

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

فصل پنجم: ویژگی های الکتریکی مواد مختلف

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



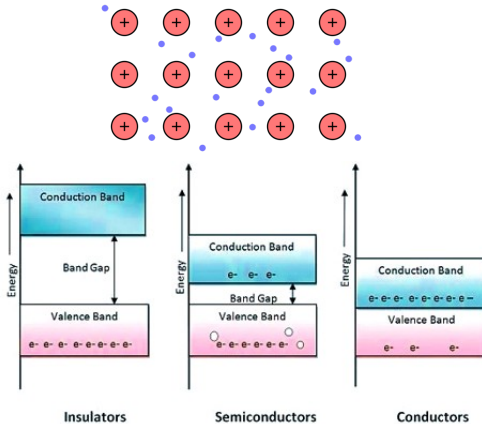
دانشگاه هرمزگان

- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در بهار سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که با تلاش بسیار امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

۱ فصل پنجم: ویژگی های الکتریکی مواد مختلف

- نگاهی دقیق تر به رسانه‌ها- ادامه
- نارسانا در میدان الکتریکی

یادآوری

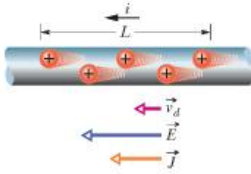


شکل از qsstudy.com .

۱ تفاوت در ویژگی های الکتریکی مواد مختلف مربوط به اختلاف در ساختار ریز مقیاس آنهاست.
 ۲ میدان خارجی باعث جابه جایی بار در رساناها می شود.

۳ جریان الکتریکی: $i = \frac{dq}{dt}$
 ۴ چگالی جریان الکتریکی: $i = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}$

مواد اهمی



شکل ها مبانی فیزیک هالیدی.

هرچقدر میدان درون یک رسانا بزرگتر باشد، الکترون ها شتاب بیشتری می گیرند و بنابراین سرعت سوق باید بزرگتر شود.

از طرف دیگر چگالی جریان $\vec{j}$ هم با سرعت سوق $\vec{v}_d$ متناسب است. بنابراین انتظار داریم که میدان E و چگالی جریان $\vec{j}$ هم با هم متناسب باشند:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

ضریب تناسب σ را رسانندگی الکتریکی می نامند که واحد آن زیمنس بر متر S/m است:

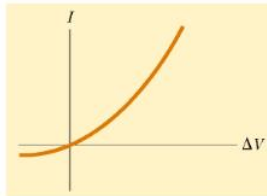
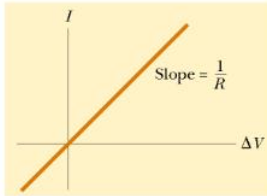
$$1 \text{ Siemens} = 1 \text{ Ampere/Volt.}$$

توجه: رسانندگی الکتریکی σ را با چگالی سطحی بار (که آن هم با σ نشان داده می شود) اشتباه نگیرید!

در علوم و فناوری استفاده از مقاومت ویژه $\rho = 1/\sigma$ مرسوم تر است که واحد آن Ωm می باشد.

اهم واحد مقاومت است: $\Omega = V/A$.

قانون اهم



شکل از فیزیک هالیدی.

● شکل اول قانون اهم: رسانندگی (مقاومت ویژه) یک ماده مستقل از اندازه و جهت میدان الکتریکی اعمال شده است.

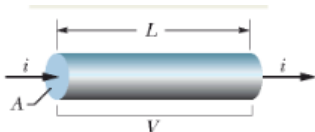
● شکل دوم قانون اهم: مقاومت یک ماده مستقل از پتانسیل وارد شده است.

● شکل مقابل، بالا، نمودار تغییرات جریان یک ماده اهمی (مثلاً یک فلز) را نشان می دهد.

● شکل مقابل، پایین، نمودار تغییرات جریان یک ماده غیر اهمی (یک دیود $p - n$) را نشان می دهد.

● دقت کنید که رابطه $R = \frac{\Delta V}{i}$ قانون اهم نیست بلکه تعریف مقاومت است! رابطه $R = \frac{\Delta V}{i}$ برای تمام مواد اهمی و غیر اهمی برقرار است.

مقاومت یک رسانا



شکل از فیزیک هالیدی.

پرسش: با استفاده از قانون اهم اثبات کنید که مقاومت رسانایی با مقاومت ویژه ρ ، طول L و مساحت مقطع A برابر است با $R = \rho L / A$.

اثبات: با توجه به شکل مقابل، و با توجه به تعریف پتانسیل الکتریکی از فصل قبل، داریم:

$$E = \frac{\Delta V}{L} \quad \text{and} \quad j = \frac{i}{A}$$

بنابراین

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{\Delta V / L}{i / A} = \frac{\Delta V}{i} \frac{A}{L}$$

همچنین از آنجا که کمیت $R = \frac{\Delta V}{i}$ تعریف مقاومت می باشد داریم: $R = \rho \frac{L}{A}$.

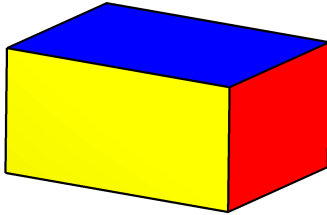
پرسش:

آیا می توانید با بحث درباره عبور یک الکترون از یک سیم، وابستگی به کمیت های مقاومت ویژه ρ ، طول L و مساحت مقطع A در رابطه

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

را توجیه کنید؟

مقاومت یک قطعه آهن



شکل از ویکی پدیا.

سوال: یک قطعه آهن مکعبی شکل به ابعاد $1/2 \text{ cm} \times 1/2 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ را در نظر بگیرید. الف) مقاومت بین دو مقطع مربعی چقدر است؟ ب) مقاومت بین دو مقطع دیگر چقدر است؟ مقاومت ویژه آهن برابر $9/68 \times 10^{-8} \Omega \text{m}$ می باشد.

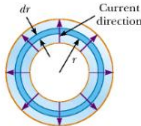
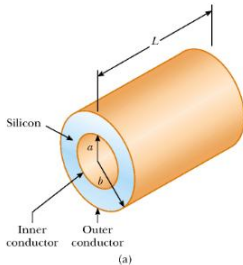
پاسخ الف) در این حالت داریم $L_1 = 0/15 \text{ m}$ و $A_1 = 1/44 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ بنابراین داریم:

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1} = 9/68 \times 10^{-8} \Omega \frac{0/15 \text{ m}}{1/44 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 10^{-4} \Omega$$

پاسخ ب) در این حالت داریم $L_2 = 1/2 \text{ cm}$ و $A_2 = 1/8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ بنابراین داریم:

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = 9/68 \times 10^{-8} \Omega \frac{0/12 \text{ m}}{1/8 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 6/5 \times 10^{-7} \Omega$$

مقاومت سیلیکون در یک کابل هم محور



شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

سوال: کابل های هم محور به صورت گسترده در صنعت استفاده می شوند (کابل آنتن را به خاطر آوردید). رسانای داخلی و خارجی این کابل ها توسط استوانه ای سیلیکونی جدا می شود. فرض کنید که بین دو رسانا، و از طریق سیلیکون، کمی انتقال جریان وجود دارد. مقاومت سیلیکون در برابر این انتقال بار ناخواسته را محاسبه کنید.

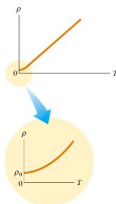
پاسخ: باید سیلیکون را به المان های استوانه ای هم محور تجزیه کنیم. مقاومت هر المان (بنا به یکی از مثال های قبلی) برابر است با $dR = \rho dr / A$ که در آن ρ مقاومت ویژه سیلیکون، dr طول المان مورد نظر و $A = 2\pi rL$ مساحت مقطع جریان است. بنابراین داریم:

$$dR = \rho \frac{dr}{2\pi rL}$$

حال می توان با انتگرال گیری مقاومت کل سیلیکون را به دست آورد:

$$\begin{aligned} R &= \int_0^R dR = \int_a^b \rho \frac{dr}{2\pi rL} = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} \\ &= \frac{\rho}{2\pi L} [\ln r]_a^b = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \end{aligned}$$

تغییر مقاومت ویژه با دما



مقاومت رساناها با افزایش دما معمولا افزایش پیدا می کند زیرا برخورد الکترون با شبکه در اثر افزایش دما افزایش می یابد.

افزایش در مقاومت در یک بازه وسیع دمایی خطی است:

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

که در آن ρ مقاومت ویژه در دمای T و ρ_0 مقاومت ویژه در دمای استاندارد T_0 می باشد. دمای استاندارد را معمولا برابر 20° درجه سانتی گراد در نظر می گیریم. پارامتر α را ضریب دمایی مقاومت ویژه می نامند.

شکل مقابل را برای مقادیر نوعی مقاومت ویژه در دمای 20° درجه سانتی گراد و همچنین ضریب دمایی مقاومت ویژه ببینید.

می توان کمیت α را به صورت دقیق تر

$$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\Delta T}$$

تعریف کرد.

TABLE 27.1 Resistivities and Temperature Coefficients of Resistivity for Various Materials

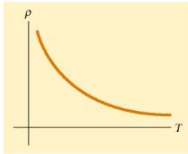
Material	Resistivity ^a ($\Omega \cdot \text{m}$)	Temperature Coefficient α ($^\circ\text{C}^{-1}$)
Silver	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Copper	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Gold	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminum	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsten	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platinum	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Lead	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nichrome ^b	1.50×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbon	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanium	0.46	-48×10^{-3}
Silicon	640	-75×10^{-3}
Glass	10^{10} to 10^{14}	
Hard rubber	$\approx 10^{13}$	
Sulfur	10^{15}	
Quartz (fused)	75×10^{16}	

^a All values at 20°C .

^b A nickel–chromium alloy commonly used in heating elements.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی.

رفتار نیم رساناها در مقابل دما



مقاومت ویژه رسانا با افزایش دما به صورت غیر خطی تغییر می کند.

نمودار تغییرات مقاومت ویژه یک نیم رسانای خالص (مثل سیلیسیم و یا ژرمانیم) را در شکل مقابل می بینید.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

تقسیم بندی رنگی مقاومت ها



اگر مقاومت های موجود در ابزارهای الکتریکی را تاکنون ملاحظه کرده اید حتما متوجه شده اید که این مقاومت های با رنگ های خاصی مشخص شده اند. شکل مقابل، بالا، را ببینید.

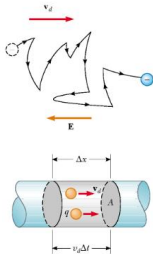
رنگ های یاد شده مقاومت رسانا را معلوم می کند. کد مرسوم رنگ بندی را در جدول مقابل ملاحظه می کنید.

TABLE 27.2 Color Coding for Resistors

Color	Number	Multiplier	Tolerance
Black	0	1	
Brown	1	10^1	
Red	2	10^2	
Orange	3	10^3	
Yellow	4	10^4	
Green	5	10^5	
Blue	6	10^6	
Violet	7	10^7	
Gray	8	10^8	
White	9	10^9	
Gold		10^{-1}	5%
Silver		10^{-2}	10%
Colorless			20%

شکل ها از فیزیک هالیدی.

نگاه میکروسکوپی به قانون اهم



شکل از مبانی فیزیک هالیدی.

پس زمان آزاد میانگین مستقل از میدان القایی بوده و برابر با

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho}$$

می باشد.

توجه: این یک تقریب بسیار ابتدایی است و فیزیک حرکت الکترون در رسانا معمولاً بسیار پیچیده تر است.

سرعت میانگین الکترون های آزاد در فلز از مرتبه $v_{av} \approx 10^6 \text{ m/s}$ می باشد. سرعت سوق v_d الکترون ها نوعاً بسیار کمتر از سرعت میانگین آنهاست: $v_d \approx 10^{-10} v_{av}$.

این الکترون ها در نبود میدان به صورت تصادفی و بدون هیچ جهتگیری خاصی حرکت می کنند. مسافت میانگینی که الکترون بدون هیچ برخوردی در فلز حرکت می کند را مسافت آزاد میانگین λ می نامند.

حال اگر یک میدان الکتریکی E در دوسر رسانا ایجاد شود، الکترون ها در یک جهت مشخص (عکس میدان) حرکت خواهند کرد. شتاب حرکت الکترون ها برابر است با $a = eE/m$ که در آن m جرم الکترون است.

تا زمان برخورد به الکترون بعدی، که به صورت میانگین در زمان $\tau = \lambda/v_{av}$ رخ خواهد داد، الکترون با شتاب $a = eE/m$ حرکت خواهد کرد. در نتیجه، سرعت الکترون به اندازه

$$v_d = a\tau = \frac{eE\tau}{m}$$

خواهد بود. بنابراین:

$$v_d = \frac{j}{ne} = \frac{eE\tau}{m} \Rightarrow \rho = \frac{E}{j} = \frac{m}{ne^2\tau}$$

مثال

الف) زمان آزاد میانگین و ب) مسافت آزاد میانگین حرکت الکترون در مس چقدر است؟

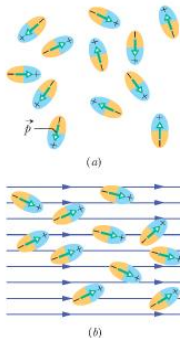
پاسخ الف) بنا به آخرین نتیجه اسلاید قبل داریم:

$$\tau = \frac{m}{ne^2\rho} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}{8.49 \times 10^{28} \frac{\text{electrons}}{\text{m}^3} (1.6 \times 10^{-19})^2 \times 1.69 \times 10^{-8} \Omega \text{m}} = 2.48 \times 10^{-14} \text{ s}$$

پاسخ ب) مسافت آزاد میانگین:

$$\lambda = v_{av}\tau = 2.48 \times 10^{-14} \text{ s} \times 1.6 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 40 \text{ nm}$$

نارسانا در میدان الکتریکی- فیزیک مساله



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

ثابت k_e را ثابت دی الکتریک می نامند. بیشتر اوقات این ثابت را با κ (بخوانید کاپا) نشان می دهند.

توضیح رفتار مواد غیرخطی پیچیده تر است.

وقتی میدان الکتریکی حضور نداشته باشد، ذرات نارسانا بدون جهت گیری خاصی در کنار هم قرار خواهند داشت. شکل مقابل بالا را ببینید.

ولی اگر مولکول های نارسانا قطبش داشته باشند (یعنی دچار توزیع بار مولکولی کمی نامتقارن باشند) با اعمال میدان جهت گیری پیدا می کنند. شکل مقابل پایین را ببینید.

جهت گیری مولکول های دی الکتریک (نارسانا) باعث می شود که میدانی در خلاف جهت میدان اولیه القا شود. بنابراین، میدان کل درون نارسانا در حالت کلی ضعیف تر از میدان بیرونی خواهد بود. اگر میدان خارجی اولیه را $\vec{E}_0$ و میدان القایی را $\vec{E}'$ بنامیم، برای میدان کل خواهیم داشت:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \Rightarrow E = E_0 - E'$$

هرچه قدر که میدان خارجی بزرگتر باشد، دو قطبی ها بیشتر هم راستا شده و در نتیجه میدان القایی نیز بزرگتر خواهد بود.

برای برخی مواد که "دی الکتریک خطی" نامیده می شوند، اندازه میدان القایی $\vec{E}'$ با اندازه میدانی اعمالی خارجی $\vec{E}_0$ متناسب است: $\vec{E}' \propto \vec{E}_0$. از اینجا می توان نتیجه گرفت:

$$E = \frac{1}{k_e} E_0$$

یعنی میدان کل به اندازه $1/k_e$ ضعیف تر می شود.

ثابت دی الکتریک مواد مختلف

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength (kV/mm)
Air (1 atm)	1.00054	3
Polystyrene	2.6	24
Paper	3.5	16
Transformer oil	4.5	
Pyrex	4.7	14
Ruby mica	5.4	
Porcelain	6.5	
Silicon	12	
Germanium	16	
Ethanol	25	
Water (20°C)	80.4	
Water (25°C)	78.5	
Titania ceramic	130	
Strontium titanate	310	8

For a vacuum, $\kappa = \text{unity}$.

*Measured at room temperature, except for the water.

● ثابت دی الکتریک اندازه گیری شده برای مواد مختلف در دمای اتاق را در جدول مقابل ملاحظه می کنید.

● ثابت گذردهی مواد:

$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

● برای خلا داریم $\kappa = 1$.

● به ثابت های دی الکتریک بسیار بزرگ آب و سرامیک دقت کنید. سرامیک ها را به عنوان دی الکتریک های بسیار خوب یاد داشته باشید.

● درباره شکل دقیق قانون گوس در حضور دی الکتریک ها در فصل بعد با جزئیات بیشتر بحث خواهیم کرد.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

فروشکست دی الکتریک



اگر میدان اعمال شده بسیار قوی باشد، آنگاه میدان می تواند قطبش اتم ها را آنقدر زیاد کرده که سرانجام یونیزه شوند. این حالت را فروشکست نارسانا (دی الکتریک) می نامند.



نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید ویژگی های مهم رفتار الکتریکی مواد را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

- ۱ تفاوت بین مواد اهمی و غیر اهمی چیست؟
- ۲ قانون اهم را بیان کنید.
- ۳ تعریف مقاومت چیست؟
- ۴ مقاومت یک سیم رسانا به چه عواملی بستگی دارد؟
- ۵ مقاومت ویژه رساناها چه وابستگی به دما دارد؟
- ۶ مفهوم زمان آزاد میانگین و مسافت آزاد میانگین در حرکت بار را شرح دهید.
- ۷ دو قطبی های ماده دی الکتریک چه رفتاری در میدان الکتریکی خارجی از خود نشان می دهند؟ این رفتار باعث تقویت میدان کل درون نارساناست و یا تضعیف آن؟
- ۸ فروشکست دی الکتریک چه زمانی رخ می دهد؟

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراوش نکنیم که بهترین راه برای جذب مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوال زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین



با تعمیم روش به کار رفته در این درس، مقاومت قطعه رسانای
مقابل را به دست آورید.
راهنمایی: المان گیری.

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

تمرین

با استفاده از رابطه

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$$

نشان دهید که اگر پارامتر α ثابت باشد، وابستگی مقاومت ویژه با دما به صورت زیر خواهد بود:

$$\rho = \rho_0 e^{\alpha(T-T_0)}$$

که در آن ρ_0 همان مقاومت ویژه در دمای استاندارد T_0 می باشد.

با استفاده از بسط

$$e^x \approx 1 + x + \dots \quad \text{for} \quad x \ll 1$$

نشان دهید که رابطه بالا به فرمول

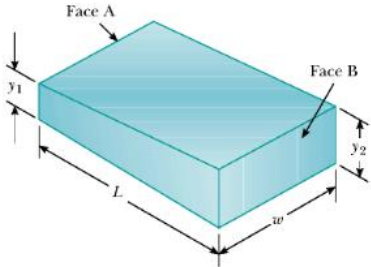
$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

منجر می شود.

تمرین

$$R = \rho \frac{L}{w(y_2 - y_1)} \ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right)$$

نشان دهید که مقاومت الکتریکی بین وجه های A و B در شکل مقابل از رابطه بالای شکل به دست می آید.



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

مبحث بعدی: ظرفیت و خازن

- خازن ها می توانند انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کنند و به همین دلیل از اهمیت اساسی در مدارهای الکتریکی برخوردارند. در جلسه بعد این جزء مهم مدار را به تفصیل بررسی خواهیم کرد.

مراجع

- ❶ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❷ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

با سپاس از توجه شما