

فیزیک مکانیک

فصل چهارم: حرکت در دو و سه بعد

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

فصل چهارم: حرکت در دو و سه بعد

- توصیف حرکت در فضا
- حرکت پرتابی

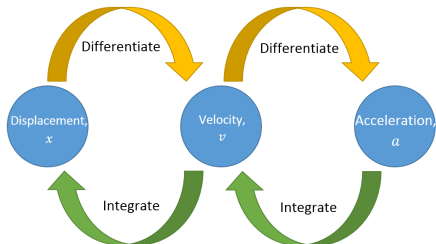
آنچه گذشت...

روابط بین سرعت و مکان:

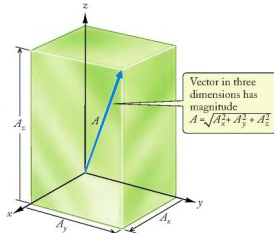
$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx(t) = v(t) dt \quad \Leftrightarrow \quad \Delta x = \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt$$

روابط بین شتاب و سرعت:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dv(t) = a(t) dt \quad \Leftrightarrow \quad \Delta v = \int_{t_i}^{t_f} a(t) dt$$

شکل از <https://internal.ncl.ac.uk/>

نوشتن بردارها به صورت مولفه ای



و بنابراین

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

همچنین، اندازه بردار $\vec{A}$ را می توان با استفاده از رابطه فیثاغورس به صورت زیر یافت:

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

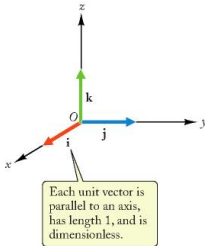
نوشتن بردارهای سه بعدی با استفاده از بردارهای یک:

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

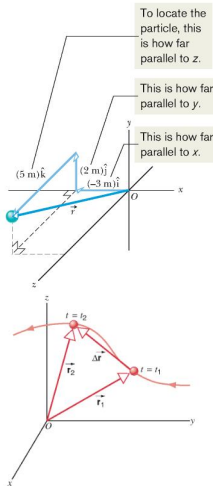
بردارهای یک $\hat{i}$ ، $\hat{j}$ و $\hat{k}$ بردارهایی به طول واحد و عمود برهم هستند. بخوانید $\hat{i}$ هت و
به راستگرد بودن دستگاه مختصات دقت کنید.

در فصل چهارم می خواهیم از ریاضیات بردارها استفاده کرده و مساله حرکت های کلی در دو و سه بعد را به عنوان تعمیم حرکت یک بعدی حل کنیم. برای اینکار لازم است که تعاریف مربوط به حرکت یک بعدی را (جابه جایی، سرعت، شتاب و ...) را تعمیم دهیم.

شکل ها از اوهانیان.



بردار موقعیت و جابه جایی



موقعیت یک ذره در سه بعد توسط بردار

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

نشان داده می شود.

مثلا در شکل روبه رو ذره در موقعیت

$$\vec{r} = (-3, 2, 5) = -3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

قرار دارد.

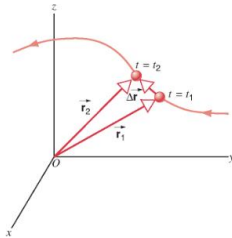
بردار جابه جایی $\Delta \vec{r}$ اختلاف موقعیت در دو لحظه ابتدایی و ثانویه می باشد:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

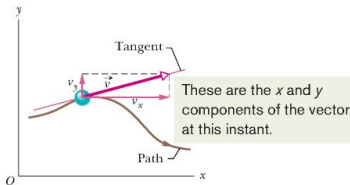
شکل پایین را ببینید.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

بردار سرعت متوسط و لحظه ای



The velocity vector is always tangent to the path.



These are the x and y components of the vector at this instant.

بردار سرعت متوسط در یک بازه زمانی Δt عبارت است از آهنگ متوسط تغییر در موقعیت:

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \hat{i} + \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \hat{j} + \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} \hat{k}$$

بردار سرعت لحظه ای برابر است با حد سرعت متوسط در بازه های زمانی بسیار کوچک $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{d}{dt} \vec{r}(t) = \frac{dx(t)}{dt} \hat{i} + \frac{dy(t)}{dt} \hat{j} + \frac{dz(t)}{dt} \hat{k}$$

با توجه به اینکه سرعت لحظه ای به صورت $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$ نوشته می شود، مولفه های سرعت لحظه ای در راستاهای x ، y و z برابر هستند با

$$v_x = \frac{dx(t)}{dt} \quad v_y = \frac{dy(t)}{dt} \quad v_z = \frac{dz(t)}{dt}$$

ایده معرفی سرعت لحظه ای، مثل هر کمیت لحظه ای دیگر، بررسی حرکت با جزئیات بیشتر است.
مشتق زمانی بردارهای پایه صفر است زیرا جهت و اندازه این بردارها تغییر نمی کند.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

بردار شتاب متوسط و لحظه ای

بردار شتاب متوسط در یک بازه زمانی Δt عبارت است از آهنگ متوسط تغییر در سرعت لحظه ای:

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1} \hat{i} + \frac{v_{y2} - v_{y1}}{t_2 - t_1} \hat{j} + \frac{v_{z2} - v_{z1}}{t_2 - t_1} \hat{k}$$

در اینجا v_{x1} سرعت در راستای x و در لحظه ۱ است در حالی که v_{x2} سرعت در راستای x و در لحظه ۲ می باشد. بقیه سرعت ها نیز به همین ترتیب معرفی می شوند.

بردار شتاب لحظه ای برابر است با حد شتاب متوسط در بازه های زمانی بسیار کوچک $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \equiv \frac{d}{dt} \vec{v}(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y(t)}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z(t)}{dt} \hat{k}$$

با توجه به اینکه شتاب لحظه ای به صورت $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ نوشته می شود، مولفه های شتاب لحظه ای در راستاهای x ، y و z برابر هستند با

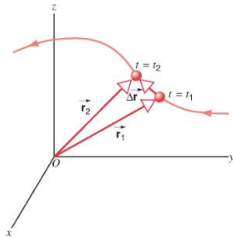
$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \quad a_y = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{dv_z(t)}{dt} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2}$$

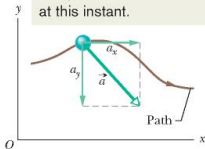
ایده معرفی شتاب لحظه ای نیز بررسی حرکت با جزییات بیشتر است.

شتاب می تواند به دلیل تغییر در اندازه و یا جهت یک بردار (و یا هر دو) به وجود آید.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.



These are the x and y components of the vector at this instant.



مثال

مثال: مکان ذره ای برحسب متر در هر لحظه از زمان، توسط بردار

$$\vec{r}(t) = (5t^2 - 2t + 3) \hat{i} + \left(\frac{2}{3}t - t^3\right) \hat{j} + \left(-t^{\frac{1}{2}} + 5\right) \hat{k}$$

توصیف می شود.

الف) بردار سرعت ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار سرعت ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار سرعت در این لحظه چقدر است؟

ب) بردار شتاب ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار شتاب ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار شتاب در این لحظه چقدر است؟

مثال

مثال: مکان ذره ای برحسب متر در هر لحظه از زمان، توسط بردار

$$\vec{r}(t) = (5t^2 - 2t + 3) \hat{i} + \left(\frac{2}{3}t - t^3\right) \hat{j} + \left(-t^{\frac{1}{2}} + 5\right) \hat{k}$$

توصیف می شود.

الف) بردار سرعت ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار سرعت ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار سرعت در این لحظه چقدر است؟

ب) بردار شتاب ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار شتاب ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار شتاب در این لحظه چقدر است؟

پاسخ الف) بردار سرعت ذره:

$$\vec{v}(t) \equiv \frac{d}{dt} \vec{r}(t) = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} = (10t - 2) \hat{i} + \left(\frac{2}{3} - 3t^2\right) \hat{j} + \left(-\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}\right) \hat{k}$$

بردار سرعت ذره در لحظه $t = 1$ s:

$$\vec{v}(t=1) = 8 \hat{i} - \frac{8}{3} \hat{j} - \frac{1}{2} \hat{k}$$

اندازه بردار سرعت در لحظه $t = 1$ s:

$$|\vec{v}|(t=1) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{8^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 8.34 \text{ m/s}$$

مثال- ادامه

مثال: مکان ذره ای برحسب متر در هر لحظه از زمان، توسط بردار

$$\vec{r}(t) = (5t^2 - 2t + 3) \hat{i} + \left(\frac{2}{3}t - t^3\right) \hat{j} + \left(-t^{\frac{1}{4}} + 5\right) \hat{k}$$

توصیف می شود.

