

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل اول: بار الکتریکی و قانون کولن

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

h.shenavar@gmail.com

فصل اول: بار الکتریکی و قانون کولن



قانون کولن



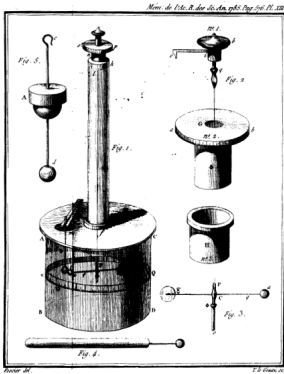
چگونگی حل مسائل الکترواستاتیکی



استفاده از قانون کولن در توزیع بارهای گسسته



شارل آگوستن دو کولن



شکل از ویکی پدیا

افسر مهندس فرانسوی (۱۷۳۶ - ۱۸۰۶)

اکتشافاتی درباره مغناطیس و قطب‌نما

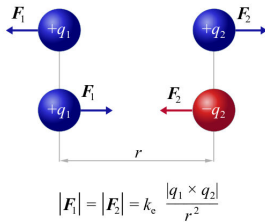
اختراع مستقل ترازوی پیچشی

مهمترین کار: اولین اندازه‌گیری دقیق نیروی الکتریکی و پیشنهاد قانون کولن (تقریباً همزمان با کاوندیش)

شکل از ویکی پدیا، فیلم از یوتیوب.

برای دیدن نمونه مدرن ترازوی پیچشی کولن-کاوندیش
اینجا را کلیک کنید.

قانون کولن



شکل از ویکی پدیا

شکل از ویکی پدیا

کولن نشان داد که:

- یعنی:
- $F \propto q_1, \quad F \propto q_2$
 - $F \propto 1/r^2$
 - به شکل بالا دقت کنید ↑.

نیروی بین دو بار الکتریکی با اندازه هرکدام از آن دو بار متناسب است.

نیروی بین دو بار الکتریکی با عکس مجذور فاصله آن دو بار متناسب است.

نیروی بین بارهای همنام دافعه و نیروی بین بارهای غیرهمنام جاذبه است.

قانون کولن

درباره ثابت نیروی کولن:

در واحد های SI ، ثابت k_e در قانون کولن

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

را ثابت کولن می نامند و مقدار آن تقریبا برابر است با $k_e = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ می باشد.

از این به بعد، به خاطر اختصار این ثابت را با K نشان می دهیم.

همچنین می توان از ثابت گذردهی ϵ_0 برای نوشتن قانون کولن به صورت

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

استفاده کرد، که در آن $C^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \times 10^{-12}$ ، ϵ_0 دلیل وجود ضریب 4π را در بحث مربوط به قانون گوس خواهیم دید.

مقدار ثابت نیرو با استفاده از آزمایش تعیین می شود.

تمرین

۱ با استفاده از قانون کولن

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

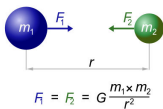
نشان دهید که واحد ثابت کولن، یعنی K ، برابر Nm^2/C^2 می باشد.

۲ با استفاده از قانون کولن

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

نشان دهید که واحد ثابت گذردهی، یعنی ϵ_0 ، برابر C^2/Nm^2 می باشد.۳ نیروی بین الکترون و پروتون در اتم هیدروژن را بیابید. بار الکترون و پروتون برابر $q = 1.6 \times 10^{-19} C$ و فاصله تقریبی آنها $m \approx 10^{-10} r$ می باشد.

شباهت با قانون گرانش نیوتن



شکل از ویکی پدیا



شکل از ویکی پدیا

یعنی:

$$F \propto m_1, \quad F \propto m_2$$

$$F \propto 1/r^2$$

به شکل بالا دقت کنید ↑.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \text{ ثابت}$$

گرانش نیوتن نام دارد.

برای مطالعه بیشتر درباره قانون جاذبه نیوتن به فصل گرانش (فصل سیزده) کتاب فیزیک مکانیک مراجعه کنید.

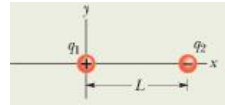
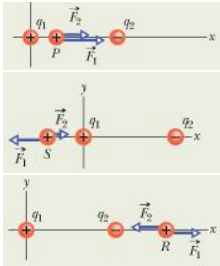
نیوتن نشان داد که:

نیروی گرانش بین دو جسم با جرم هرکدام از آن دو جسم متناسب است.

نیروی گرانش با عکس مجذور فاصله آن دو جسم متناسب است.

نیروی گرانش نیوتن همیشه جاذبه است.

مثالی از کاربرد قانون کولن در یک مساله یک بعدی



شکل از مبانی فیزیک هالیدی (ویرایش دهم)

مطابق شکل بالا دو بار الکتریکی $q_1 = 8q$ و $q_2 = -2q$ به فاصله L از هم به صورت ثابت قرار گرفته اند. یک پروتون را در چه نقطه ای قرار دهیم تا نیروی کل وارد بر پروتون صفر شود؟ آیا چنین تعادلی پایدار خواهد بود؟

پاسخ: همانطور که از شکل های سمت چپ می توان دید، سه حالت ممکن است.
حالت اول وقتی است که پروتون در بین دو بار q_1 و q_2 قرار گرفته است. مثل نقطه P . در این حالت، دو نیروی وارد شده از طرف q_1 و q_2 هم جهتند. بنابراین نیروی کل نمی تواند صفر شود.

حالت های دوم و سوم وقتی رخ می دهند که نیروی های وارد شده از طرف q_1 و q_2 در خلاف جهت هم باشند؛ مثل نقاط R و S .
در حالت S ، نیروی F_2 بسیار کوچکتر از نیروی F_1 می باشد (چرا؟)، بنابراین نمی تواند F_1 را خنثی کند.
در حالت R دو نیرو می توانند همدیگر را خنثی کنند. در ادامه نقطه صفر شدن نیروی کل در این حالت را می یابیم ↓↓↓.

مثالی از کاربرد قانون کولن در یک مساله یک بعدی. ادامه ↓

در نقطه ای که مجموع نیروها صفر باشد، داریم $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ یا $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. در نتیجه در نقطه تعادل نیروها داریم

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|.$$

فرض کنید که پروتون به فاصله x از محور مختصات قرار گرفته است. در نتیجه، از آنجا که بار پروتون دقیقا برابر بار الکترون e می باشد، داریم:

$$\frac{K q_1 e}{x^2} = \frac{K |q_2| e}{(x - L)^2}$$

که از آن نتیجه می شود

$$\frac{q_1}{x^2} = \frac{|q_2|}{(x - L)^2} \Rightarrow \Rightarrow \frac{x - L}{x} = \frac{1}{2}$$

و یا $x = 2L$.

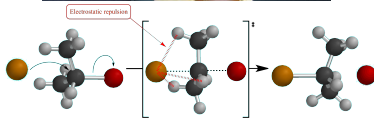
به سادگی می توان دید که نقطه تعادل پیدا شده، یعنی $x = 2L$ ، پایدار نیست زیرا با اندک جابه جایی پروتون از مکان R به سمت چپ و یا راست، مقدار یکی از از نیروها از دیگری بزرگتر خواهد شد. در نتیجه، پروتون مورد نظر تا ابد به سمت چپ و یا راست حرکت خواهد کرد.

یادآوری: تعادل پایدار تعادلی است که با اندکی جابه جایی از حالت تعادل، سیستم به حالت اولیه خود بازگردد.

در واقع بنا به قضیه ارنشاو تعادل یک ذره باردار صرفا با استفاده از نیروهای الکتروستاتیکی ناممکن است.

تمرین:

مساله بالا را در حالت کلی $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ حل و تحلیل کنید.



شکل ها از ویکی پدیا



رادیو تلسکوپ های آتاکاما

مسائل الکترومغناطیس نوعا شامل برهمکنش تعداد بسیار زیادی ذره اند.

حل چنین مسائل بس-ذره ای در نگاه اول ناممکن می نماید.

هرچند می توان با تجزیه مسائل به مساله های کوچکتر (دو ذره ای، سه ذره ای و ...) و هم چنین بوجود آوردن ابزارهای ریاضی لازم این مسائل را حل نمود.

روش تجزیه مسائل سخت به مساله های آسان تر، و تجمیع مسائل آسان حل شده برای بازسازی مساله بزرگتر اصلی، به دکارت منسوب است و در کتاب "گفتار در روش درست به کار بردن خرد" توضیح داده شده است.

طرح حل مساله

در قسمت اول این کتاب فقط مسائل الکترواستاتیکی را در نظر می گیریم. به عبارت دیگر، فعلا از حل مسائل مغناطیس و مخصوصا الکترومغناطیسی صرف نظر می کنیم.

برای فهم دقیق قانون کولن، ریاضیات بردارها را به کار می بریم.

برای فهم سیستم های بس-ذره ای اصل برهم نهی را می آموزیم.

از اصل برهم نهی برای بررسی سیستم های شامل بارهای گسسته و پیوسته استفاده می کنیم.

برای حل مسائل مربوط به سیستم های پیوسته باید از حساب انتگرال بهره بگیریم. برای اینکار از تکنیک المان ها استفاده خواهیم کرد. تکنیک المان ها مهم ترین روشی است که شما در این درس فرا خواهید گرفت.

در فصل بعد، به جای مفهوم نیرو از مفهوم میدان استفاده می کنیم.

آنگاه با بازنویسی قانون کولن به شکل قانون گوس، یاد میگیریم که با استفاده از اصول تقارن مسائل الکترواستاتیک را حل کنیم.

در ادامه روند ساده سازی مسائل، با کمیت های اسکالری مانند پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی آشنا می شویم. همچنین، حل مسائل الکترواستاتیک با استفاده از این مفاهیم را فرا خواهیم گرفت.

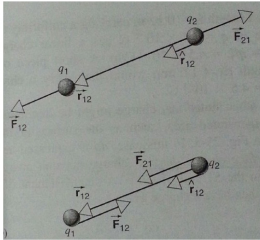
یکی از کاربردهای مهم بحث حاضر: خازن ها و ظرفیت.

با شناخت بارهای ساکن، وارد بحث بارهای متحرک و جریان های الکتریکی می شویم.

رفتار مواد مختلف در رابطه با جریان های الکتریکی را به اختصار بررسی می کنیم.

در مراحل بعدی بحث های مغناطیس و الکترومغناطیس را فرا میگیریم.

قانون کولن به شکل برداری



برای بحث های آینده بهتر است که شکل دقیق برداری قانون کولن را بدانیم:

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

و همچنین

$$\vec{F}_{21} = K \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

همانطور که در شکل مقابل نشان داده شده است، بردارهای $\vec{r}_{12}$ و $\vec{r}_{21}$ بردارهای واصل بارهای q_2 و q_1 هستند.

همچنین بردارهای $\hat{r}_{12}$ و $\hat{r}_{21}$ به ترتیب بردارهای یکه در جهت بردارهای $\vec{r}_{12}$ و $\vec{r}_{21}$ می باشند؛ یعنی

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}, \quad \hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$

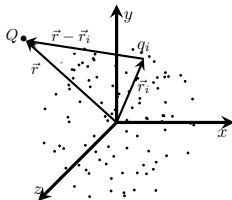
قانون سوم نیوتن برقرار است: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

برای بحثی عالی درباره ریاضیات بردارها به فصل سوم فیزیک هالیدی (مکانیک) مراجعه کنید.

شکل از فیزیک هالیدی، ویرایش ۵.

هرچند، نکته مهم که لازم است به یاد داشته باشیم، این است که نیروی الکتریکی بین بارهای همنام دافعه و نیروی الکتریکی بین بارهای غیر همنام جاذبه است. شکل بالا، و نیز فرمول های سمت راست، همین نکته را به صورت ریاضیاتی بیان می کنند.

اصل برهمه‌نی



اصل برهمه‌نی بیان می‌کند که نیروی کل وارد بر یک بار (مانند بار Q در شکل بالا) از طرف یک مجموعه بار برابر است با جمع برداری تک تک نیروها. یعنی

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

که در آن N تعداد کل ذرات است، $\vec{F}$ نیروی کل وارده بر بار Q می‌باشد، $\vec{F}_i$ نیروی وارده از طرف بار q_i به بار Q است و
نکته مهم در اصل برهمه‌نی آن است که اندازه و جهت نیروی وارده از طرف هرکدام از ذرات مستقل از وجود ذرات دیگر است.
با استفاده از حساب برداری و اصل برهمه‌نی می‌توان بسیاری از مسائل الکترواستاتیک را حل کرد.

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید خصوصیات اصلی قانون کولن را بیان کنید. یعنی:

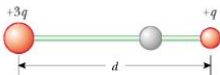
۱. جاذبه و دافعه بودن نیروهای بین بارهای همنام و غیرهمنام.
۲. وابستگی ریاضیاتی قانون کولن به اندازه بارها و فاصله آنها.
۳. مقدار و واحد ثابت های K و ϵ_0 .
۴. نوشتن شکل برداری قانون کولن.
۵. بیان اصل برهمندی و کاربرد آن.

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را حل مسائل زیر محک زده و تقویت کنید.

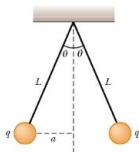


تمرین



(۱) قانون کولن:

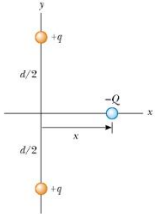
دو بار الکتریکی با اندازه های q و $3q$ با فاصله d از هم قرار دارند. همانطور که در شکل مشخص است بار آزمون می تواند در این فاصله حرکت کند. الف) در کجا این بار در تعادل است؟ (یعنی در چه نقطه ای مجموع نیرو های وارد بر آن صفر است؟) ب) اگر جسم در تعادل باشد آیا این تعادل پایدار است؟



(۲) قانون کولن:

در شکل مقابل جرم هر کدام از گلوله ها $m = 10$ گرم و طول نخ $L = 25\text{cm}$ و $\theta = 60^\circ$ می باشد. هر دو گلوله شامل بار q می باشند و سیستم در تعادل ایستایی است. بار گلوله ها را بیابید.

تمرین



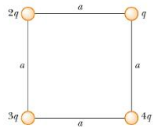
(۳) قانون کولن:

(الف) در شکل مقابل دو بار $+q$ چه نیروی کلی به بار $-Q$ وارد می کنند؟ اندازه و جهت این نیرو را تعیین کنید.
(ب) با استفاده از بسط

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dots$$

آمده را با فرض $x \ll d$ بسط دهید.(پ) نشان دهید که این نیرو وقتی $x \ll d$ می باشد، با فاصله x متناسب است.

(ت) حرکت جسم در این حالت چه نوع حرکتی است؟



(۴) قانون کولن:

چهار بار الکتریکی بر گوشه های یک مربع به ضلع a قرار دارند. اندازه و جهت نیروی کل وارد شده به بار $2q$ را بیابید.

مبحث بعدی: نیروی ناشی از توزیع بار پیوسته روش المان ها

- در جلسه بعد، در ابتدا مباحث اساسی این جلسه را مرور کرده و در ادامه تمرین شماره ۳ بالا را حل خواهیم کرد.
- سپس نیروی ناشی از توزیع بارهای پیوسته را به صورت مختصر در نظر خواهیم گرفت.
- برای حل چنین مسائلی (نیروی ناشی از توزیع بارهای پیوسته) می آموزیم که باید از روش المان ها استفاده کنیم که در واقع شامل ایده اساسی انتگرال گیری است.
- بحث اصلی در استفاده از روش المان ها را به فصل دوم موکول (مبحث میدان) می کنیم.

با سپاس از توجه شما