | X | \psi \rangle = \langle \psi | X^\dagger | \psi \rangle^*$$

ولی اگر عملگر هرمیتی هم باشد، آنگاه داریم:

$$\langle \psi | A | \psi \rangle = \langle \psi | A^\dagger | \psi \rangle^* = \langle \psi | A | \psi \rangle^*$$

چنین عددی حتما حقیقی خواهد بود زیرا با مزدوج خودش برابر است. توضیح: اگر یک عدد مختلط مانند $c = a + ib$ با مزدوج خودش برابر باشد، آنگاه

$$c^* = c \Rightarrow a - ib = a + ib \Rightarrow b = 0$$

- لم ۳: مقدار چشمداشتی یک عملگر پادهرمیتی $C = -C^\dagger$ موهومی محض است.

اثبات مشابه است: $\langle \psi | C | \psi \rangle = \langle \psi | C^\dagger | \psi \rangle^* = -\langle \psi | C | \psi \rangle^*$

چنین عددی حتما موهومی محض است زیرا با منفی مزدوج خودش برابر است. توجه: اگر یک عدد مختلط مانند $c = a + ib$ با منفی مزدوج خودش برابر باشد، آنگاه

$$c^* = -c \Rightarrow a - ib = -(a + ib) \Rightarrow a = 0$$

- حالا از این سه لم استفاده کرده و رابطه عدم قطعیت را اثبات می کنیم.

اثبات رابطه عدم قطعیت

یک حالت کاملاً دلخواه که آن را با $|\alpha\rangle$ نشان می دهیم را فرض کنید. همچنین فرض کنید:

$$|\alpha\rangle = \Delta A |\alpha\rangle \quad |\beta\rangle = \Delta B |\beta\rangle$$

در اینصورت با استفاده از نامساوی کوشی-شوارتز می توان نوشت:

$$\langle \alpha | \alpha \rangle \langle \beta | \beta \rangle \geq |\langle \alpha | \beta \rangle|^2 \Rightarrow \langle (\Delta A)^\dagger \Delta A \rangle \langle (\Delta B)^\dagger \Delta B \rangle \geq |\langle \Delta A \Delta B \rangle|^2$$

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq |\langle \Delta A \Delta B \rangle|^2 \quad \text{و یا}$$

حالا باید سمت راست رابطه بالا را ساده سازی کنیم. برای اینکار توجه می کنیم که

$$\Delta A \Delta B = \frac{1}{2} [\Delta A, \Delta B] + \frac{1}{2} \{ \Delta A, \Delta B \}$$

تمرین: درستی رابطه بالا را نشان دهید.

$$[\Delta A, \Delta B] = [A, B] \quad \text{تمرین: نشان دهید:}$$

تمرین: نشان دهید که $[A, B]$ پادهرمیتی و $\{ \Delta A, \Delta B \}$ هرمیتی است.

اثبات اولی:

$$[A, B]^\dagger = (AB - BA)^\dagger = (AB)^\dagger - (BA)^\dagger$$

$$[A, B]^\dagger = B^\dagger A^\dagger - A^\dagger B^\dagger = BA - AB = -[A, B]$$

پس $[A, B]$ پادهرمیتی است.

اثبات رابطه عدم قطعیت

پس در عبارت

$$\langle \Delta A \Delta B \rangle = \frac{1}{2} \langle [A, B] \rangle + \frac{1}{2} \langle \{ \Delta A, \Delta B \} \rangle$$

جمله اول در سمت راست موهومی محض (لم سوم) و جمله دوم در سمت راست حقیقی (لم دوم) است. بنابراین، می توان نوشت:

$$|\langle \Delta A \Delta B \rangle|^2 = \frac{1}{4} |[A, B]|^2 + \frac{1}{4} |\langle \{ \Delta A, \Delta B \} \rangle|^2$$

در اینجا از تعریف قدرمطلق اعداد مختلط $c = a + ib \Rightarrow |c|^2 = cc^* = a^2 + b^2$ استفاده کرده ایم. حال می توان نوشت:

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq |\langle \Delta A \Delta B \rangle|^2 = \frac{1}{4} |[A, B]|^2 + \frac{1}{4} |\langle \{ \Delta A, \Delta B \} \rangle|^2$$

با نادیده گرفتن جمله آخر در سمت راست، نامساوی قوی تر می شود و در نتیجه رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ به دست می آید:

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} |[A, B]|^2$$

درباره مفهوم و کاربرد این نامساوی در بخش بعد بحث خواهیم کرد.

مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

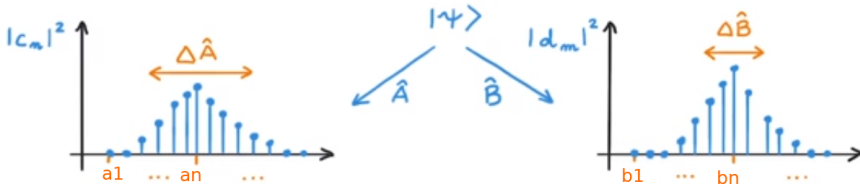
- برای درک مفهوم رابطه عدم قطعیت، یک سیستم کوانتومی را در نظر بگیرید که در حالت $|\psi\rangle$ قرار دارد. کت $|\psi\rangle$ "تمام اطلاعات ممکن" درباره سیستم را در اختیار ما قرار می دهد.
- ولی وقتی ما می خواهیم اطلاعات موجود در کت $|\psi\rangle$ را استخراج کنیم، باید این کت را در ویژه پایه های یک عملگر مانند A بنویسیم.

$$|\psi\rangle = \sum_m c_m |a_m\rangle \quad c_m = \langle a_m | \psi \rangle$$

پیشتر آموخته ایم که $|c_m|^2 = c_m c_m^*$ دامنه احتمال یافتن ویژه مقدار a_m در حالت $|\psi\rangle$ را به ما می دهد. شکل زیر را ببینید.

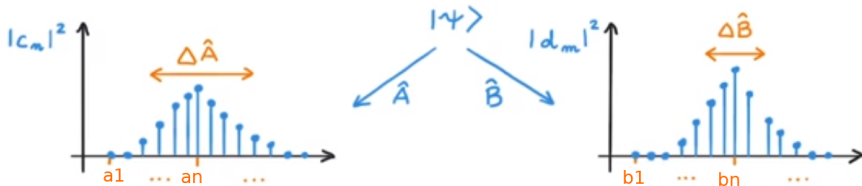
- البته در حالت کلی می توان اینکار را با استفاده از عملگرهای دیگر مانند B و ... هم انجام داد:

$$|\psi\rangle = \sum_m d_m |b_m\rangle \quad d_m = \langle b_m | \psi \rangle$$



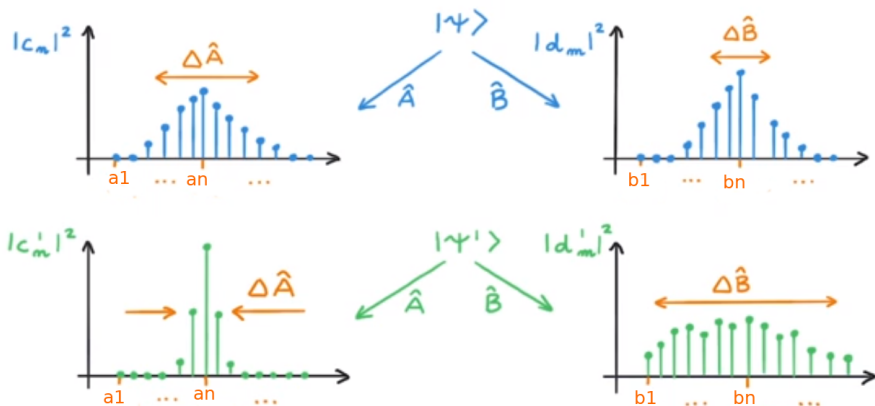
مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

- رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ یک رابطه ریاضیاتی بین ضرایب c_m و d_m مربوط به یک حالت خاص $|\psi\rangle$ است. چطور؟!
 - پیشتر نموداری مانند نمودارهای زیر را نمودار توزیع احتمال نامیده ایم و با آنها آشنا شده ایم. مقدار ΔA و ΔB در واقع میزان پراکندگی در توزیع احتمال ها (یعنی $\Delta A \equiv \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$) را نشان می دهند. این کمیت در واقع جذر میانگین فاصله های c_m تا مقدار میانگین آنها را به ما می دهد؛ یعنی به عبارتی نشان دهنده پهنای نمودار توزیع احتمال است.
 - اگر دو مشاهده پذیر A و B ناسازگار باشند $[A, B] \neq 0$ ، آنگاه بنا به رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ "حاصلضرب پهنای نمودار توزیع احتمال این دو مشاهده پذیر نمی تواند از یک مقدار کمینه کمتر شود":
- $$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} |\langle [A, B] \rangle|^2$$



