

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل دوم: میدان الکتریکی

حسین شناور

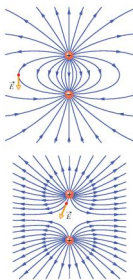
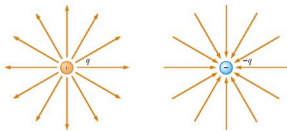
گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که با تلاش بسیار امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

میدان-یادآوری



۱ برهمکنش مستقیم $\Leftarrow$ نیرو؛ برهمکنش غیر مستقیم $\Leftarrow$ میدان.

۲ میدان الکتریکی در هر نقطه برابر است با نیروی وارد شده بر یک بار آزمون در آن نقطه بخش بر واحد بار:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q_0}$$

۳ اگر میدان الکتریکی در یک نقطه را داشته باشیم؛ آنگاه، پیدا کردن نیروی وارده بر هر ذره q_0 در آن نقطه بسیار راحت خواهد بود:

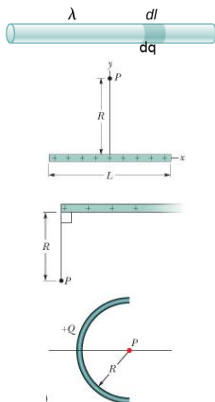
$$\vec{F} = q_0 \vec{E}.$$

۴ اصل برهم نهی

۵ تکنیک المان ها

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

توزیع خطی بار (یک بعدی)



توزیع خطی (یک بعدی) بار الکتریکی: وقتی بار در یک جهت مشخص فضایی گسترش پیدا کرده و گستردگی بار در دو جهت دیگر ناچیز است.

چگالی خطی میانگین بار: $\bar{\lambda} = \frac{Q}{L}$
که در آن Q بار کل و L طولی است که بار در آن پخش شده است.

مثلاً چگالی میانگین بار در پایین ترین شکل برابر است با $\bar{\lambda} = Q/(\pi R)$. چرا؟

چگالی خطی بار در یک نقطه مشخص:

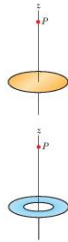
$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \text{or} \quad dq = \lambda dl$$

که در آن dq بار المان و dl طولی المان است. به بالاترین شکل دقت کنید.

واحد چگالی خطی بار در SI $\Leftarrow \Leftarrow C/m$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم و
<https://phys.libretexts.org/>

توزیع سطحی بار (دو بعدی)



۱ توزیع سطحی (دو بعدی) بار الکتریکی: وقتی بار در دو جهت مشخص فضایی گسترش پیدا کرده و گستردگی بار در جهت دیگر ناچیز است.

۲ چگالی سطحی میانگین بار: $\bar{\sigma} = \frac{Q}{A}$ که در آن Q بار کل و A مساحتی است که بار در آن پخش شده است.

• مثلاً چگالی میانگین بار در پایین ترین شکل برابر است

با $\bar{\sigma} = Q / (\pi(R_2^2 - R_1^2))$. چرا؟ (در اینجا

R_1 شعاع داخلی و R_2 شعاع خارجی است .)

۳ چگالی سطحی بار در یک نقطه مشخص:

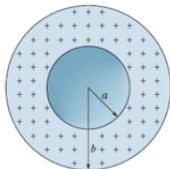
$$\sigma = \frac{dq}{dA} \quad \text{or} \quad dq = \sigma dA$$

که در آن dq بار المان و dA مساحت المان است (شکل بالا).

۴ واحد چگالی سطحی بار (σ) در SI $\Leftarrow \Leftarrow C/m^2$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم و
<https://phys.libretexts.org/>

توزیع حجمی بار (سه بعدی)



۱ توزیع حجمی (سه بعدی) بار الکتریکی: وقتی بار در هر سه جهت فضایی گسترش پیدا کرده است.

۲ چگالی حجمی میانگین بار: $\bar{\rho} = \frac{Q}{V}$
که در آن Q بار کل و V حجمی است که بار در آن پخش شده است.

• مثلاً چگالی حجمی میانگین بار در پایین ترین شکل برابر است با $\bar{\rho} = Q / (\frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3))$ چرا؟

۳ چگالی حجمی بار در یک نقطه مشخص:

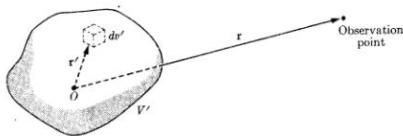
$$\rho = \frac{dq}{dV} \quad \text{or} \quad dq = \rho dV$$

که در آن dq بار المان و dV حجم المان است (شکل بالا).

۴ واحد چگالی حجمی بار (σ) در SI $\Leftarrow \Leftarrow C/m^3$

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

چرایی استفاده از روش المان ها



شکل از ریتز - میلفور

در روش المان ها:

۱ میدان توزیع بارهای یک بعدی را با استفاده از میدان یک بار نقطه ای به دست می آوریم.

۲ میدان توزیع بارهای دو بعدی را با استفاده از میدان توزیع بارهای یک بعدی به دست می آوریم.

۳ میدان توزیع بارهای سه بعدی را با استفاده از میدان توزیع بارهای دو بعدی به دست می آوریم.

به مثال های زیر مراجعه کنید

۱ حل هر مساله الکتروستاتیک را می توان نهایتا به حل یکی از انتگرال های سه گانه

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \int \int_V \int \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}') dV'$$

و یا دو گانه

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \int_A \int \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \sigma(\vec{r}') dA'$$

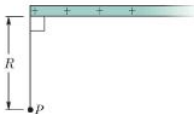
تقلیل داد.

۲ حل چنین انتگرال های دو گانه و سه گانه ای نیاز به ریاضیات پیشرفته ای دارد که در این درس مفروض نیست. بنابراین در اینجا نمی توانیم از این روش استفاده کنیم.

۳ جایگزین $\Leftarrow \Leftarrow \Leftarrow$ روش المان ها.

۴ قدرت روش المان ها در آن است که ما بدون حل انتگرال های دو گانه و سه گانه بالا، جواب مساله را (در مواردی که تقارن به حد کافی موجود باشد) به دست می آوریم.

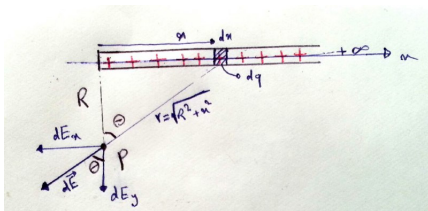
پیدا کردن میدان یک خط بار با استفاده از میدان بار نقطه ای



مثال: در شکل مقابل میله نارسانایی با چگالی بار خطی λ که از سمت راست تا بی نهایت ادامه پیدا می کند را ملاحظه می کنید. با استفاده از الزام دیفرانسیلی میدان، یعنی $dE = Kdq/r^2$ ، مولفه های افقی و عمودی میدان را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

پیدا کردن میدان یک خط بار با استفاده از میدان بار نقطه ای - پاسخ



حال باید با انتگرال گیری از طرفین روابط مربوط به dE_x و dE_y
مقادیر E_x و E_y را بیابیم.

↓↓↓↓↓

ما میدان ناشی از یک میله باردار (یک سر نامتناهی) را نمی دانیم ولی میدان یک بار نقطه ای را از قانون کولن بلد هستیم.

می توانیم با استفاده از شکل نقطه ای قانون کولن + اصل برهمهنی + روش المان ها مساله بالا را حل کنیم.

در شکل مقابل، المان بار بسیار کوچک $dq = \lambda dx$ به طول بسیار کوچک dx را در نظر بگیرید. بنا به مباحث جلسات قبل، اندازه میدان این بار نقطه ای در نقطه مشاهده P برابر است با $dE = Kdq/r^2$ که در آن $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ فاصله نقطه مشاهده تا بار نقطه ای dq می باشد.

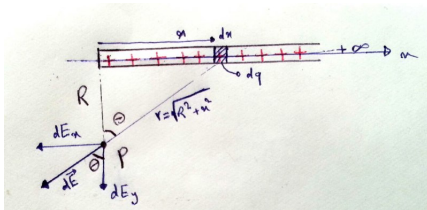
در این مساله، هر دو مولفه E_x و E_y در انتها غیر صفر بدست می آیند. چرا؟

مولفه های المان نیرو در جهت های عمودی و افقی برابرند با

$$dE_x = dE \sin \theta \quad dE_y = dE \cos \theta$$

که در آن با توجه به شکل داریم:

$$\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \quad \cos \theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

پیدا کردن میدان یک خط بار با استفاده از میدان بار نقطه ای - پیدا کردن E_x 

با انتگرال گیری از طرفین رابطه $dE_x = dE \sin \theta$ داریم:

$$\int_0^{E_x} dE_x = \int dE \sin \theta$$

و یا

$$E_x = \int dE \sin \theta$$

حال باید مقادیر dE ، $\sin \theta$ و dq را از صفحه قبل جایگزین کنیم:

$$E_x = K \int_0^{\infty} \frac{\lambda dx}{R^2 + x^2} \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

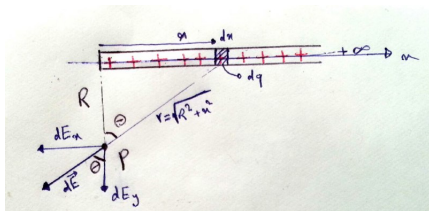
حدود انتگرال نشان دهنده مکان حضور بارهای الکتریکی است.

این انتگرال را می توان به راحتی با تغییر متغیر

$$t = R^2 + x^2 \Rightarrow \frac{dt}{dx} = 2x \Rightarrow dt = 2x dx$$

به صورت زیر حل کرد:

$$E_x = \frac{K\lambda}{2} \int \frac{dt}{t^{\frac{3}{2}}} = \frac{K\lambda}{2} \left[\frac{t^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \right] = -K\lambda \left[t^{-\frac{1}{2}} \right]$$

پیدا کردن میدان یک خط بار با استفاده از میدان بار نقطه ای - پیدا کردن E_x 

طبق معمول، برای پیدا کردن جواب نهایی بهتر است که متغیرها را به حالت اولیه بازگردانیم زیرا حدود انتگرال با استفاده از متغیر x کاملاً واضح است:

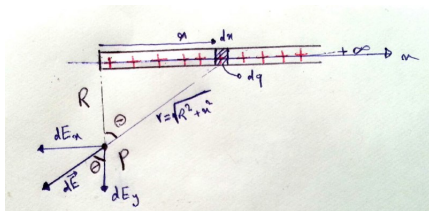
$$E_x = -K\lambda \left[t^{-\frac{1}{2}} \right] = -K\lambda \left[\frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right]_{-\infty}^{\infty}$$

با قرار دادن حدود بالا و پایین انتگرال خواهیم داشت:

$$E_x = -K\lambda \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + \infty^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + 0}} \right)$$

و یا

$$E_x = \frac{K\lambda}{R}$$

پیدا کردن میدان یک خط بار با استفاده از میدان بار نقطه ای- پیدا کردن E_y 

با انتگرال گیری از طرفین رابطه $dE_y = dE \cos \theta$ داریم:

$$\int_0^{E_y} dE_y = \int dE \cos \theta$$

و یا

$$E_y = \int dE \cos \theta$$

حال باید مقادیر dE ، $\cos \theta$ و dq را از صفحات قبل جایگزین کنیم:

انتگرال اخیر را می توان با تغییر متغیر مثلثاتی زیر حل کرد:

$$\tan \theta = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \tan \theta \Rightarrow dx = R(1 + \tan^2 \theta) d\theta$$

با استفاده از این تغییر متغیر داریم:

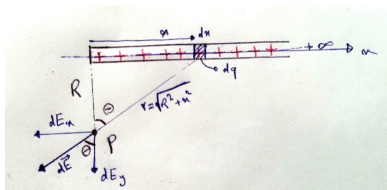
$$E_y = K \lambda R \int_0^{\pi/2} \frac{(1 + \tan^2 \theta) d\theta}{(R^2 + R^2 \tan^2 \theta)^{3/2}} \quad \Downarrow \Downarrow \Downarrow$$

$$E_y = K \int_0^{\infty} \frac{\lambda dx}{R^2 + x^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

و یا

$$E_y = K \lambda R \int_0^{\infty} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

حدود انتگرال نشان دهنده مکان حضور بارهای الکتریکی است.

پیدا کردن میدان یک خط بار با استفاده از میدان بار نقطه ای- پیدا کردن E_y 

سوال: آیا می توانید حدود انتگرال در نتیجه به دست آمده، یعنی

$$E_y = K\lambda R \int_0^{\pi/2} \frac{(1 + \tan^2 \theta) d\theta}{(R^2 + R^2 \tan^2 \theta)^{3/2}}$$

را توضیح دهید؟

انتگرال اخیر را می توان با استفاده از اتحاد $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ باز هم ساده تر کرد:

نکته: اگر نتوانستید حدود انتگرال برحسب متغیر θ را بیابید، همیشه می توانید حدود را به متغیر اولیه، یعنی x ، بازگردانده و مساله را حل کنید.

$$E_y = \frac{K\lambda R}{R^3} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{K\lambda}{R} [\sin \theta]_0^{\pi/2}$$

که با قرار دادن حدود بالا و پایین انتگرال در تابع اولیه داریم:

$$E_y = \frac{K\lambda}{R} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right)$$

$$E_y = \frac{K\lambda}{R} \quad \text{و یا}$$

پیدا کردن میدان یک حلقه باردار



حلقه باردار مقابل، که بار به صورت همگن روی آن توزیع شده است، را در نظر بگیرید.
الف) اگر چگالی خطی بار این حلقه λ باشد، بار جزء بسیار کوچک به طول ds چقدر است؟
ب) میدان بسیار کوچک dE که این بار بسیار کوچک در فاصله z از مرکز حلقه ایجاد میکند چقدر است؟
پ) میدان کل را با انتگرال گیری بیابید.

پاسخ الف)

$$\lambda = \frac{dq}{ds} \Rightarrow dq = \lambda ds$$

شکل از فیزیک هالیدی.

$$|d\vec{E}| = \frac{Kdq}{r^2} \quad \text{پاسخ ب)}$$

پیدا کردن میدان یک حلقه باردار- پاسخ

پاسخ پ)



با توجه به تقارن شکل مقابل واضح است که فقط مولفه میدان در راستای محور z غیر صفر خواهد بود و مولفه های میدان عمود بر محور z صفرند. برای درک این نکته کافی است دقت کنیم که به ازای هر المان به طول ds که در شکل نشان داده شده است، المان دیگری با همان طول در طرف مقابل وجود دارد. میدان المان اخیر مولفه ای در جهت مثبت محور z دارد و بنابراین میدان کل را در این راستا تقویت می کند؛ هرچند، مولفه عمود بر محور z آن دقیقاً در جهت عکس المان اول خواهد بود. برای پیدا کردن dE_z توجه می کنیم که

$$dE_z = dE \cos \theta = K \frac{dq}{R^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

و یا

$$dE_z = K \frac{\lambda ds}{R^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

برای پیدا کردن میدان کل توجه می کنیم که تنها متغیر در این دیفرانسیل ds می باشد (چرا؟).

شکل از فیزیک هالیدی.

پیدا کردن میدان یک حلقه باردار- پاسخ



پاسخ پ)

بنابراین، با انتگرال گیری از طرفین رابطه اخیر داریم:

$$\int_0^{E_z} dE_z = \frac{K\lambda z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^s ds$$

و یا

$$E_z = \frac{K\lambda z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} s.$$

در اینجا s به معنی مجموع (انتگرال) تک تک المان های بسیار کوچک ds است؛ یعنی محیط دایره $s = 2\pi R$.
از طرفی بار کل حلقه برابر است با $Q = 2\pi R\lambda = s\lambda$. بنابراین

$$E_z = \frac{KQz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

سوال: رفتار میدان در $z \rightarrow 0$ و $z \rightarrow \infty$ ؟

شکل از فیزیک هالیدی.

حال با استفاده نتیجه این مساله یک بعدی، یک مساله دو بعدی را حل خواهیم کرد .

پیدا کردن میدان یک دیسک (قرص) باردار



شکل از فیزیک هالیدی.

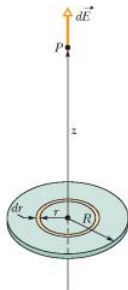
سوال: دیسک مقابل به صورت همگن باردار شده است. میدان این دیسک را در نقطه P ، به فاصله z از مرکز دیسک، بیابید. چگالی سطحی بار دیسک برابر σ می باشد.

پاسخ: همانطور که در بالا اشاره شد، حل مستقیم چنین مساله ای مستلزم حل انتگرال های دوبعدی است. حل این انتگرال ها در دستگاه مختصات استوانه ای کمی آسانتر، ولی به هر حال، دشوار است.

بهترین راه برای حل چنین مساله ای استفاده از روش المان هاست. بدین منظور توجه می کنیم که:

یک دیسک را می توان به صورت مجموعه ای از المان های حلقه مانند در نظر گرفت. ما میدان حلقه را می دانیم (مثال قبل)؛ بنابراین، می توانیم میدان دیسک را نیز بیابیم. ▽

پیدا کردن میدان یک دیسک باردار- پاسخ



شکل از فیزیک هالیدی.

دقت کنیم که میدان حلقه فقط در جهت z است؛ بنابراین، میدان دیسک نیز (به عنوان مجموعه ای از حلقه ها) فقط در جهت z خواهد بود.

دیسک مورد نظر را به تعداد زیادی حلقه هم مرکز تجزیه می کنیم. یکی از این المان های حلقه، به شعاع r و ضخامت dr ، در شکل مقابل نشان داده شده است. در مثال قبل دریافتیم که میدان یک حلقه به شعاع R و بار کل Q در فاصله z برابر است با:

$$E_z = \frac{KQz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

بنابراین، میدان حلقه المانی روبه رو به شعاع r و بار دیفرانسیلی dq در فاصله z برابر است با:

$$dE_z = \frac{K dq z}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

یعنی از جایگذاری های زیر استفاده کرده ایم:

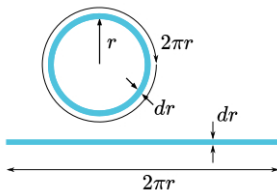
$$Q \Rightarrow dq \quad \text{and} \quad R \Rightarrow r$$

در اینجا

$$dq = \sigma dA$$

که σ چگالی سطحی بار و dA مساحت حلقه است.

پیدا کردن میدان یک دیسک باردار- پاسخ

سوال: مساحت حلقه dA چقدر است؟

روش اول: اگر مانند شکل مقابل حلقه را بریده و آن را باز کنیم، میبینیم که حلقه به مستطیلی به طول $2\pi r$ و عرض dr تبدیل می شود؛ بنابراین

$$dA = 2\pi r dr$$

روش دوم: مساحت حلقه برابر است با مساحت دایره بزرگتر به شعاع $r + dr$ منهای مساحت دایره کوچکتر به شعاع r ؛ یعنی

$$dA = \pi [(r + dr)^2 - r^2] \simeq 2\pi r dr$$

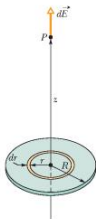
تمرین: رابطه اخیر را اثبات کنید.
حال با دانستن dA می توانیم از طرفین رابطه

$$dE_z = \frac{K \sigma dA z}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

انتگرال بگیریم ↓↓↓

شکل از <https://spinningnumbers.org/>

پیدا کردن میدان یک دیسک باردار- پاسخ



$$\int_0^R E_z dE_z = \int_0^R \frac{K \sigma \pi r dr z}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

و یا

$$E_z = K \sigma \pi z \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

در یکی از مثال های بالا دیدیم که این نوع انتگرال را می توان با تغییر متغیر

$$t = r^2 + z^2 \Rightarrow dt = 2r dr$$

حل کرد. نتیجه به صورت زیر است:

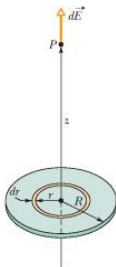
$$E_z = K \sigma \pi z \int \frac{dt}{t^{3/2}} = K \sigma \pi z \left[\frac{t^{-1/2}}{-1/2} \right] \\ = -2 K \sigma \pi z \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right]_0^R$$

شکل از فیزیک هالیدی.

با جایگذاری حدود انتگرال داریم:

$$E_z = 2 K \sigma \pi z \left(\frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

$$\sigma = \frac{q}{\pi R^2} \quad \text{در اینجا}$$

رفتار میدان دیسک در فواصل خیلی کم از مرکز دیسک $z \rightarrow 0$ 

برای پیدا کردن رفتار میدان دیسک در فواصل خیلی کم از مرکز دیسک، یعنی $z \rightarrow 0$ ، باید حد زیر را پیدا کنیم:

$$\lim_{z \rightarrow 0} E_z = \lim_{z \rightarrow 0} 2 K \sigma \pi \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) = 2 K \sigma \pi$$

و یا، با توجه به رابطه ثابت کولن و ثابت گذردهی خلا $K = 1/4\pi\epsilon_0$ داریم:

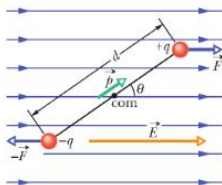
$$\lim_{z \rightarrow 0} E_z = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

در بحث مربوط به قانون گوس خواهیم دید که چنین رفتاری برای تمام صفحات صادق است.

شکل از فیزیک هالیدی.

تمرین: نشان دهید که میدان در نقاط بسیار دور، یعنی $R \gg z$ ، متناسب با $1/z^2$ تغییر می‌کند (راهنمایی: بسط دو جمله ای).

گشتاور وارده بر دوقطبی در میدان الکتریکی



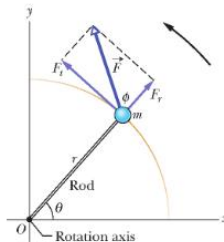
شکل از فیزیک هالیدی.

گشتاور وارده بر دوقطبی در میدان الکتریکی:

$$\tau = -\frac{d}{2} F \sin \theta - \frac{d}{2} F \sin \theta = -qd E \sin \theta$$

$$\tau = -p E \sin \theta \Rightarrow \vec{\tau} = -\vec{p} \times \vec{E}$$

گردش دوقطبی در جهت عقربه های ساعت، و بنا به قرارداد فصل ۱۰، منفی است.



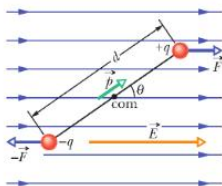
شکل از فیزیک هالیدی.

یادآوری گشتاور (فصل ده):

بردار گشتاور: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ اندازه بردار گشتاور: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \theta$

راستای بردار گشتاور بر دو بردار $\vec{r}$ و $\vec{F}$ عمود بوده و جهت آن با استفاده از قاعده دست راست معلوم می شود.

انرژی پتانسیل دوقطبی در میدان الکتریکی



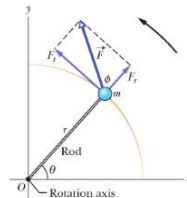
شکل از فیزیک هالیدی.

انرژی پتانسیل دوقطبی در میدان الکتریکی:

$$\Delta U = -W = \int_{\theta_0}^{\theta} \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = \int_{\theta_0}^{\theta} pE \sin \theta d\theta$$

$$\Delta U = -pE \cos \theta = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

نکته اصلی: دوقطبی تمایل دارد با میدان همراستا شود.



شکل از فیزیک هالیدی.

یادآوری کار و انرژی پتانسیل در حالت دورانی:

کار در حالت دورانی:

$$dW = \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} \Rightarrow W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta}$$

انرژی پتانسیل در حالت دورانی: $\Delta U = -W$

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید خصوصیات میدان توزیع بارهای پیوسته، نکات اصلی روش المان ها و رفتار دوقطبی در میدان الکتریکی را بیان کنید. یعنی:

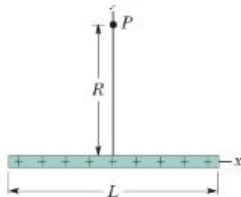
- ❶ چرا از روش المان ها استفاده می کنیم؟
- ❷ پاسخ: تجزیه مسائل پیچیده (و به ظاهر لاینحل) به مسائل ساده تر، کوچکتر و قابل حل (ایده دکارت در کتاب "گفتار").
- ❸ المان در توزیع بارهای یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی چگونه انتخاب می شود؟
- ❹ رفتار میدان توزیع بارهای پیوسته در فواصل بسیار نزدیک و بسیار دور چگونه تحلیل می شود؟
- ❺ یک دوقطبی در میدان الکتریکی چگونه رفتار می کند؟

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل مسائل زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین



انتگرال گیری مستقیم میدان:

الف) در شکل مقابل میدان ناشی از میله ای به طول L و بار کل q ، که به صورت همگن روی آن توزیع شده است، را در فاصله R از مرکز میله بیابید.

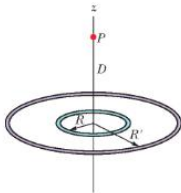
ب) نشان دهید که در فواصل بسیار زیاد، $R \gg L$ ، رفتار میدان به صورت $1/R^2$ تغییر می کند.

پ) نشان دهید که اگر طول میله بی نهایت باشد، $L \rightarrow \infty$ ، آنگاه میدان از رابطه

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

به دست می آید که در آن λ بار بر واحد طول است.

تمرین



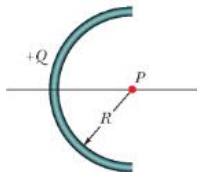
در شکل مقابل
شعاع حلقه خارجی سه برابر حلقه داخلی است؛ یعنی $R' = \frac{1}{3}R$ ،
و میدان در نقطه P به فاصله D روی محور z صفر است.

اگر بار حلقه داخلی برابر $+Q$ باشد، مقدار و علامت بار حلقه خارجی
را بدست آورید.

راهنمایی: میدان یک حلقه به شعاع R ، بار q و به فاصله z برابر است با

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

تمرین



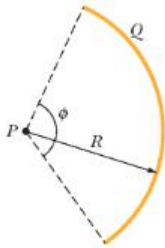
انتگرال گیری مستقیم میدان:

در شکل مقابل بار کل نیمدایره برابر $+Q$ می باشد که به صورت یکنواخت روی آن پخش شده است.

الف) بار خطی بسیار کوچک dq را روی نیمدایره فرض کنید. میدان بسیار کوچک این بار دیفرانسیلی در نقطه P را بیابید.

ب) با انتگرال گیری از نتیجه قسمت قبل، میدان های کل در جهت افقی و عمودی را بیابید.

تمرین



انتگرال گیری مستقیم میدان:

در شکل مقابل بار کل این کمان (به طول $s = R\phi$) از دایره برابر $+Q$ می باشد که به صورت یکنواخت روی آن پخش شده است.

الف) بار خطی بسیار کوچک dq را روی نیمدایره فرض کنید. میدان بسیار کوچک این بار دیفرانسیلی در نقطه P را بیابید.

ب) با انتگرال گیری از نتیجه قسمت قبل، میدان های کل در جهت افقی و عمودی را بیابید.

پ) رفتار میدان در فواصل بزرگ R و همچنین $\phi \rightarrow 0$ را تحلیل کنید.

مبحث بعدی: قانون گوس

اگر مساله مورد نظر در الکتروستاتیک به اندازه کافی تقارن داشته باشد، می توان به جای روش های پیچیده انتگرال گیری از قانون گوس استفاده کرد. در دو جلسه بعدی به قانون گوس می پردازیم.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما