

فیزیک مکانیک

جلسه سوم رفع اشکال و حل تمرین

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ جلسه سوم رفع اشکال و حل تمرین

تمرین

$$\int \left(\frac{x}{2} - x^2 \right) dx = \int \frac{x}{2} dx - \int x^2 dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} \right) + C$$

$$\int (1 + t^2 - t^3) dt = \int dt + \int t^2 dt - \int t^3 dt = t + \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} + C$$

$$\int (1 - 2v + 3v^2) dv = \int dv - 2 \int v dv + 3 \int v^2 dv = \frac{3v^3}{3} - v^2 + v + C$$

$$\int (\sqrt{z} - z) dz = \int z^{\frac{1}{2}} dz - \int z dz = \frac{2z^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{z^2}{2} + C$$

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{y}} + y^2 \right) dy = \int y^{-\frac{1}{3}} dy + \int y^2 dy = \frac{3y^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + \frac{y^3}{3} + C$$

$$\int \left(-2x^{\frac{4}{5}} + 3x^{\frac{5}{2}} \right) dx = \frac{-10x^{\frac{9}{5}}}{\frac{9}{5}} + \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + C$$

$$\int \left(-3x^{-\frac{1}{2}} - 5 \sin(x) \right) dx = 5 \cos(x) - 9\sqrt{x} + C$$

$$\int \left(4x^{\frac{11}{5}} - 3 \cos(x) \right) dx = \frac{35x^{\frac{16}{5}}}{\frac{16}{5}} - 3 \sin(x) + C$$

$$\int \left(\frac{2}{x} - 3x^2 \right) dx = 2 \ln |x| - x^3 + C$$

$$\int \left(-\frac{1}{x} + 5x^{\frac{5}{2}} \right) dx = \frac{5x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - \ln |x| + C$$

$$\int \left(e^x + 2 \frac{1}{\sqrt[5]{x}} \right) dx = \frac{5x^{\frac{5}{5}}}{\frac{5}{5}} + e^x + C$$

۱

۲

۳

۴

۵

۶

۷

۸

۹

۱۰

۱۱

۱۲

جدول مشتق ها و انتگرال های مورد نیاز در فیزیک هالیدی – دقت کنید که به ازای هر مشتق، یک انتگرال نیز وجود دارد.

Derivatives and Integrals

In what follows, the letters u and v stand for any functions of x , and a and m are constants. To each of the indefinite integrals should be added an arbitrary constant of integration. The *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.) gives a more extensive tabulation.

$$1. \frac{dx}{dx} = 1$$

$$2. \frac{d}{dx}(au) = a \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$$

$$5. \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$6. \frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$7. \frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$8. \frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$9. \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$10. \frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$11. \frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

$$12. \frac{d}{dx} \sec x = \tan x \sec x$$

$$13. \frac{d}{dx} \csc x = -\cot x \csc x$$

$$1. \int dx = x$$

$$2. \int au \, dx = a \int u \, dx$$

$$3. \int (u+v) \, dx = \int u \, dx + \int v \, dx$$

$$4. \int x^m \, dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$$

$$5. \int \frac{dx}{x} = \ln |x|$$

$$6. \int u \frac{dv}{dx} \, dx = uv - \int v \frac{du}{dx} \, dx$$

$$7. \int e^x \, dx = e^x$$

$$8. \int \sin x \, dx = -\cos x$$

$$9. \int \cos x \, dx = \sin x$$

$$10. \int \tan x \, dx = \ln |\sec x|$$

$$11. \int \sin^2 x \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$12. \int e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a} e^{-ax}$$

$$13. \int x e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^2} (ax+1) e^{-ax}$$

$$14. \int x^2 e^{-ax} \, dx = -\frac{1}{a^3} (a^2 x^2 + 2ax + 2) e^{-ax}$$

$$15. \int_0^\infty x^n e^{-ax} \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

پاسخ دهید

$$\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}} \quad \text{نکتہ ۱}$$

$$\frac{1}{x^a} = x^{-a} \quad \text{نکتہ ۲}$$

$$\begin{aligned} \int \left(5\sqrt[4]{x^{-7}} - 2\sqrt{x} + 3\sin x \right) dx &= 5 \int \sqrt[4]{x^{-7}} dx - 2 \int \sqrt{x} dx + 3 \int \sin x dx \\ &= 5 \int x^{-\frac{7}{4}} dx - 2 \int x^{\frac{1}{2}} dx + 3 \int \sin x dx = 5 \frac{x^{-\frac{7}{4}+1}}{-\frac{7}{4}+1} - 2 \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - 3 \cos x + C \\ &= 5 \frac{x^{-\frac{3}{4}}}{-\frac{3}{4}} - 2 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 3 \cos x + C = -\frac{20}{3} x^{-\frac{3}{4}} - \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} - 3 \cos x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \left(-2e^{-t} + 7\cos(7t) + \frac{6}{t^2} \right) dt &= -2 \int e^{-t} dt + 7 \int \cos(7t) dt + 6 \int t^{-2} dt = \\ &= -2 \frac{e^{-t}}{-1} + \frac{7}{7} \sin(7t) + 6 \frac{t^{-2+1}}{-2+1} + C = 2e^{-t} + \sin(7t) - \frac{6}{t} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{v^2}} + \frac{3}{v} - 5 \tan v \right) dv &= 2 \int v^{-\frac{2}{3}} dv + 3 \int \frac{dv}{v} - 5 \int \tan v dv \\ &= 2 \frac{v^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + 3 \ln |v| + 5 \ln |\cos v| = \dots? \end{aligned}$$

تمرین های تحلیل ابعادی

● تحلیل ابعادی: اگر یک ستاره به جرم M به شعاع

$$r = \sqrt[2]{GM/c^2}$$

برسد همیشه کرده و به یک سیاهچاله تبدیل می شود! در اینجا c سرعت نور است. اگر بُعد طول را با L ، بُعد زمان را با T ، و بُعد جرم را با M نشان دهیم، الف) بُعد c را بیابید. ب) بُعد G را بیابید.

● پاسخ الف: کمیت c از جنس سرعت است. بنابراین:

$$[c] = [v] = \frac{[x]}{[t]} = LT^{-1}$$

پاسخ ب:

$$r = \sqrt[2]{GM/c^2} \Rightarrow G = \frac{rc^2}{2M}$$

$$[G] = \frac{[r][c]^2}{[M]} = \frac{L(LT^{-1})^2}{M} = L^3T^{-2}M^{-1}$$

● تحلیل ابعادی: در قانون کپلر که به صورت $\frac{R^3}{T^2} = CM$ نوشته می شود پارامتر T دوره زمانی حرکت سیاره، R فاصله سیاره تا خورشید و M جرم خورشید است. اگر بُعد طول را با L ، بُعد زمان را با T ، و بُعد جرم را با M نشان دهیم، بُعد C را بیابید.

پاسخ:

$$\frac{R^3}{T^2} = CM \Rightarrow C = \frac{R^3}{T^2 M}$$

$$[C] = \frac{[R]^3}{[T]^2 [M]} = \frac{L^3}{T^2 M} = L^3 T^{-2} M^{-1}$$

تمرین های تحلیل ابعادی

● تحلیل ابعادی: بنا به قانون هابل که به صورت $v = Hr$ نوشته می شود، سرعت کهکشان های بسیار دوردست (v) با فاصله ی آنها از ما (r) متناسب است. اگر بُعد طول را با L ، بُعد زمان را با T ، و بُعد جرم را با M ، نشان دهیم، الف) ابعاد سرعت (v) و فاصله (r) را بنویسید. ب) بعد ثابت H را بیابید.

پاسخ الف: بعد سرعت:

$$[v] = LT^{-1} \quad \text{and} \quad [r] = L$$

بعد ثابت هابل

$$[H] = \frac{[v]}{[r]} = \frac{LT^{-1}}{L} = T^{-1}$$

● تحلیل ابعادی: نیروی پسار D (نوعی نیرویی اصطکاکی) در سیالی که چگالی ρ دارد، به جسمی که با سرعت v و با مساحت مقطع A در سیال حرکت می کند برابر $D = \frac{1}{2} C \rho A v^2$ می باشد. در این رابطه C یک ضریب تناسب است. اگر بُعد طول را با L ، بُعد زمان را با T ، و بُعد جرم را با M ، نشان دهیم، بُعد C را بیابید. راهنمایی: در ابتدا بُعد نیرو D ، چگالی ρ ، سرعت v و مساحت A را بیابید.

● بعد نیرو: $[D] = [F] = [m] [a] = MLT^{-2}$

بعد چگالی:

$$[\rho] = \left[\frac{M}{V} \right] = \frac{M}{L^3}$$

بعد سرعت:

$$[v] = LT^{-1}$$

بعد مساحت:

$$[A] = [a] [b] = L^2$$

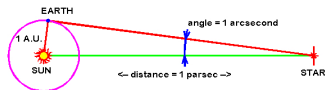
بعد ثابت مورد نظر:

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2 \Rightarrow C = \frac{\frac{1}{2} D}{\rho A v^2}$$

$$[C] = \frac{[D]}{[\rho] [A] [v]^2} = \frac{1 \times MLT^{-2}}{\frac{M}{L^3} \times L^2 (LT^{-1})^2} = 1$$

بنابراین ثابت C بدون بعد است.

شناخت دقیق تر پارسک



شکل از ویکی

الف) یک ثانیه قوسی را برحسب رادیان بیابید.
پاسخ الف:

$$1'' = \frac{1'}{60} = \frac{1}{60} \times \frac{1^\circ}{60}$$

$$= \frac{1}{3600} = \frac{1}{3600} \times \frac{\pi}{180} \text{ rad} = 4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}$$

ب) در شکل مقابل، زاویه یک ثانیه قوسی $1''$ روبه رو به قطاعی به طول یک واحد نجومی AU را در نظر بگیرید. شعاع چنین دایره ای برابر یک پارسک است. با استفاده از رابطه $s = r\theta$ نشان دهید که

$$pc = 3.085677581 \times 10^{16} \text{ m}$$

پاسخ ب:

$$r = \frac{s}{\theta} = \frac{1 \text{ AU}}{1''} = \frac{1.49 \times 10^{11} \text{ m}}{4.85 \times 10^{-6} \text{ rad}} = 3.08 \times 10^{16} \text{ m}$$

پ) یک پارسک چند سال نوری است؟
پاسخ پ:

$$pc = 3.085677581 \times 10^{16} \text{ m}$$

$$= 3.085677581 \times 10^{16} \times \frac{1 \text{ ly}}{9.461 \times 10^{15}} = 3.26 \text{ ly}$$

تمرین

پکاها:

الف) فرض کنید که 10^{23} ستاره هم جرم خورشید در کیهان وجود دارد. جرم کل کیهان را بر حسب کیلوگرم بیابید.

پاسخ الف:

$$M = N M_{\odot} = 10^{23} \times 2 \times 10^{30} \text{ kg} = 2 \times 10^{53} \text{ kg}$$

ب) همچنین فرض کنید که کیهان کره ای به شعاع 3000 Mpc (مگا پارسک) می باشد. حجم کل کیهان را بر حسب m^3 بیابید.

پاسخ ب: شعاع کیهان برابر است با

$$R = 3000 \text{ Mpc} = 3000 \times 10^6 \times 3.08 \times 10^{16} \text{ m} = 9 \times 10^{25} \text{ m}$$

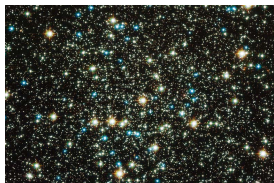
بنابراین، حجم کل کیهان برابر است با

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (9 \times 10^{25} \text{ m})^3 = 3.3 \times 10^{78} \text{ m}^3$$

پ) چگالی این کره (کیهان) را بر حسب kg/m^3 بیابید.

پاسخ پ: چگالی کیهان:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{2 \times 10^{53} \text{ kg}}{3.3 \times 10^{78} \text{ m}^3} = 6 \times 10^{-26} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



new scientist

راهنمایی: جرم خورشید برابر $2 \times 10^{30} \text{ kg}$
و هر پارسک برابر $3.08 \times 10^{16} \text{ m}$ می باشد.

تمرین

یکاهها:

الف) سال نوری "فاصله" ای است که نور در مدت یک سال می پیماید. هر سال نوری چند متر است؟
 راهنمایی: سرعت نور برابر است با $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.
 پاسخ الف:

$$ly = c \times year = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 365/25 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 9,461 \times 10^{15} \text{ m}$$

ب) فاصله خورشید تا مرکز کهکشان ۲۸۰۰۰ سال نوری است. این فاصله چند متر است؟
 پاسخ ب:

$$R = 28000 ly = 28000 \times 9,461 \times 10^{15} \text{ m} = 2,65 \times 10^{20} \text{ m}$$

پ) اگر ۲۳۰ میلیون سال طول بکشد تا خورشید یکبار به دور کهکشان بچرخد سرعت حرکت خورشید به دور مرکز کهکشان چند متر بر ثانیه است؟ راهنمایی: $v = 2\pi r/T$.

پاسخ پ:

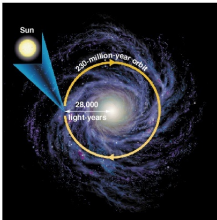
$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 2,65 \times 10^{20} \text{ m}}{230 \times 10^6 \text{ year}} =$$

$$\frac{2\pi \times 2,65 \times 10^{20} \text{ m}}{230 \times 10^6 \times 365/25 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}} = 2,3 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ت) شتاب حرکت خورشید به دور مرکز کهکشان را با استفاده از فرمول $a = v^2/r$ و بر حسب m/s^2 به دست آورید.

پاسخ ت:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(2,3 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2,65 \times 10^{20} \text{ m}} = 2 \times 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Copyright © Addison Wesley

نت

تمرین های تحلیل حرکت

● تحلیل حرکت یک بعدی: مکان یک ذره در امتداد محور x با رابطه ی

$$x(t) = \sin(\pi t) + 2 \cos(\pi t)$$

داده می شود.

الف) سرعت متوسط را در بازه زمانی $t = 1s$ تا $t = 2s$ بیابید.

ب) سرعت لحظه ای در لحظات $t = 1s$ و $t = 2s$ را بیابید.
پ) سرعت لحظه ای وقتی که ذره در وسط مسیر بین این دو لحظه قرار دارد چقدر است؟
ت) شتاب در لحظات $t = 1s$ و $t = 2s$ را بیابید.

● پاسخ الف:

$$x(t = 1) = \sin(\pi) + 2 \cos(\pi) = -2$$

$$x(t = 2) = \sin(2\pi) + 2 \cos(2\pi) = 2$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t = 2) - x(t = 1)}{2 - 1} = \frac{2 - (-2)}{1} = 4$$

پاسخ ب:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \pi \cos(\pi t) - 2\pi \sin(\pi t)$$

$$v(t = 1) = \pi \cos(\pi) - 2\pi \sin(\pi) = -\pi$$

$$v(t = 2) = \pi \cos(2\pi) - 2\pi \sin(2\pi) = \pi$$

● پاسخ پ: پیدا کردن نقطه وسط

$$\bar{x} = \frac{x(t = 2) + x(t = 1)}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0$$

زمان در نقطه وسط

$$\sin(\pi t) + 2 \cos(\pi t) = 0 \Rightarrow \tan(\pi t) = -2$$

$$\pi t = \tan^{-1}(-2) \Rightarrow t = \frac{\tan^{-1}(-2)}{\pi} + k\pi$$

تنها زمان قابل قبول در بازه $t = 1s$ تا $t = 2s$ برابر $t = 1/65s$ به دست می آید. در این زمان، سرعت لحظه ای برابر است با

$$v(t = 1/65) = \pi \cos(1/65\pi) - 2\pi \sin(1/65\pi) = 7$$

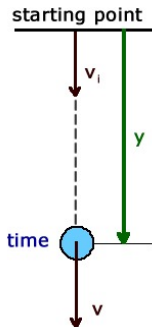
پاسخ ت:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\pi^2 \sin(\pi t) - 2\pi^2 \cos(\pi t)$$

$$a(t = 1) = -\pi^2 \sin(\pi) - 2\pi^2 \cos(\pi) = 2\pi^2$$

$$a(t = 2) = -\pi^2 \sin(2\pi) - 2\pi^2 \cos(2\pi) = -2\pi^2$$

تمرین



شکل از نت.

سقوط آزاد ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

فردی توپی را با سرعت v_i (به سمت پایین) از بالای ساختمانی به ارتفاع $y = 55 \text{ m}$ پرتاب میکند.

الف) اگر دو ثانیه طول بکشد تا سنگ با زمین برخورد کند سرعت v_i چقدر بوده است؟

پاسخ الف: جهت محور عمودی را به سمت پایین فرض می کنیم و فرض می کنیم که مبدا مختصات در مکان اولیه پرتاب توپ باشد:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_i t + y_0 \Rightarrow 55 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 + 2v_i + 0 \Rightarrow v_i = 17.7 \text{ m/s}$$

ب) سرعت توپ در هنگام برخورد با زمین چقدر است؟

پاسخ ب:

$$v = gt + v_i \Rightarrow v(t = 2s) = 9.8 \times 2 + 17.7 = 37.3 \text{ m/s}$$

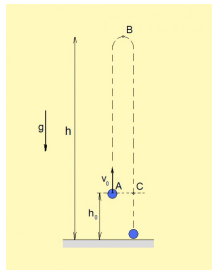
پ) چقدر طول میکشد تا توپ به ارتفاع 10 متری بالای سطح زمین برسد؟

پاسخ پ:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + v_i t + y_0 \Rightarrow 45 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 + 17.7t + 0$$

$$4.9t^2 + 17.7t - 45 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-17.7 \pm \sqrt{17.7^2 - 4 \times 4.9 \times (-45)}}{2 \times 4.9} = 1.7s$$

تمرین



سقوط آزاد ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

سنگی با سرعت $v_0 = 15 \text{ m/s}$ از ارتفاع $h_0 = 2 \text{ m}$ به صورت عمودی به سمت بالا پرتاب می شود.

الف) در چه زمانی سنگ به نقطه B می رسد؟

پاسخ الف: جهت محور عمودی را به سمت بالا فرض می کنیم. در نقطه B سرعت عمودی صفر خواهد شد:

$$v = -gt + v_0 = 0 \quad t_B = v_0 / g = 15 / 9.8 = 1.5 \text{ s}$$

ب) ارتفاع نقطه B (یعنی h) نسبت به زمین را بیابید.

پاسخ ب: مبدا مختصات را روی سطح زمین فرض می کنیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.5^2 + 15 \times 1.5 + 2 = 13.5 \text{ m}$$

پ) در چه زمان هایی سنگ از ارتفاع $h_1 = 4 \text{ m}$ نسبت به سطح زمین می گذرد؟

پاسخ پ:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + y_0 = 4 \Rightarrow -\frac{1}{2} \times 9.8 t^2 + 15 t + 2 = 4$$

$$-4.9 t^2 + 15 t - 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4(-4.9)(-2)}}{-2 \times 4.9} = 2.9 \text{ s}, 0.14 \text{ s}$$

شکل از نت.

تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

$$a(t) = -\sqrt[4]{t} + \sqrt[3]{t} - 1$$

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -1 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = 6 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \text{ راهنمایی:}$$

تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

$$a(t) = -\sqrt[4]{t} + \sqrt[3]{t} - 1$$

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -1 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

پاسخ الف) برای راحتی در انتگرال گیری، شتاب را با استفاده توان های کسری بازنویسی می کنیم:
حال می توانیم با انتگرال گیری از تابع شتاب، تابع سرعت را به دست آوریم

$$dv = a(t)dt \Rightarrow \int_{-1}^v dv = \int_0^t a(t)dt = \int_0^t \left(-t^{\frac{1}{4}} + t^{\frac{1}{3}} - 1 \right) dt$$

در نتیجه (فراموش نکنیم که $n \neq -1$) $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C$

$$[v]_{-1}^v = \left[-\frac{1}{\frac{1}{4}+1} t^{\frac{1}{4}+1} + \frac{1}{\frac{1}{3}+1} t^{\frac{1}{3}+1} - t \right]_0^t = \left[-\frac{4}{5} t^{\frac{5}{4}} + \frac{3}{4} t^{\frac{4}{3}} - t \right]_0^t$$

$$v - (-1) = \left[-\frac{4}{5} t^{\frac{5}{4}} + \frac{3}{4} t^{\frac{4}{3}} - t \right] - \left[-\frac{4}{5} \cdot 0^{\frac{5}{4}} + \frac{3}{4} \cdot 0^{\frac{4}{3}} - 0 \right]$$

$$v - (-1) = -\frac{4}{5} t^{\frac{5}{4}} + \frac{3}{4} t^{\frac{4}{3}} - t \Rightarrow v(t) = -\frac{4}{5} t^{\frac{5}{4}} + \frac{3}{4} t^{\frac{4}{3}} - t - 1 \quad \text{بنابراین}$$

دو چک جواب را پیگیری کنید (شرط اولیه، مشتق گیری).

تمرین: انتگرال گیری از مسیر حرکت

$$a(t) = -\sqrt[4]{t} + \sqrt[3]{t} - 1$$

جسمی بر روی یک خط مستقیم با شتاب

حرکت میکند.

الف) اگر سرعت اولیه $v(t=0) = -1 \text{ m/s}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dv = a(t)dt$ سرعت را به عنوان تابعی از زمان $v(t)$ تعیین کنید.

ب) اگر مکان اولیه $x(t=0) = 6 \text{ m}$ باشد، با انتگرال گیری از معادله $dx = v(t)dt$ مکان را به عنوان تابعی از زمان $x(t)$ تعیین کنید.

پاسخ ب) از تابع سرعت به دست آمده در اسلاید قبل انتگرال میگیریم تا موقعیت به دست آید:

$$dx = v(t)dt \Rightarrow \int_2^x dx = \int_0^t v(t)dt = \int_0^t \left(-\frac{1}{5}t^{\frac{5}{4}} + \frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}} - t - 1 \right) dt$$

بنابراین

$$[x]_6^x = \left[-\frac{1}{5} \times \frac{1}{\frac{5}{4}+1} t^{\frac{5}{4}+1} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{\frac{4}{3}+1} t^{\frac{4}{3}+1} - \frac{t^2}{2} - t \right]_0^t = \left[-\frac{1}{5} \times \frac{4}{9} t^{\frac{9}{4}} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{7} t^{\frac{7}{3}} - \frac{t^2}{2} - t \right]_0^t$$

$$x-6 = \left[-\frac{16}{45} t^{\frac{9}{4}} + \frac{9}{28} t^{\frac{7}{3}} - \frac{t^2}{2} - t \right]_0^t = \left[-\frac{16}{45} t^{\frac{9}{4}} + \frac{9}{28} t^{\frac{7}{3}} - \frac{t^2}{2} - t \right] - \left[-\frac{16}{45} \cdot \frac{9}{4} + \frac{9}{28} \cdot \frac{7}{3} - \frac{0^2}{2} - 0 \right]$$

و یا

$$x = -\frac{16}{45} t^{\frac{9}{4}} + \frac{9}{28} t^{\frac{7}{3}} - \frac{t^2}{2} - t + 6$$

دو چک جواب را پیگیری کنید (شرط اولیه، مشتق گیری).

با سیاست از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.