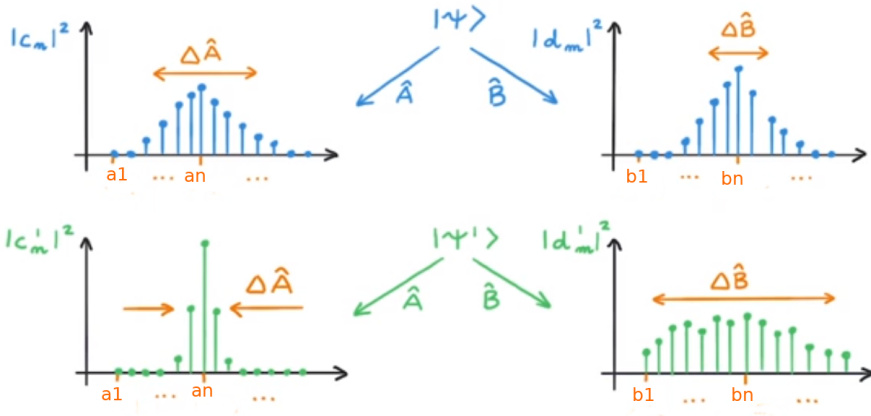
مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

• برای درک بیشتر مفهوم این رابطه، فرض کنید سیستم در یک حالت دیگر مانند $|\psi'\rangle$ قرار گرفته است و پهنای نمودار احتمال مربوط به مشاهده پذیر A در اینجا بسیار کمتر است. در این حالت، با توجه به رابطه عدم قطعیت چاره ای نیست جز اینکه پهنای نمودار احتمال مربوط به مشاهده پذیر B بسیار بیشتر باشد. شکل زیر را ببینید.



مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

• به عبارت دیگر وقتی احتمال حضور سیستم در یک ویژه حالت خاص عملگر A بسیار بالا باشد، آنگاه اطلاعات ما نسبت به حالت سیستم در ویژه حالت های عملگر ناسازگار B بسیار کاهش می یابد؛ یعنی سیستم تقریباً با احتمال یکسان در همه ویژه حالت های عملگر B حضور خواهد داشت.

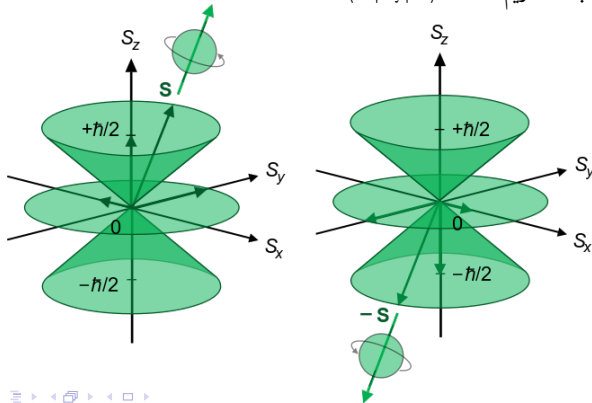


مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

- مثلا عملگرهای S_x و S_z ناسازگارند $[S_z, S_x] = i\hbar S_y$. بنابراین اگر مطمئن باشیم که سیستم اسپینی در حالت $|+\rangle$ قرار گرفته است، پراکندگی در عملگر S_x به بیشترین مقدار خود می رسد.

$$\langle (\Delta S_x)^2 \rangle = \langle S_x^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2 = \hbar^2/4$$

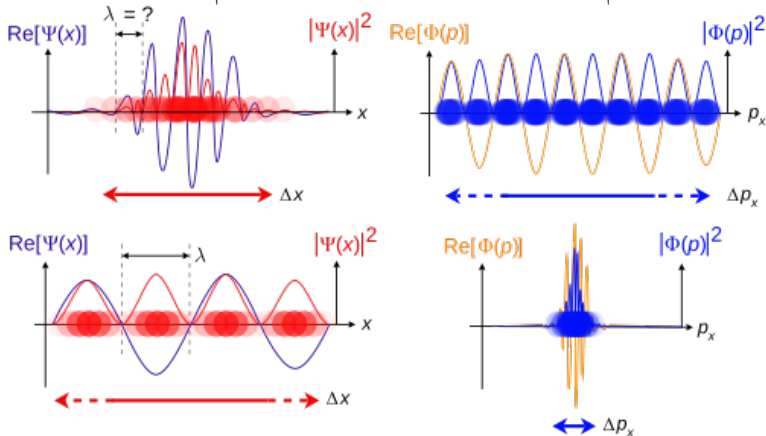
- تمرین: درستی رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ در این مثال را نشان دهید. راهنمایی: وقتی سیستم در حالت $|+\rangle$ باشد داریم $\langle + | S_y | + \rangle = 0$.



مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ

پرسش: شکل زیر توزیع احتمال در فضای موقعیت و تکانه را نشان می دهد. مفهوم این شکل را توضیح دهید.

توجه: درباره رابطه عدم قطعیت موقعیت-تکانه بعدا بیشتر بحث خواهیم کرد.



عملگرهای سازگار

وقتی عملگرهای A و B سازگار باشند، آنگاه رابطه عدم قطعیت به ما می گوید که افزایش دقت در اندازه گیری اولی باعث کاهش دقت در اندازه گیری دومی نخواهد شد. به عبارت دیگر، برای مشاهده پذیرهای سازگار اندازه گیری بر روی عملگر A باعث اختلال در اندازه گیری بر روی عملگر B نمی شود. پس برای مشاهده پذیرهای سازگار $[A, B] = 0$ داریم:

$$\langle (\Delta A)^2 \rangle \langle (\Delta B)^2 \rangle \geq \frac{1}{4} | \langle [A, B] \rangle |^2 \quad \text{if} \quad [A, B] = 0$$

مثال: مشاهده پذیرهای S_z و S^2 جابجا می شوند. در نتیجه پهنای رابطه توزیع احتمال هر دو مشاهده پذیر می تواند تا حد دلخواه کوچک شود.

مثال

سیستمی اسپینی در حالت زیر قرار دارد.

$$|\chi\rangle = c \begin{bmatrix} 3i \\ 4 \end{bmatrix}$$

الف) ضریب نرمال سازی c را بیابید. پاسخ: $c = 1/5$

ب) مقدار چشمداشتی عملگرهای S_x ، S_y و S_z را در این حالت بیابید.

پ) مقادیر ΔS_x ، ΔS_y و ΔS_z را در این حالت بیابید.

ت) درستی رابطه عدم قطعیت را در هر حالت نشان دهید.

منبع: صفحه دانشگاهی Larry Sorensen

<https://faculty.washington.edu/seattle/physics541/11solved.pdf>

مثال

سیستمی اسپینی در حالت مقابل قرار دارد. $|\chi\rangle = c \begin{bmatrix} 3i \\ 4 \end{bmatrix}$

(الف) ضریب نرمال سازی c را بیابید. پاسخ: $c = 1/5$

(ب) مقدار چشمداشتی عملگرهای S_x ، S_y و S_z را در این حالت بیابید.

(پ) مقادیر ΔS_x ، ΔS_y و ΔS_z را در این حالت بیابید.

(ت) درستی رابطه عدم قطعیت را در هر حالت نشان دهید.

$$\Delta S_x = [\langle S_x^2 \rangle - \langle S_x \rangle^2]^{1/2} = \left[\frac{\hbar^2}{4} - 0 \right]^{1/2} = \frac{\hbar}{2},$$

$$\Delta S_y = [\langle S_y^2 \rangle - \langle S_y \rangle^2]^{1/2} = \left[\frac{\hbar^2}{4} - \left(-\frac{12}{25}\hbar \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\frac{625}{2500} - \frac{576}{2500} \right]^{1/2} \hbar = \left[\frac{49}{2500} \right]^{1/2} \hbar = \frac{7}{50}\hbar,$$

$$\Delta S_z = [\langle S_z^2 \rangle - \langle S_z \rangle^2]^{1/2} = \left[\frac{\hbar^2}{4} - \left(-\frac{7}{50}\hbar \right)^2 \right]^{1/2} = \left[\frac{625}{2500} - \frac{49}{2500} \right]^{1/2} \hbar = \left[\frac{576}{2500} \right]^{1/2} \hbar = \frac{12}{25}\hbar.$$

$$\Delta S_x \Delta S_y \geq \frac{\hbar}{2} |\langle S_z \rangle| \Rightarrow \left(\frac{\hbar}{2} \right) \left(\frac{7}{50}\hbar \right) \geq \frac{\hbar}{2} \left| \left(-\frac{7}{50}\hbar \right) \right| \Rightarrow \frac{7\hbar^2}{100} \geq \frac{7\hbar^2}{100} \text{ which checks,}$$

$$\Delta S_y \Delta S_z \geq \frac{\hbar}{2} |\langle S_x \rangle| \Rightarrow \left(\frac{7}{50}\hbar \right) \left(\frac{12}{25}\hbar \right) \geq \frac{\hbar}{2} |0| \Rightarrow \frac{84\hbar^2}{1250} \geq 0 \text{ which checks, and}$$

$$\Delta S_z \Delta S_x \geq \frac{\hbar}{2} |\langle S_y \rangle| \Rightarrow \left(\frac{12}{25}\hbar \right) \left(\frac{\hbar}{2} \right) \geq \frac{\hbar}{2} \left| \left(-\frac{12}{25}\hbar \right) \right| \Rightarrow \frac{12}{50}\hbar^2 \geq \frac{12}{50}\hbar^2 \text{ which also checks.}$$

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ و مفهوم آن را به درستی توضیح دهید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

۱. رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بین دو مشاهده پذیر دلخواه را بنویسید.
۲. مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بین دو مشاهده پذیر ناسازگار چیست؟
۳. مفهوم رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بین دو مشاهده پذیر سازگار چیست؟
۴. رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بین تکانه و موقعیت را بنویسید و مفهوم آن را توضیح دهید.

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.

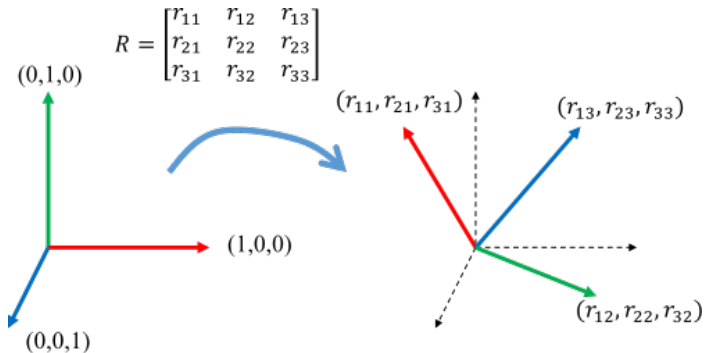


تمرین ها: زمان تحویل ۲۳ آذرماه

- لطفا تمرین های ۱۳ تا ۲۰ از فصل اول کتاب ساکورایی را پاسخ دهید.

مبحث بعدی: تغییر پایه های فضا در مکانیک کوانتومی

- در جلسه بعد با روابط اصلی تغییر پایه های فضا در مکانیک کوانتومی آشنا خواهیم شد. این روابط برای محاسبات بعدی بسیار مهم هستند.



منابع

- ۱ Modern Quantum Mechanics, 3rd Edition, by J. J. Sakurai and Jim Napolitano, Cambridge University Pr.
- ۲ Principles of Quantum Mechanics by Ramamurti Shankar, Plenum Press
- ۳ Quantum Mechanics: Concepts and Applications, 2nd Edition by Nouredine Zettili
- ۴ Introduction to Quantum Mechanics by David J. Griffiths
- ۵ Quantum Mechanics: An Introduction by Walter Greiner
- ۶ Quantum Physics I by Prof. Barton Zwiebach, MIT OpenCourseWare
<https://ocw.mit.edu/courses/8-04-quantum-physics-i-spring-2016/>
- ۷ Quantum Physics II by Prof. Barton Zwiebach, MIT OpenCourseWare
<https://ocw.mit.edu/courses/8-06-quantum-physics-iii-spring-2018/>
- ۸ Professor M does Science,
<https://www.youtube.com/@ProfessorMdoesScience>

با سپاس از توجه شما