الف) بردار سرعت ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار سرعت ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار سرعت در این لحظه چقدر است؟

ب) بردار شتاب ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار شتاب ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار شتاب در این لحظه چقدر است؟

پاسخ ب) بردار شتاب ذره:

$$\vec{a}(t) \equiv \frac{d}{dt} \vec{v}(t) = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} = 10 \hat{i} - 6t \hat{j} + \left(-\frac{1}{4}t^{-\frac{5}{4}}\right) \hat{k}$$

بردار شتاب ذره در لحظه $t = 1$ s:

$$\vec{a}(t=1) = 10 \hat{i} - 6 \hat{j} - \frac{1}{4} \hat{k}$$

اندازه بردار شتاب در لحظه $t = 1$ s:

$$|\vec{a}|(t=1) = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{10^2 + (-6)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2} = 11.66 \text{ m/s}^2$$

حرکت پرتابی

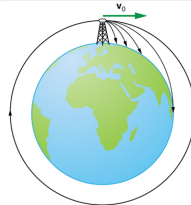
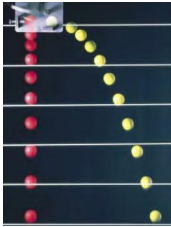


شکل ها از نت.



- در این بخش می خواهیم حرکت پرتابی را به تفصیل بررسی کنیم.
- چند مثال از حرکت پرتابی را ببینید.

نگاهی به مولفه های حرکت پرتابی



اگر مقاومت هوا قابل صرف نظر کردن باشد، آنگاه همه اجسام در نزدیکی سطح زمین با شتاب یکسانی در راستای عمودی سقوط می کنند:

$$a_y = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

یعنی با یک حرکت با شتاب ثابت در راستای عمود سروکار داریم.

همچنین، اگر در راستای افق بادی نوزد و بتوانیم از مقاومت هوا هم صرف نظر کنیم (این شرط در فواصل کوچک برقرار است) آنگاه شتاب در راستای افق صفر است:

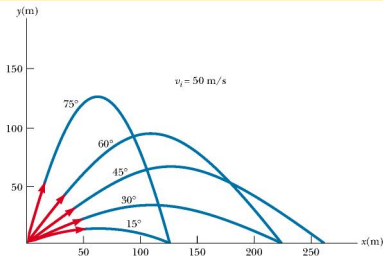
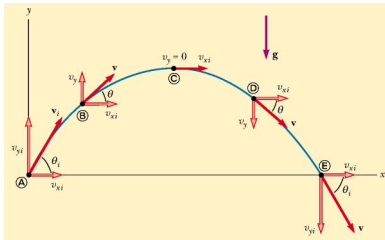
$$a_x = 0$$

یعنی با یک حرکت با سرعت ثابت در راستای افق سروکار داریم.

نکته اصلی این است که حرکت ها در این دو راستا کاملاً از هم مستقل اند؛ یعنی برای حل حرکت در هر جهت، احتیاج به دانستن جزئیات حرکت در جهت دیگر نداریم. فیلم آزمایش های حرکت پرتابی را ببینید.

شکل ها از هالیدی، اوهانیان و
<https://courses.lumenlearning.com/>

توصیف حرکت پرتابی



فرض کنید جسمی را به سمت بالای افق پرتاب می کنیم. در این صورت، ملاحظه می شود که جسم مسیری سهمی وار می پیماید. این مشاهده را در ادامه اثبات خواهیم کرد.

همچنین، مشاهده می شود که سرعت جسم در راستای افق تغییری نمی کند زیرا در راستای افق نیرویی به جسم وارد نمی شود. بنابراین، تغییرات مکان نسبت به زمان در راستای افق خطی است.

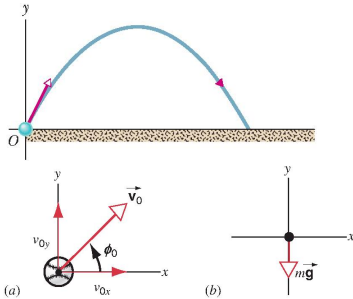
سرعت جسم در راستای عمودی لحظه به لحظه کمتر شده تا اینکه در بالاترین نقطه مسیر سرعت در راستای عمود برابر صفر می شود. آنگاه سرعت ذره تغییر جهت داده و در این جهت معکوس، اندازه سرعت ذره لحظه به لحظه بیشتر می شود تا اینکه جسم به زمین برخورد می کند. تغییرات سرعت نسبت به زمان خطی است و ما این تغییرات سرعت را در ادامه به دست خواهیم آورد.

شتاب جسم در راستای عمود ثابت و برابر 9.8 m/s^2 می باشد.

تمرین: شکل پایین را تحلیل کنید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

حل حرکت پرتابی در راستای افق



حرکت را در دو جهت عمودی و افقی تجزیه کرده و در ابتدا حرکت در راستای افقی را حل می‌کنیم.

همانطور که در شکل پایین مشخص شده است، در راستای افق شتاب برابر صفر است. بنابراین باید معادله زیر را حل کنیم:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

از بحث‌های مربوط به فصل دوم می‌دانیم که سرعت در چنین حرکتی تغییر نمی‌کند:

$$v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos \phi_0$$

در اینجا $v_{0x} = v_0 \cos \phi_0$ سرعت اولیه در راستای افق است.

همچنین، در یک حرکت یکنواخت، مکان به صورت خطی با زمان تغییر می‌کند (فصل دوم):

$$x(t) = v_{0x} t + x_0 = v_0 t \cos \phi_0 + x_0$$

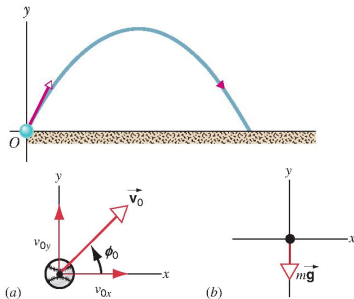
در اینجا x_0 مکان اولیه در راستای افق است.

شکل‌ها از مبانی هالیدی، ویرایش دهم، و فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

$$v_x(t) = v_0 \cos \phi_0$$

$$x(t) = v_0 t \cos \phi_0 + x_0$$

حل حرکت پرتابی در راستای عمود



در راستای عمود شتاب برابر $-g$ می باشد. بنابراین باید معادله زیر را حل کنیم:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

علامت منفی شتاب به این دلیل است که ما جهت محور عمود را به سمت بالا فرض کرده ایم.

از بحث های مربوط به فصل دوم می دانیم که سرعت در این نوع حرکت (حرکت با شتاب ثابت) به صورت خطی با زمان تغییر می کند:

$$v_y(t) = -gt + v_{0y} = -gt + v_0 \sin \phi_0$$

در اینجا $v_{0y} = v_0 \sin \phi_0$ سرعت اولیه در راستای عمود است.

همچنین، در یک حرکت با شتاب ثابت، مکان به صورت توان دوم با زمان تغییر می کند (فصل دوم):

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \phi_0 + y_0$$

در اینجا y_0 مکان اولیه در راستای افق است.

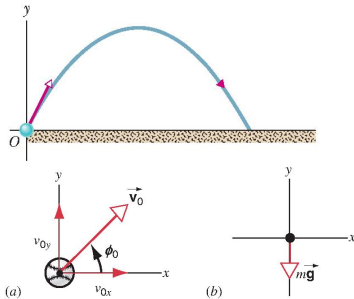
دقت کنید که علامت جملات در این معادلات به انتخاب دستگاه مختصات توسط ما بستگی دارد؛ ولی شکل کلی معادلات تغییر نمی کند.

شکل ها از مبانی هالیدی، ویرایش دهم، و فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin \phi_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \phi_0 + y_0$$

مسیر حرکت پرتابی یک سهمی است.



$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \phi_0} x^2 + x \tan \phi_0$$

مسیر حرکت پرتابه یک سهمی است. برای اینکه این نتیجه را اثبات کنیم، باید زمان را در معادلات مربوط به مکان حذف کنیم. برای اینکار زمان را از معادله $x(t)$ پیدا کرده و آنرا در معادله $y(t)$ قرار می دهیم. فرض می کنیم که پرتابه از مبدا پرتاب شده است:

$$x_0 = 0 \quad \text{and} \quad y_0 = 0$$

پیدا کردن زمان از معادله $x(t)$:

$$x(t) = v_0 t \cos \phi_0 + x_0 \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \phi_0}$$

حال، زمان را از معادله بالا در معادله پایین قرار می دهیم:

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin \phi_0$$

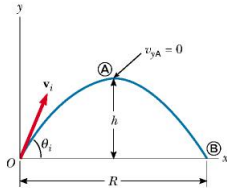
$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \phi_0} \right)^2 + v_0 \left(\frac{x}{v_0 \cos \phi_0} \right) \sin \phi_0$$

و یا

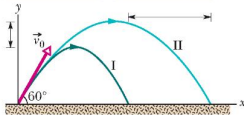
$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \phi_0} x^2 + x \tan \phi_0$$

شکل ها از مبانی هالیدی، ویرایش دهم، و فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

پیدا کردن ارتفاع اوج پرتابه

Air reduces
height ...

... and range.



$$h = \frac{v_o^2 \sin^2 \phi_o}{2g}$$

نقطه اوج نقطه ای است که در آن سرعت در راستای عمود صفر است:

$$v_y(t) = -gt + v_o \sin \phi_o = 0 \Rightarrow t_h = \frac{v_o \sin \phi_o}{g}$$

این زمان را در معادله مکان عمودی قرار می دهیم تا ارتفاع نقطه اوج به دست آید:

$$y(t_h) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{v_o \sin \phi_o}{g} \right)^2 + v_o \left(\frac{v_o \sin \phi_o}{g} \right) \sin \phi_o$$

بنابراین:

$$y(t_h) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{v_o \sin \phi_o}{g} \right)^2 + v_o \left(\frac{v_o \sin \phi_o}{g} \right) \sin \phi_o$$

و یا:

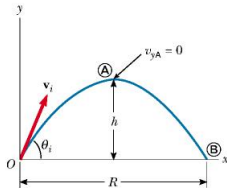
$$h = \frac{v_o^2 \sin^2 \phi_o}{2g}$$

ارتفاع اوج پرتابه در اثر مقاومت هوا کاهش می یابد. چرا؟

تمرین: ارتفاع اوج پرتابه را با استفاده از معادله سهمی در اسلاید قبل بیابید.

شکل ها از مبانی هالیدی، ویرایش های هشتم و دهم.

پیدا کردن برد پرتابه



اگر پرتابه از سطح زمین پرتاب شود، آنگاه برد پرتابه نقطه ای است که در آن پرتابه دوباره به سطح زمین برخورد می کند. این نقطه را می توانیم با حل معادله

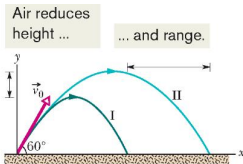
$$y(x) = 0 \Rightarrow x = ?$$

به دست آوریم:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \phi_0} R^2 + R \tan \phi_0 = 0$$

با حل این معادله به راحتی به دست می آوریم:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\phi_0}{g}$$



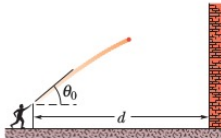
تمرین: برد پرتابه را می توان با استفاده از قرار دادن زمان $2t_h$ در معادله مکان افقی نیز به دست آورد (چرا $2t_h$ ؟). به این روش نیز برد پرتابه را به دست آورید.

برد پرتابه در اثر مقاومت هوا کاهش می یابد. چرا؟

شکل ها از مبانی هالیدی، ویرایش های هشتم و دهم.

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\phi_0}{g}$$

مثال از حرکت پرتابی



پاسخ ب) با توجه به اینکه در جهت x شتابی نداریم، سرعت در این جهت تغییر نخواهد کرد و برابر با سرعت اولیه خواهد بود:

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos 40^\circ = 19.1 \text{ m/s}$$

از طرفی سرعت در جهت y به صورت زیر با زمان تغییر خواهد کرد:

$$v_y = -gt + v_0 \sin \theta$$

که با قرار دادن $t = 1/15$ خواهیم داشت:

$$v_y = 4.8 \text{ m/s}$$

شکل از مبانی هالیدی، ویرایش دهم.

حرکت پرتابی ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$): مطابق شکل مقابل، شخصی توپی را به سمت دیوار با سرعت $v_0 = 25 \text{ m/s}$ تحت زاویه $\theta = 40^\circ$ پرتاب میکند. فاصله دیوار از نقطه پرتاب جسم $d = 22 \text{ m}$ است.

الف) در چه ارتفاعی توپ به دیوار برخورد میکند؟ ب) مولفه های افقی و عمودی بردار سرعت در لحظه برخورد توپ به دیوار را پیدا کنید. توجه: محورهای مختصات را به دقت با رسم شکل تعیین کنید.

$$\cos 40^\circ = 0.77 \text{ و } \sin 40^\circ = 0.64$$

پاسخ الف) با استفاده از رابطه $x - x_0 = v_0 t \cos \theta$ می توانیم زمان برخورد با دیوار را به صورت زیر بیابیم:

$$t = \frac{x - x_0}{v_0 \cos \theta} = \frac{d}{v_0 \cos \theta} = \frac{22}{25 \times \cos 40^\circ} \Rightarrow t = 1/15 \text{ s}$$

حال با استفاده از زمان برخورد پیدا شده در بالا، و همچنین رابطه زیر

$$y - y_0 = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta$$

ارتفاع نقطه برخورد را پیدا کنیم:

$$y - y_0 = -4.9 \times (1/15)^2 + 25 \times 1/15 \times \sin 40^\circ \Rightarrow y - y_0 = 12 \text{ m}$$

لطفا توجه کنید که تمام مسائل حرکت پرتابی را می توان با استفاده از چهار معادله مشخص شده در باکس حل کرد!

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید نکات اساسی حرکت در دو و سه بعد و همچنین حرکت پرتابی را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

۱. تعریف موقعیت و جابه جایی در سه بعد چیست؟
۲. تعریف سرعت متوسط و سرعت لحظه ای در سه بعد چیست؟
۳. تعریف شتاب متوسط و شتاب لحظه ای در سه بعد چیست؟
۴. موقعیت، سرعت و شتاب در راستای عمودی در حرکت پرتابی چطور با زمان تغییر می کنند؟
۵. موقعیت، سرعت و شتاب در راستای افقی در حرکت پرتابی چطور با زمان تغییر می کنند؟
۶. چهار معادله اساسی حرکت پرتابی را بنویسید.
۷. مسیر حرکت پرتابه چگونه مسیری است؟
۸. معادله برد و ارتفاع اوج پرتابه "چطور" به دست می آیند؟
۹. تاثیر مقاومت هوا بر برد و ارتفاع اوج پرتابه چیست؟

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و "درونی سازی" مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین

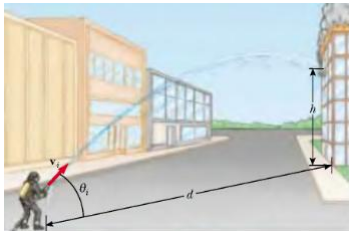
مثال: مکان ذره ای برحسب متر در هر لحظه از زمان، توسط بردار

$$\vec{r}(t) = (\sin \pi t - 3^2) \hat{i} + \left(\frac{2}{3}t^3 + \cos \pi t\right) \hat{j} + \left(-t^{\frac{3}{2}} + 5e^{-t}\right) \hat{k}$$

توصیف می شود.

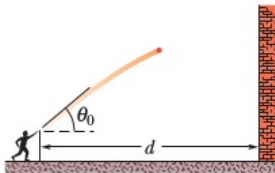
الف) بردار سرعت ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار سرعت ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار سرعت در این لحظه چقدر است؟
 ب) بردار شتاب ذره در هر لحظه از زمان را بیابید. بردار شتاب ذره در لحظه $t = 1$ s را بیابید. اندازه بردار شتاب در این لحظه چقدر است؟

تمرین



- حرکت پرتابی ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):
در شکل مقابل آشنشانی در فاصله $d = 15 \text{ m}$ از یک ساختمان در حال آتش قرار گرفته است. سرعت خروج آب از لوله برابر $v_i = 20 \text{ m/s}$ و زاویه پرتاب $\theta_i = 60^\circ$ می باشد.
الف) زمان برخورد آب با ساختمان را بیابید.
ب) آب در چه ارتفاع h با ساختمان برخورد می کند؟
پ) مولفه های سرعت برخورد آب با ساختمان چقدر است؟
توجه: محورهای مختصات را به دقت با رسم شکل تعیین کنید.
- شکل از فیزیک هالیدی.

تمرین



حرکت پرتابی ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

مطابق شکل مقابل، شخصی توپی را به سمت دیواری با سرعت v_0 تحت زاویه $\theta = 35^\circ$ پرتاب میکند. فاصله دیوار از نقطه پرتاب جسم $d = 23 \text{ m}$ است.

الف) اگر توپ پس از طی $t = 2 \text{ s}$ به دیوار برخورد کند، سرعت اولیه v_0 چقدر است؟

ب) در هنگام برخورد به دیوار، ارتفاعی توپ از سطح زمین چقدر است؟
پ) مولفه های افقی و عمودی بردار سرعت در لحظه برخورد توپ به دیوار را پیدا کنید.

توجه: محورهای مختصات را به دقت با رسم شکل تعیین کنید.
 $\sin 35^\circ = 0.57$ و $\cos 35^\circ = 0.82$.

شکل از فیزیک هالیدی.

تمرین

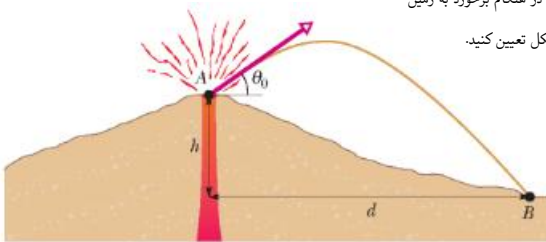
حرکت پرتابی:

شکل مقابل انفجار یک کوه آتشفشان را نشان می دهد که در آن گدازه ها از ارتفاع h با سرعت اولیه v پرتاب شده و تا فاصله $d = 8 \text{ km}$ هم رسیده اند. فرض کنید که زمان پرواز $t = 15 \text{ s}$ می باشد.

الف) اگر گدازه ها با زاویه $\theta_0 = 30^\circ$ پرتاب شده باشند، اندازه سرعت اولیه آنها چقدر بوده است؟ ب) گدازه ها از چه ارتفاع h پرتاب شده اند؟ پ) مولفه های افقی و عمودی سرعت گدازه ها در هنگام برخورد به زمین چقدر است؟

توجه: محورهای مختصات را به دقت با رسم شکل تعیین کنید.

شکل از فیزیک هالیدی.



تمرین

حرکت پرتابی ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

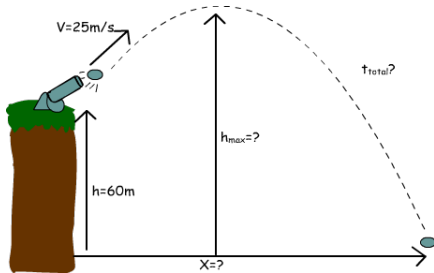
مطابق شکل مقابل، گلوله ای از بالای تپه ای به ارتفاع $h = 60 \text{ m}$ با سرعت اولیه $v = 25 \text{ m/s}$ شلیک می شود. زاویه پرتاب $\theta = 60^\circ$ می باشد.

الف) زمان کل پرواز چقدر است؟

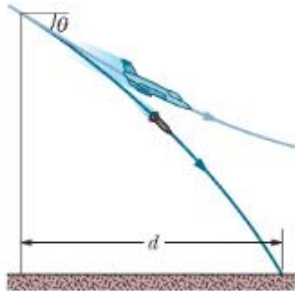
ب) بیشترین ارتفاعی که گلوله به آن می رسد نسبت به سطح زمین چقدر است؟

پ) بیشترین فاصله افقی از نقطه پرتاب X چقدر است؟
توجه: محورهای مختصات را به دقت با رسم شکل تعیین کنید.

شکل از فیزیک هالیدی.



تمرین



حرکت پرتابی ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

هواپیمایی مطابق شکل با سرعت 36 km/h تحت زاویه $\theta = 35^\circ$ زیر افق بسته ای را رها میکند. فاصله افقی بین نقطه رها شدن و نقطه برخورد $d = 155 \text{ m}$ می باشد.

الف) بسته چه مدت در هوا بوده است؟

ب) ارتفاع نقطه رها شدن چقدر بوده است؟

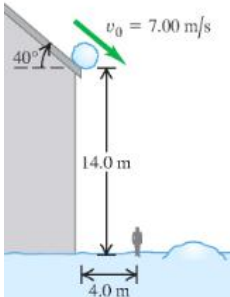
پ) مولفه های بردار سرعت در هنگام برخورد با زمین و اندازه بردار سرعت $|\vec{v}|$ را بیابید.

توجه: محور مختصات انتخابی خود را به دقت با رسم شکل نشان دهید.

راهنمایی: $\sin 35^\circ = 0.57$ و $\cos 35^\circ = 0.82$

شکل از فیزیک هالیدی.

تمرین



- حرکت پرتابی:
گلوله برفی از بالای پشت بام به پایین سقوط می کند. سرعت گلوله در هنگام ترک پشت بام $v_0 = 7 \text{ m/s}$ ، زاویه ترک آن (شیب پشت بام) $\theta = 40^\circ$ و ارتفاع ساختمان $H = 14.0 \text{ m}$ می باشد. الف) این گلوله در چه فاصله ای از ساختمان به زمین برخورد خواهد کرد؟ $\sin 40^\circ = 0.64$ و $\cos 40^\circ = 0.77$.
ب) مردی به ارتفاع $h = 1.8 \text{ m}$ و در فاصله $d = 4.0 \text{ m}$ از ساختمان ایستاده است. آیا گلوله برف به برخورد میکند؟ توجه: مبدا و جهت محورهای مختصات انتخابی خود را بدقت مشخص کنید.
- شکل از کتاب فیزیک دانشگاهی سرز و همکاران.

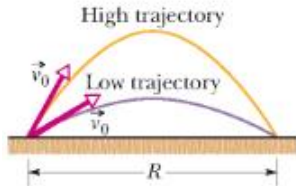
تمرین

حرکت پرتابی:

پرتابه ای با سرعت اولیه $v_0 = 30 \text{ m/s}$ به سمت هدفی در فاصله $R = 20 \text{ m}$ پرتاب شده است. شکل روبه رو را ببینید. برای اصابت پرتابه به هدف می توان دو زاویه پرتاب را انتخاب کرد. الف) با نوشتن معادلات حرکت در جهت های x و y (و یا معادله پرتابه) این زوایا را بیابید.

ب) مولفه های سرعت برخورد به زمین برای زاویه کوچکتر را نیز بیابید. توجه: مبدأ و جهت محورهای مختصات انتخابی خود را بدقت مشخص کنید.

شکل از کتاب فیزیک هالیدی.



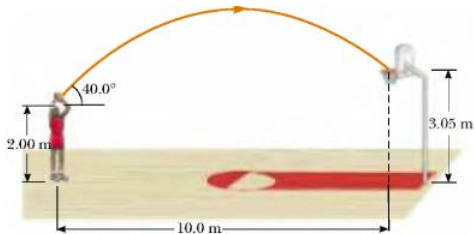
تمرین

حرکت پرتابی:

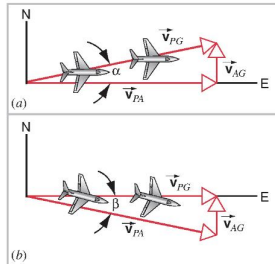
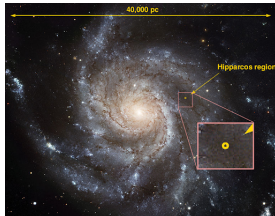
در شکل مقابل بسکتبالیست توپ را با چه سرعت اولیه v_0 پرتاب کند تا توپ در سبد فروود آید؟ فاصله افقی سبد تا بازیکن $D = 10.0\text{ m}$ ، زاویه پرتاب $\theta = 40^\circ$ ، ارتفاع سبد $H = 3.05\text{ m}$ و بازیکن توپ را از ارتفاع $h = 2.00\text{ m}$ پرتاب می‌کند.

توجه: محورهای مختصات را به دقت با رسم شکل تعیین کنید.

شکل از کتاب فیزیک هالیدی.



مبحث بعدی: حرکت دایره ای با تندی ثابت و حرکت نسبی



در ادامه فصل چهارم، حرکت دایره ای با تندی یکنواخت را بررسی خواهیم کرد. همچنین، مقدار شتاب مرکزگرا را به دست خواهیم آورد و درباره شتاب مماسی و شعاعی بحث خواهیم کرد.

در ادامه، این مساله را بررسی خواهیم کرد که کمیت های فیزیکی چطور در دستگاه های مختصات متفاوت به هم مربوط می شوند. این مساله اساس فهم قوانین حرکت نیوتن است زیرا، این قوانین فقط در دستگاه های لخت برقرارند.

شکل ها از ویکی و فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

مراجع

- ❶ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❷ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

کلاس های دیگر فیزیک مکانیک

کلاس های درس فیزیک یک دانشگاه صنعتی شریف (مثلا کلاس درس دکتر محمد رضا اجتهادی و یا دکتر محمود بهمن آبادی) را می توانید از مرکز آموزش های الکترونیک دانشگاه صنعتی شریف (و یا حتی از سایت مکتب خونه) دریافت کنید.
<http://ocw.sharif.edu/>

کلاس درس دکتر والتر لوین از دانشگاه MIT در مرکز آموزش های الکترونیک این دانشگاه و یوتیوب:
<https://ocw.mit.edu/index.htm>
<https://www.youtube.com/watch?v=X9c0MRooBzQ>

The screenshot shows the MIT OpenCourseWare website in Persian. The header includes the MIT logo and navigation links. A search bar is present. Below, there's a list of courses under the heading 'فصل های آموزشی' (Educational Chapters). The list includes courses like '9.01: Classical Mechanics' and '8.01: Classical Mechanics'. The page also features a sidebar with 'دانشگاه صنعتی شریف' (Sharif University of Technology) and a 'دوره' (Course) section.

The screenshot shows a YouTube video player. The video is titled 'Lec 01: Units, Dimensions, and Scaling Arguments | 8.01 Classical Mechanics (Walter Lewin)'. The video shows a man in a blue shirt standing in front of a chalkboard, gesturing with his hands. The video player interface includes a search bar, a play button, and various controls like volume and full screen.

The screenshot shows a website with a map and text in Persian. The map is a street map of a city, likely Tehran. The text is in Persian and appears to be related to a university or educational institution. The website has a header with a logo and navigation links. The main content area includes a map and a list of items or locations.

با سپاس از توجه شما

