

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل دهم: قانون القای فارادی

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

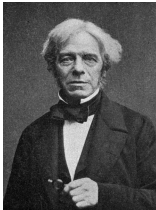
h.shenavar@gmail.com

● ۱ فصل دهم: قانون القای فارادی

● شار مغناطیسی

- قانون القای فارادی

قانون القای فارادی



هرگاه میزان شار مغناطیسی که از یک مدار بسته می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییرات شار مغناطیسی متناسب است:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

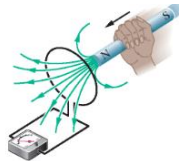
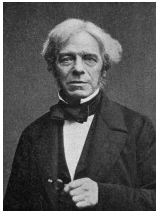
این پدیده را قانون القای فارادی نامیده و در این جلسه بررسی می‌کنیم.

برای فهم قانون القای فارادی باید مفاهیم شار مغناطیسی، حلقه (مدار) بسته، نیروی محرکه القایی و دلایل تغییر شار مغناطیسی را به خوبی بشناسیم.

همچنین باید مفهوم علامت منفی در سمت راست قانون القای فارادی را به درستی درک کنیم ⇐ قانون لنز.

شکل‌ها از ویکی‌پدیا.

آزمایش های فارادی، هنری و لنز برای تعیین القا



فرض کنید که یک آهنربای میله ای و یک حلقه متصل به آمپرتر داریم. در این

صورت آزمایش های این سه نفر نشان داده اند که:

۱- فقط در صورتی در آمپرتر جریان بوجود می آید که حرکت نسبی بین آهنربا و حلقه داشته باشیم.

۲- حرکت سریع تر باعث جریان بزرگتر می شود.

۳- اگر حرکت قطب شمال آهنربا به سمت حلقه باعث یک جریان ساعتگرد شود،

آنگاه با دور شدن قطب شمال آهنربا باعث یک جریان پادساعتگرد می شود. اگر

از قطب جنوب آهنربا استفاده کنیم جهت جریان ها بر عکس می شود.

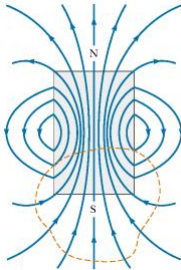
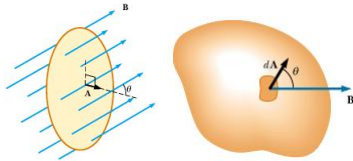
این دو فیلم از آزمایش القا را ببینید.

می خواهیم نشان دهیم که می توان این مشاهدات را در یک قالب دقیق ریاضیاتی

(قانون القای فارادی) توصیف کرد.

از بالا سمت راست (پادساعتگرد): لنز، فارادی و
هنری. شکل ها از ویکی پدیا.

شار میدان مغناطیسی



شکل ها از مبانی فیزیک .

شار میدان مغناطیسی: تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از هر سطح را شار میدان مغناطیسی گذرنده از آن سطح می نامیم:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

به شباهت این تعریف به تعریف شار میدان الکتریکی، یعنی $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$ دقت کنید.

اگر میدان مغناطیسی ثابت باشد و راستای آن نسبت به سطح مورد نظر هم تغییر نکند، آنگاه شار میدان مغناطیسی برابر

$$\Phi_B = AB \cos \theta$$

خواهد بود. در اینجا θ زاویه بین دو بردار $\vec{B}$ و $\vec{A}$ می باشد. واحد شار مغناطیسی وبر نام دارد: $1 Wb = 1 Tm^2$.

یادآوری قانون گوس در مغناطیس: شار مغناطیسی گذرنده از هر سطح "بسته" برابر صفر است:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

یعنی، تک قطبی مغناطیسی، یا همان بار مغناطیسی، وجود ندارد.

دقت کنید که شار مغناطیسی گذرنده از سطوح باز می تواند غیر صفر باشد.

تغییر در شار مغناطیسی Φ_B نسبت به زمان باعث القای میدان الکتریکی می شود.

اندازه نیروی محرکه القایی



(a)



(b)



(c)

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی .

اندازه نیروی محرکه القایی در یک مدار برابر است با آهنگ تغییر در شار مغناطیسی نسبت به زمان:

$$|\mathcal{E}| = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$$

در اینجا نیروی محرکه القایی برابر است با انتگرال میدان الکتریکی روی حلقه بسته مورد نظر؛ یعنی

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

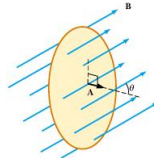
اگر حلقه مورد نظر N دور داشته باشد، آنگاه میزان نیروی محرکه القایی نیز N برابر می شود:

$$|\mathcal{E}| = N \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right|$$

حالت بسیار ساده زیر را در نظر بگیرید. برای این شکل داریم:

$$|\mathcal{E}| = \frac{d}{dt} (AB \cos \theta)$$

یعنی سه چیز می تواند عامل القا باشد: تغییر در میدان مغناطیسی، تغییر در اندازه سطح و تغییر در زاویه بین این دو.



جهت نیروی محرکه القایی و قانون لنز



(a)



(b)



(c)

قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی: شار میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی به صورتی است که با تغییر شار عامل القا مقابله می کند. شکل مقابل را ببینید.

بنابراین، با استفاده از دو نکته اخیر می توان شکل نهایی قانون القای فارادی را به صورت

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

نوشت که در آن علامت منفی نشان دهنده قانون لنز است.

دقت کنید که حرکت نسبی حلقه و آهنربا اهمیت دارد. یعنی اگر حلقه را به آهنربا نزدیک کنیم، باز هم جریان القایی بوجود خواهد آمد.

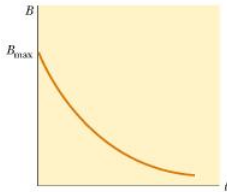
دقت کنید که در قانون القای فارادی،

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

نیروی محرکه القایی $\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ بر روی یک حلقه بسته اندازه گیری می شود، در حالی که شار مغناطیسی $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ روی یک سطح باز محاسبه می شود. حلقه بسته در سمت چپ این قانون، مرز سطح در سمت راست آن است.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی .

مثال



مثال: حلقه ای در قسمتی از فضا قرار دارد و یک میدان مغناطیسی وابسته به زمان نیز در همان ناحیه موجود است. وابستگی زمانی این میدان مغناطیسی نمایی است

$$B = B_{max} e^{-at}$$

که در آن B_{max} بیشینه میدان است و پارامتر a آهنگ تغییر میدان را تعیین می کند. میدان مغناطیسی بر صفحه شامل حلقه عمود است. نیروی محرکه القایی در حلقه را به عنوان تابعی از زمان بیابید.

از آنجایی که $\vec{B}$ ، $\vec{A}$ و θ تغییر نمی کنند داریم:

$$\Phi_B = BA \cos \theta = AB_{max} e^{-at}$$

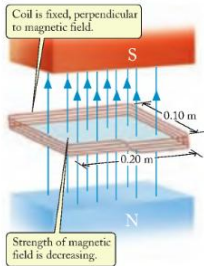
بنابراین، نیروی محرکه القایی، که برابر با تغییر در شار گذرنده از حلقه می باشد، برابر است با:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \Phi_B = -\frac{d}{dt} (AB_{max} e^{-at}) = -aAB_{max} e^{-at}$$

دقت کنید که بیشترین نیروی محرکه القایی در زمان $t = 0$ رخ می دهد.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی .

مثالی از القا



شکل از اوهانیان.

یک سیم پیچ به ابعاد $0.1 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ شامل 150 دور سیم است. مقاومت این سیم پیچ 5Ω می باشد. این سیم پیچ در حد واسط قطب های یک آهنربای الکتریکی با میدان مغناطیسی B قرار گرفته است. فرض کنید که وقتی مغناطیس را خاموش می کنیم اندازه میدان مغناطیسی با آهنگ 20 تسلا بر ثانیه کاهش می یابد. در این صورت نیروی محرکه القا شده چقدر است؟ جهت و اندازه جریان حاصله چقدر است؟

مقدار نیروی محرکه القا شده بنا به قانون القای فارادی برابر است با

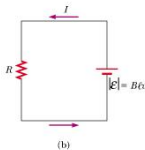
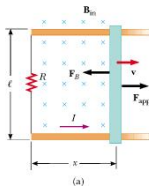
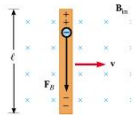
$$|\mathcal{E}| = N \frac{d\Phi_B}{dt} = N A \frac{dB}{dt} = 150 \times (0.2 \times 0.1) 20 = 60 \text{ V}$$

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{60}{5} = 12 \text{ A}$$

اندازه جریان:

جهت جریان، با توجه به قانون لنز، و قانون دست راست، پادساعتگرد است.

القای نیروی محرکه در اثر حرکت



شکل بالا: اگر سیم رسانایی در یک میدان مغناطیسی حرکت کند، نیروی مغناطیسی وارده به حامل های بار رسانا باعث می شود که بارهای مثبت و منفی کمی تفکیک شوند تا بارها تحت تاثیر نیروهای الکتریکی و مغناطیسی به حالت تعادل برسند. در حالت تعادل بین این دو نیرو داریم

$$qE = qvB \Rightarrow E = vB$$

شکل وسط: اگر رسانا به حلقه ای متصل شود، آنگاه جریان الکتریکی برقرار می شود. در این حالت، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه مورد نظر برابر است با

$$\Phi_B = Blx$$

بنابراین، با استفاده از قانون القای فارادی می توان نوشت:

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Phi_B = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{d}{dt}(x) = -Blv$$

با توجه به اینکه $\mathcal{E} = El$ می بینیم که نتیجه یکسانی برای رابطه بین میدان های مغناطیسی و الکتریکی به دست می آید؛ یعنی از هر دو روش به دست می آوریم: $E = vB$.

جریان برقرار شده در حلقه، در اثر القا، برابر است با

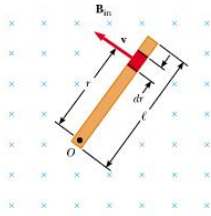
$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

که در آن R مقاومت کل حلقه است.

قانون لنز: جهت جریان به صورتی است که با افزایش شار مغناطیسی مخالفت می کند.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

مثال دیگری از القای نیروی محرکه در اثر حرکت



مثال: میله رسانایی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گرفته و با سرعت زاویه ای ω در حال دوران حول یک انتهای خود می باشد. نیروی محرکه الکتریکی بین دو سر میله را محاسبه کنید.

پاسخ: شار مغناطیسی گذرنده از یک سطح بسیار کوچک با مساحت $dx dr$ برابر است با

$$d\Phi_B = B dx dr$$

که در آن dx المان جابه جایی در جهت سرعت است.

بنابراین، المان نیروی محرکه القایی برابر است با

$$d\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} \Phi_B = B dr \frac{dx}{dt} = B v dr$$

که در آن $v = r\omega$ سرعت دوران در شعاع r می باشد.

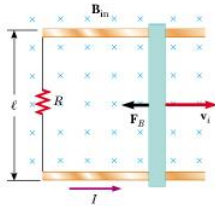
برای پیدا کردن اختلاف پتانسیل کل القایی باید از نتیجه بالا انتگرال بگیریم:

$$\mathcal{E} = \int d\mathcal{E} = \int B v dr = B \omega \int_0^l r dr = \frac{B}{2} \omega l^2$$

سوال: تجمع بار منفی در کدام سمت میله بیشتر خواهد بود؟

شکل از مبانی فیزیک هالیدی .

مثال: تحلیل حرکت رسانا در میدان مغناطیسی



مثال: میله ای به جرم m با سرعت اولیه v_0 به حرکت در آورده می شود. حرکت این میله را تحلیل کرده و سرعت آن در هر لحظه از زمان را بیابید.

پاسخ: می دانیم که در اثر القا جریانی به اندازه $I = Blv/R$ در میله القا می شود. جهت جریان، با استفاده از قانون لنتز به دست آمده و در شکل نشان داده شده است. از طرفی، حالا میله شامل جریان است و در میدان مغناطیسی قرار دارد. بنابراین، حتماً به این میله یک نیروی مغناطیسی وارد می شود. اندازه این نیروی مغناطیسی برابر است با

$$m \frac{dv}{dt} = F = -IlB = -\frac{B^2 l^2}{R} v$$

با تفکیک متغیرها می توان معادله اخیر را حل کرد:

$$\frac{dv}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR} dt \Rightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 l^2}{mR} \int_0^t dt$$

$$[\ln v]_{v_0}^v = -\frac{B^2 l^2}{mR} [t]_0^t$$

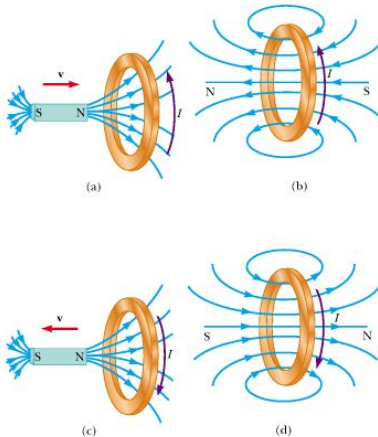
اگر زمان مشخصه τ را به صورت $\tau = mR/B^2 l^2$ تعریف کنیم، آنگاه داریم

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

جریان الکتریکی هم به صورت نمایی کاهش می یابد.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

دوباره قانون لنز

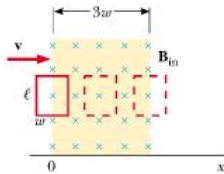


قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی: شار میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی به صورتی است که با تغییر شار عامل القا مقابله می‌کند. شکل مقابل را ببینید.

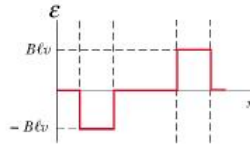
شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین: گذر یک حلقه از یک میدان مغناطیسی ثابت

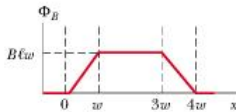
تمرین: نشان دهید که با گذر یک حلقه از یک میدان مغناطیسی ثابت مقادیر شار مغناطیسی، اختلاف پتانسیل القایی و نیروی مغناطیسی وارده به صورت های نشان داده شده تغییر می کنند.



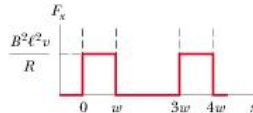
(a)



(c)



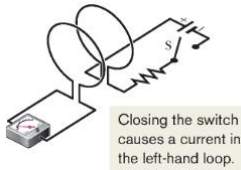
(b)



(d)

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

عوامل دیگر القا



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

دقت کنید که القا فقط در اثر حرکت نسبی آهنربا و حلقه بوجود نمی آید بلکه هر نوع تغییر شار مغناطیسی می تواند باعث القا شود.

القا می تواند حتی بدون حضور آهنربا رخ دهد. مثلا در شکل مقابل، با وصل شدن کلید در مدار سمت راست، مقدار شار مغناطیسی گذرنده از حلقه سمت چپ افزایش یافته و بنابراین جریانی القا می شود.

همچنین با قطع شدن کلید در مدار سمت راست، مقدار شار مغناطیسی گذرنده از حلقه سمت چپ کاهش یافته و بنابراین جریانی (در جهتی مخالف مورد قبل) القا می شود.

تمرین: با استفاده از قانون لنز، جهت جریان های القایی در هر دو حالت را به دست آورید.

این پدیده را القای متقابل می نامند. ما این موضوع را در درس حاضر بحث نخواهیم کرد هرچند در فصل های آینده بحث " خودالقایی " را بررسی می کنیم.

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم قانون القای فارادی را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ شار مغناطیسی را تعریف کنید و رابطه معرف آن را بنویسید.
- ۲ قانون گوس در مغناطیس را توضیح دهید. این قانون به چه پدیده ای اشاره دارد؟
- ۳ قانون القای فارادی را بنویسید.
- ۴ قانون لنز را توضیح دهید.
- ۵ علامت منفی در سمت راست قانون القای فارادی چه پیامدی دارد؟
- ۶ سه عامل اصلی تغییر در شار مغناطیسی، و بنابراین القا، را نام ببرید.
- ۷ اگر حلقه مورد استفاده در پدیده القا چندین دور داشته باشد، مقدار نیروی محرکه الکتریکی چطور تغییر می کند؟
- ۸ نیروی محرکه الکتریکی چطور در اثر حرکت نسبی آهنربا و حلقه بوجود می آید؟
- ۹ القای متقابل بین دو مدار الکتریکی را توضیح دهید.

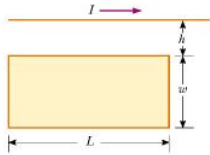
اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین

شار مغناطیسی:



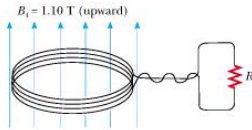
در شکل مقابل، جریان I در سیم بلند نشان داده شده، در اطراف خود یک میدان مغناطیسی ایجاد می کند. شار مغناطیسی ناشی از این جریان را در حلقه مستطیلی نشان داده شده در شکل بیابید. سیم و حلقه در یک صفحه قرار دارند.

راهنمایی: المان گیری.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

نیروی محرکه القایی میانگین:

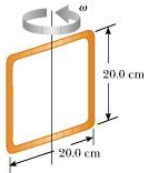


شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

حلقه مقابل شامل ۱۰۰ دور سیم مسی و با مساحت 200 cm^2 می باشد. در ابتدا میدان مغناطیسی 1 T به سمت بالا و عمود بر صفحه حلقه داریم. سپس میدان مغناطیسی در زمان مشخصی کاملاً برعکس می شود (با همان مقدار 1 T). اگر مقاومت موجود در حلقه برابر 10Ω باشد، میزان بار کل گذرنده از حلقه در طی برعکس شدن میدان مغناطیسی را بیابید.

تمرین

نیروی محرکه القایی توسط میدان مغناطیسی زمین:

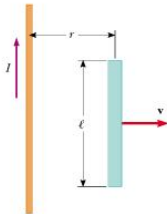


یک حلقه مربعی به طول ۲۰ سانتی متر شامل ۱۰۰ دور سیم می باشد که به صورت عمودی قرار گرفته است. حلقه با سرعت زاویه ای $\omega = ۱۵۰۰ \text{ rev/min}$ در حال دوران است. در مکان این حلقه، اندازه مولفه افقی میدان مغناطیسی برابر با $۲ \times ۱۰^{-۵} \text{ T}$ می باشد. بیشینه emf القا شده توسط میدان مغناطیسی زمین را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

نیروی محرکه القایی:



میله رسانایی به طول l با سرعت v عمود بر راستای یک سیم مستقیم بلند از آن دور می شود. سیم شامل جریان I می باشد. شکل را ببینید.

الف) نشان دهید که نیروی محرکه القا شده بین دو سر رسانا برابر است با

$$|\mathcal{E}| = \frac{\mu_0 v I}{2\pi r} l$$

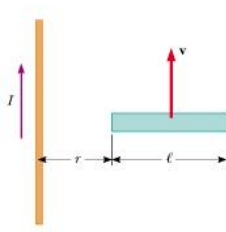
ب) توضیح دهید که بارهای منفی در کدام سر رسانا جمع می شوند.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

نیروی محرکه القایی:

$$|\mathcal{E}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} v \ln\left(1 + \frac{\ell}{r}\right)$$



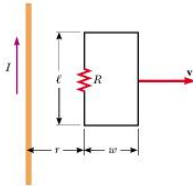
میله رسانایی به طول l با سرعت v به موازات یک سیم مستقیم بلند حرکت می کند. سیم شامل جریان I می باشد. شکل را ببینید.

الف) نشان دهید که نیروی محرکه القا شده بین دو سر رسانا برابر با عبارتی است که در شکل آمده است.

ب) توضیح دهید که بارهای منفی در کدام سر رسانا جمع می شوند.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین



نیروی محرکه القایی در اثر حرکت:

جریان الکتریکی در حلقه مقابل را بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

مبحث بعدی: قوانین شگفت انگیز ماکسول

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gauss's law

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

Gauss's law in magnetism

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Faraday's law

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampère–Maxwell law

شکل از مبانی فیزیک.

در جلسه بعد موارد دیگری از القا را بررسی می کنیم و سپس صورت کلی معادلات ماکسول را جمع بندی می کنیم. این معادلات (به علاوه نیروی لورنتز و نسبیت خاص) اساس توصیف پدیده های الکترومغناطیسی هستند و طیف بسیار گسترده ای از پدیده ها را توصیف می کنند. در واقع معادلات ماکسول در توصیف تمام پدیده های روزمره، علمی و فنی (به جز گرانش) سهم دارند. این معادلات، در ریز مقیاس فیزیک، ذرات تشکیل دهنده ماده را به دقت پیش بینی کرده و در بزرگ مقیاس، تابش زمینه کیهانی و توزیع ماده در جهان را به دست می دهند.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما