

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل نهم: میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

h.shenavar@gmail.com

۱ فصل نهم: میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

● قانون آمپر

یادآوری

یکی از مهم ترین مسائل مطرح در نظریه الکترومغناطیس، یافتن میدان مغناطیسی ناشی از جریان های الکتریکی است. مانند مورد پیدا کردن میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع بار، در اینجا نیز دو راه داریم:

نخست: استفاده از قانون بیو-ساوار برای یافتن میدان مغناطیسی هر توزیع جریان دلخواه:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

قانون بیو-ساوار را در جلسه قبل بررسی کردیم.

دوم: استفاده از قانون آمپر

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in}$$

برای مواردی که به اندازه کافی تقارن دارند. این قانون را در اینجا مطالعه خواهیم کرد.

نقش قانون بیو-ساوار در مغناطیس مانند نقش قانون کولن در الکتروستاتیک است در حالی که نقش قانون آمپر مشابه قانون گوس است.

ثابت μ_0 ثابت تراوایی مغناطیسی خلاء نام دارد و مقدار آن در سیستم یکاهای بین المللی SI برابر است با:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T m}{A}$$

ثابت های μ_0 و ϵ_0 به سرعت نور مرتبط هستند: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$



شکل از مبانی فیزیک و اوهانیان.

آندره-ماری آمپر



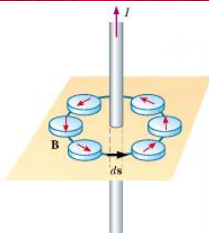
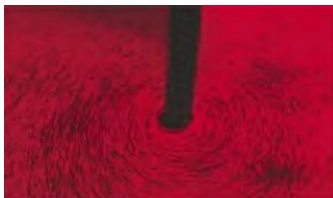
آندره-ماری آمپر (۲۰ ژانویه ۱۷۷۵ – ۱۰ ژوئن ۱۸۳۶ میلادی) ریاضیدان و فیزیک‌دان فرانسوی، و یکی از مبدعان اصلی نظریه الکترومغناطیس بود. واحد جریان الکتریکی در سیستم SI به افتخار او نامگذاری شده‌است.

شکل کامل تر قانون آمپر بعدها توسط ماکسول ارائه شد و به همین دلیل قانون آمپر-ماکسول نامیده می شود. قانون آمپر-ماکسول را بعدها در نظر خواهیم گرفت.



شکل ها از ویکی پدیا و مبانی فیزیک .

بیان قانون آمپر



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی .

بیان قانون آمپر: انتگرال میدان مغناطیسی روی یک " حلقه " بسته (یعنی $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$) برابر است با جریان الکتریکی درون آن حلقه (یعنی I_{in}) بسته ضربدر ثابت تراوایی مغناطیسی:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in}$$

این قانون، با داشتن میدان مغناطیسی، مقدار جریان محصور در حلقه آمپری را به ما می دهد. ولی ما می خواهیم برعکس عمل کنیم؛ یعنی، با داشتن مقدار جریان محصور در حلقه آمپری، اندازه میدان مغناطیسی را بیابیم. برای استفاده از قانون آمپر به نکات زیر توجه کنید:

کمیت $d\vec{s}$ المان طول است. همچنین،

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds \cos \phi$$

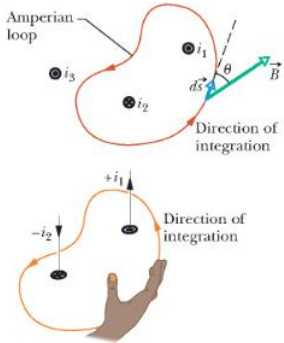
که در آن ϕ زاویه بین دو بردار $\vec{B}$ و $d\vec{s}$ می باشد.

حلقه آمپری را طوری انتخاب می کنیم که مقدار میدان مغناطیسی روی تمام نقاط آن حلقه یکسان باشد. و یا اینکه مقدار میدان مغناطیسی روی قسمتی از حلقه ثابت بوده و روی بقیه نقاط صفر باشد. تنها در این صورت است که می توانیم میدان مغناطیسی را به عنوان یک ثابت از زیر انتگرال خارج کنیم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds$$

حلقه آمپری موجودی یک بعدی است. سطح گوسی موجودی دو بعدی است.

روش استفاده از قانون آمپر



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی .

فقط و فقط جریان های درون حلقه آمپری بر نتیجه به دست آمده از قانون آمپر موثر هستند. جریان های خارج از حلقه آمپری بی تاثیرند. مثلاً، در شکل بالا، جریان i_3 خارج از حلقه آمپری است و بنابراین تاثیری بر نتیجه به دست آمده از قانون آمپر ندارد.

جهت پیمایش حلقه آمپری، یعنی جهت $d\vec{s}$ ، کاملاً دلخواه است.

قرارداد برای تعیین علامت جریان ها درون حلقه آمپری: انگشتان دست راست را در جهتی نگه می داریم که مسیر بسته پیموده می شود (یعنی انگشتان دست راست باید در جهت $d\vec{s}$ باشند).

آنگاه، جریان هایی که در جهت انگشت شست قرار می گیرند مثبت و جریان های در خلاف جهت انگشت شست منفی هستند. شکل پایینی را ببینید. در این شکل، جریان i_1 مثبت فرض شده و جریان i_2 منفی است.

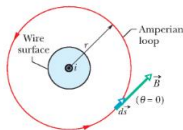
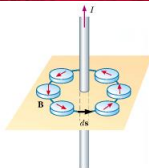
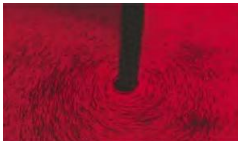
در شکل پایین، می توان قانون آمپر را به صورت زیر نوشت:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in} \quad \Rightarrow \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 (i_1 - i_2)$$

با استفاده از تعداد بسیار محدودی از تقارن ها می توان قانون آمپر را حل کرده و میدان مغناطیسی را به دست آورد. این تقارن ها را در زیر در نظر می گیریم.

برای مسائلی که به اندازه کافی تقارن ندارند باید از قانون بیو-ساوار استفاده کنیم. با وجودی که مسائل محدودی را می توان با استفاده از قانون آمپر حل کرد، این قانون دید شهودی بسیار خوبی از رفتار میدان مغناطیسی به دست می دهد.

مثال از قانون آمپر: میدان مغناطیسی خارج یک سیم طویل



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی .

سیم مستقیم طولی را در نظر بگیرید که شامل جریان I است. همانطور که در شکل بالا نشان داده شده است، میدان مغناطیسی ناشی از این سیم با دایره هایی هم مرکز نشان داده می شود. بنابراین، باید حلقه آمپری را نیز با دایره های هم مرکز (خارج از سیم) نشان دهیم تا بتوان میدان را از زیر انتگرال خارج کرد. دو شکل پایین را ببینید. شکل وسط نمای جانبی و شکل پایین مقطع عمودی سیم را نشان می دهد.

فرض می کنیم که مولفه طولی حلقه آمپری، یعنی $d\vec{s}$ جهت پادساعتگرد داشته باشد؛ در واقع این المان را همجهت با میدان فرض کرده ایم. برای سمت چپ قانون آمپر داریم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos 0 = B \oint ds = B (2\pi r)$$

سمت راست قانون آمپر نیز شامل جریان درون حلقه آمپری است که به صورت $I_{in} = I$ نوشته می شود.

با بازنویسی دو طرف قانون آمپر داریم

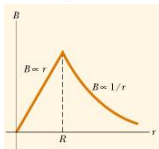
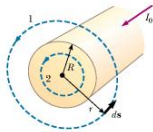
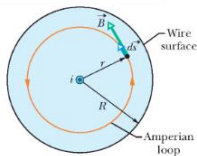
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in} \Rightarrow B (2\pi r) = \mu_0 I$$

بنابراین، میدان خارج سیم رسانای طویل به صورت زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

سوال: چرا فرض می کنیم سیم طویل است؟

مثال از قانون آمپر: میدان مغناطیسی داخل یک سیم طویل



حال می خواهیم میدان داخل سیم طویل را بیابیم. در این حالت باید حلقه آمپری را در داخل سیم فرض کنیم (شکل مقابل) زیرا میدان در این نقاط خواسته شده است. میدان مغناطیسی ناشی از سیم در داخل آن نیز با دایره هایی هم مرکز نشان داده می شود. بنابراین، باید حلقه آمپری را نیز با دایره های مرکز داخل سیم) نشان دهیم تا بتوانیم میدان را از زیر انتگرال خارج کنیم.

فرض می کنیم که مولفه طولی حلقه آمپری، یعنی ds جهت پادساعتگرد داشته باشد؛ در واقع این المان را همجهت با میدان فرض کرده ایم. برای سمت چپ قانون آمپر داریم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos 0 = B \oint ds = B (2\pi r)$$

سمت راست قانون آمپر نیز شامل جریان درون حلقه آمپری است. جریان عبوری از درون حلقه را می توانیم با یک تناسب ساده به صورت زیر بیابیم: جریان I از مساحت πR^2 عبور می کند؛ در حالی که جریان I_{in} از مساحت πr^2 می گذرد؛ بنابراین:

$$I_{in} = I \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = I \frac{r^2}{R^2}$$

با بازنویسی دو طرف قانون آمپر داریم

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in} \Rightarrow B (2\pi r) = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$$

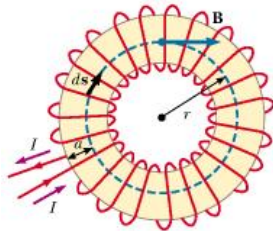
بنابراین، میدان داخل سیم رسانای طویل به صورت زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

شکل ها از مبانی فیزیک
هالیدی .

به نمودار تغییرات B درون و بیرون سیم دقت کنید $\Leftarrow \Leftarrow$.

مثال: میدان مغناطیسی درون یک چنبره



یک چنبره با N دور سیم را در نظر بگیرید.

آزمایش ها نشان داده اند که میدان مغناطیسی خارج از فضای داخلی چنبره بسیار کوچک است.

یک حلقه آمپری دایره شکل را برای این چنبره فرض می کنیم. برای سمت چپ قانون آمپر داریم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B ds \cos 0^\circ = B \oint ds = B (2\pi r)$$

سمت راست قانون آمپر نیز شامل جریان درون حلقه آمپری است که برابر با N دور سیم می باشد:

$$I_{in} = NI$$

حال بنا به قانون آمپر داریم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in} \Rightarrow B (2\pi r) = \mu_0 NI$$

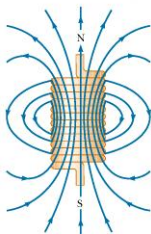
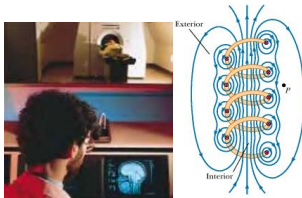
بنابراین، میدان مغناطیسی داخل چنبره به صورت زیر پیدا می شود:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

قانون دست راست برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در چنبره.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

مثال: میدان مغناطیسی درون یک سیملوله



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

بسیاری از دستگاه های دقیق مغناطیسی شامل سیملوله هستند. دلیل این امر آن است که می توان درون یک سیملوله میدان مغناطیسی شدید و یکنواختی را بوجود آورد.

شدت میدان درون سیملوله به تعداد دورهای آن (بر واحد طول) بستگی دارد.

میدان مغناطیسی خارج یک سیملوله (ایده آل) معمولاً ناچیز فرض می شود؛ ولی، واقعیت این است که چنین شرایطی کمتر رخ می دهد.

اگر سیملوله به اندازه کافی طویل باشد، آنگاه می توان با تقریب خوبی از میدان خارجی در مقابل میدان داخلی صرفنظر کرد و میدان در نواحی مرکزی سیملوله را یکنواخت فرض کرد.

تعیین جهت میدان درون سیملوله با استفاده از قاعده دست راست.

به قطب های شمال و جنوب سیملوله و خطوط میدان مغناطیسی ناشی از آن دقت کنید.

مثال: میدان مغناطیسی درون سیملوله

یک سیملوله با تعداد دور بر واحد طول $n = N/l$ در نظر بگیرید.

فرض می کنیم که سیملوله ایده آل است؛ یعنی، میدان مغناطیسی خارج از فضای داخلی سیملوله بسیار کوچک است.

یک حلقه آمپری مستطیل شکل را برای این سیملوله فرض می کنیم. برای سمت چپ قانون آمپر داریم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_2 \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_3 \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_4 \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \int_1 ds = Bl$$

سمت راست قانون آمپر نیز شامل جریان درون حلقه آمپری است که برابر با N دور سیم می باشد:

$$I_{in} = NI$$

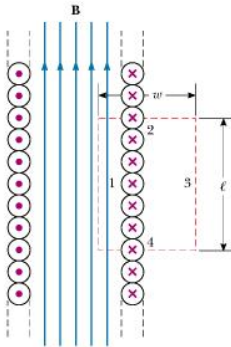
حال بنا به قانون آمپر داریم:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{in} \Rightarrow Bl = \mu_0 NI$$

بنابراین، میدان مغناطیسی داخل چنبره به صورت زیر پیدا می شود:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I$$

مشاهده می کنیم که شدت میدان درون سیملوله به تعداد دور سیم بر واحد طول آن و جریان الکتریکی بستگی دارد.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم قانون آمپر را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ قانون آمپر را بنویسید.
- ۲ قانون آمپر در چه مواردی به کار می آید.
- ۳ جهت المان $d\vec{s}$ چگونه تعیین می شود؟
- ۴ حلقه آمپری چیست؟
- ۵ قرارداد مربوط به جریان های مثبت و منفی را در قانون آمپر توضیح دهید.
- ۶ جریان ورودی در سمت راست قانون آمپر شامل چه جریان هایی است؟
- ۷ چه نوع تقارن هایی را برای قانون آمپر در نظر گرفتیم؟

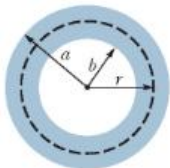
اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراوش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین

قانون آمپر:



مقطع عرضی سیمی بسیار بلند در شکل مقابل نشان داده شده است. فرض کنید که جریان برون سوی یکنواختی در سیم (ناحیه آبی رنگ) وجود دارد. اندازه و جهت میدان مغناطیسی ناشی از این جریان را در شعاع های

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}$$

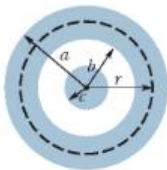
الف) $r < b$ ب) $b < r < a$ پ) $r > a$ بیابید.

راهنمایی: جواب قسمت ب در شکل نوشته شده است.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تمرین

قانون آمپر:



مقطع عرضی یک سیم هم محور بسیار بلند در شکل مقابل نشان داده شده است. فرض کنید که سیم داخلی شامل جریان برون سوی یکنواخت I_1 و سیم خارجی شامل جریان درون سوی I_2 می باشد. فرض کنید که $I_1 < I_2$.

اندازه و جهت میدان مغناطیسی ناشی از این سیم را در شعاع های

(الف) $r < c$

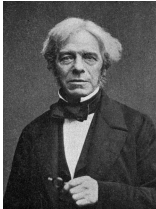
(ب) $c < r < b$

(پ) $b < r < a$

(ت) $r > a$ بیابید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

مبحث بعدی: قانون القای فارادی



هرگاه میزان شار مغناطیسی که از یک مدار بسته می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییرات شار مغناطیسی متناسب است:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

این پدیده را قانون القای فارادی نامیده و آن را در جلسه بعد بررسی می‌کنیم.

شکل از مبنای ویکی پدیا.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما