

فیزیک مکانیک

فصل دوم: حرکت در راستای خط راست

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

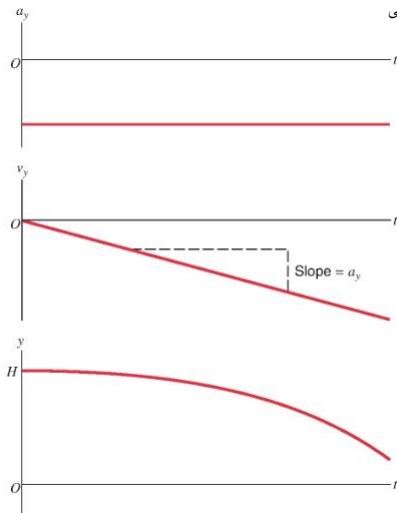
- این مجموعه درس در ایام همه گیری کرونا در تابستان و پاییز سال ۱۳۹۹ و با سرعتی بیش از حد معمول تهیه شده است؛ بنابراین، امکان وجود اشتباهات در این ارائه وجود دارد.
 - خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:
- h.shenavar@gmail.com
- از همکاران محترم در دانشگاه صنعتی قوچان که، با تلاش بسیار، امکان ارائه آنلاین این مجموعه درس را فراهم آورده اند، سپاسگزارم.

فصل دوم: حرکت در راستای خط راست

- حرکت با سرعت ثابت در راستای خط راست
- حرکت با شتاب ثابت در راستای خط راست
- سقوط آزاد



آنچه گذشت...



موقعیت جسم در هر لحظه نشان دهنده مکان جسم در آن لحظه است. جابه جایی تغییر در موقعیت است:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

سرعت متوسط:

$$\bar{v} = v_{avg} \equiv \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت لحظه ای:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt}$$

سرعت لحظه ای شیب نمودار مکان-زمان ($x(t)$) در هر لحظه t است.
شتاب متوسط:

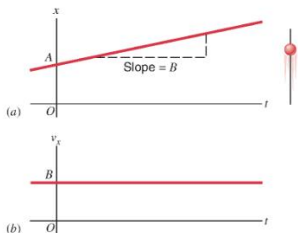
$$\bar{a} = a_{avg} \equiv \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

شتاب لحظه ای:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

شکل از فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

حرکت یکنواخت (حرکت با سرعت ثابت)



شکل از فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

در فصل پنجم (دینامیک) خواهیم دید که نیرو عامل شتاب است. بنابراین اگر نیروی کل وارده به یک جسم صفر باشد، آن جسم شتاب نخواهد داشت؛ به بیان دیگر تغییری در سرعت جسم بوجود نخواهد آمد.
برای حرکت یکنواخت (حرکت با سرعت ثابت)، در مقایسه هر زمان دلخواه t با زمان ابتدای حرکت $t = 0$ داریم:

$$v = \bar{v} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

$$x(t) = vt + x_0 \quad \text{بنابراین}$$

یعنی مکان به صورت خطی با زمان تغییر می کند. شکل بالا را ببینید.

تمرین: با محاسبه مشتق دوم رابطه $x(t)$ نشان دهید که شتاب این حرکت برابر صفر است.

به دست آوردن روابط مربوط به حرکت با شتاب ثابت در راستای خط راست

با توجه به ثابت بودن شتاب نتیجه می‌گیریم که شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای با هم برابرند:

$$a = \bar{a} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow v = at + v_0$$

لطفاً دقت کنید که اگر شتاب ثابت نباشد، نمی‌توان چنین نتیجه‌ای را به دست آورد. به نمودار شتاب-زمان دقت کنید.

چون سرعت به صورت خطی تغییر می‌کند، سرعت میانگین برابر است با میانگین سرعت‌های ابتدایی و انتهایی:

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{2} (v_0 + at + v_0)$$

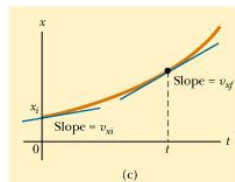
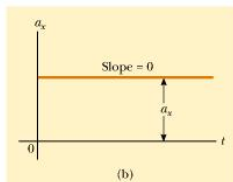
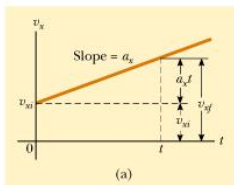
لطفاً دقت کنید که اگر سرعت به صورت خطی با زمان تغییر نکند، نمی‌توان چنین نتیجه‌ای را به دست آورد.

همچنین، بنابه تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\bar{v} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

از ترکیب معادلات دوم و سوم، می‌توان معادله حرکت با شتاب ثابت را به دست آورد:

$$x = x_0 + \left(v_0 + \frac{1}{2}at \right) t \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$



به دست آوردن معادله مستقل از زمان برای حرکت با شتاب ثابت در راستای خط راست

برای به دست آوردن معادله مستقل از زمان، زمان را از معادله اول اسلاید قبل به دست آورده

$$a = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

و آن را در معادله حرکت جایگزین می کنیم:

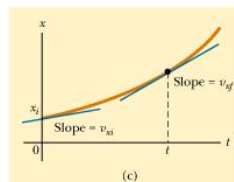
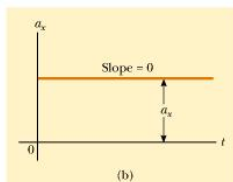
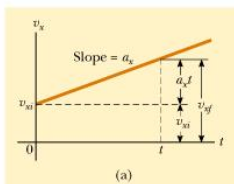
$$x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2}a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right)$$

$$x - x_0 = \frac{v - v_0}{a} \left[\frac{1}{2}v_0 + \frac{1}{2}v \right] = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

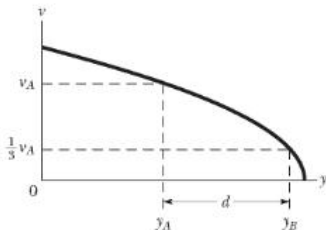
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$$

و یا

معادله مستقل از زمان وقتی به کار می آید که هیچ داده زمانی درباره حرکت در اختیار نباشد ولی ما اطمینان داشته باشیم که با یک حرکت شتاب ثابت سروکار داریم.



مثال



شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

حرکت یک بعدی با شتاب ثابت $-a$:

در شکل مقابل نمودار سرعت v بر حسب جابه جایی y یک متحرک را، که به سمت بالا پرتاب شده است، می بینید. سرعت v_A را بر حسب فاصله d و شتاب ثابت $-a$ بیابید.

معادله مستقل از زمان را بین دو نقطه A و B می نویسیم:

$$v_B^2 - v_A^2 = -2a(y_B - y_A)$$

$$\left(\frac{1}{3}v_A\right)^2 - v_A^2 = -2a(d) \quad \text{بنابراین}$$

$$-\frac{8}{9}v_A^2 = -2ad \quad \text{یعنی}$$

$$v_A = \frac{3}{2}\sqrt{ad} \quad \text{و در نهایت}$$

تاریخچه مختصر سقوط آزاد



شکل ها از نت.



مشاهدات روزمره ما دلالت بر این دارند که اجسام معمولاً با شتاب های متفاوت سقوط می کنند.

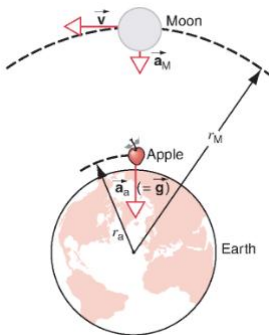
فیلم سقوط یک گوی فلزی و چند پر تحت تاثیر مقاومت هوا را ببینید.

کشف بزرگ گالیله: اگر مقاومت هوا موجود نباشد، آنگاه همه اجسام با شتاب سقوط یکسانی به سمت زمین حرکت می کنند.

فیلم سقوط یک گوی فلزی و چند پر در شرایط خلأ را ببینید.

دیوید اسکات همین آزمایش را روی سطح ماه (ماه اتمسفر ندارد) انجام داده است (با تشکر از آقای مهدی قیاسی برای گوشزد کردن نام درست فضاورد).

گرانش در نزدیکی سطح زمین با تقریب خوبی ثابت است.



شکل از هالییدی

تمرین: شتاب گرانش زمین در نزدیکی ماه را به دست آورید. فاصله زمین تا ماه در جداول آخر کتاب موجود است.

شکل از مبانی فیزیک، ویرایش دهم.

آزمایش های دقیق نشان داده اند که گرانش در نزدیکی سطح زمین تقریباً ثابت است و مقدار آن برابر $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ می باشد.

البته ما انتظار چنین رفتاری را با توجه به قانون نیوتن داریم. فرض کنید که سببی به جرم m به سمت زمین سقوط می کند. در این صورت، اندازه نیروی وارده از طرف زمین به سبب (و بالعکس) برابر است با

$$F = G \frac{m M_E}{r_a^2}$$

که در آن M_E جرم زمین و r_a فاصله سبب تا مرکز زمین است. این فاصله با شعاع زمین، یعنی 6370 km ، تقریباً برابر است. با توجه به مقدار جرم زمین (جدول انتهای کتاب) و مقدار ثابت نیوتن، شتاب حرکت سبب به سمت زمین به صورت زیر به دست می آید:

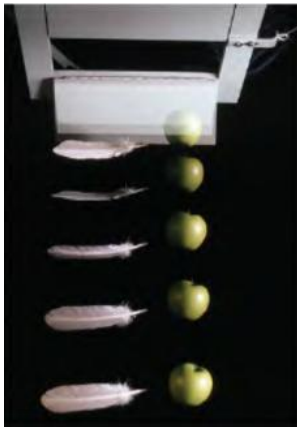
$$a = \frac{F}{m} = 9.67 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24}}{(6.37 \times 10^6)^2} \simeq 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

به دلایل بسیاری، مانند پخ بودن کره زمین و همچنین ناهمگونی های پوسته آن، مقدار شتاب گرانش در همه نقاط نزدیک به سطح دقیقاً برابر نیست.

شتاب گرانش زمین در نزدیکی ماه بسیار کوچکتر است زیرا فاصله مرکز زمین تا ماه بسیار بزرگتر از فاصله مرکز زمین تا سبب است.

نکته اساسی: برای حل حرکت عمودی اجسام در نزدیکی سطح زمین با یک مساله شتاب ثابت سروکار داریم.

فرض ها در حرکت سقوط آزاد



در بررسی سقوط آزاد مقاومت هوا را نادیده می گیریم. البته می توان نیروی مقاومت هوا را مدل سازی کرده و وارد معادلات حرکت کرد؛ ولی ما در اینجا از آن صرف نظر می کنیم.

اگر مقاومت هوا را نادیده بگیریم، آنگاه همه اجسام با شتاب برابر به سمت زمین حرکت می کنند (آزمایشات گالیله با سطح شیب دار و داستان برج کج پیزا را دنبال کنید).

آزمایش معروف سقوط چکش و پر که به یادبود گالیله در سطح ماه توسط دیوید اسکات انجام شد (ماموریت آپولو ۱۵ که در بالا به آن اشاره شد).

برای حل مسائل سقوط آزاد یک جهت محور مشخص را انتخاب کرده، تمام کمیت های برداری را بنا به آن تعیین علامت کنید و تا آخر به جهت انتخاب شده وفادار بمانید. لطفا دقت کنید نتایج فیزیکی به هیچ عنوان به جهت محور مختصات وابسته نیستند.

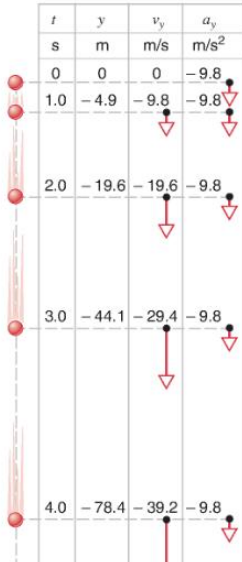
لطفا همیشه مقدار شتاب سقوط در نزدیکی زمین را $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ فرض کنید:

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

~~$$g = 10 \text{ m/s}^2$$~~

شکل از مبانی فیزیک، ویرایش دهم.

تحلیل تصویری سقوط آزاد



سرعت اولیه حرکت صفر است؛ بنابراین در هر لحظه از زمان:

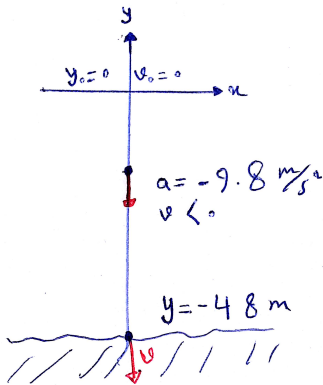
- مکان با توان دوم زمان تغییر می کند.
- سرعت به صورت خطی با زمان تغییر می کند.
- شتاب ثابت است.
- شکل از فیزیک هالیدی، ویرایش پنجم.

مثال از سقوط آزاد و انتخاب جهت محور

پاسخ ب)

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -9.8 \times 3.1 = -31 \text{ m/s}$$

علامت سرعت نهایی منفی به دست می آید که با توجه به جهت محور کاملاً قابل درک است.
تمرین: سرعت نهایی را با استفاده از معادله مستقل از زمان به دست آورید.



فرض کنید که شناگری از ارتفاع 48 m به درون آب می پرد. چه مدت زمان طول می کشد تا شناگر به سطح آب برسد؟ (ب) سرعت برخورد او به سطح آب چقدر است؟

پاسخ الف) جهت محور عمود را به سمت بالا فرض می کنیم (هیچ حرکتی در جهت محور افقی نیست؛ بنابراین جهت آن هم اهمیتی ندارد). حال مقدار و علامت همه کمیت ها را با استفاده از جهت قراردادی محور افق تعیین می کنیم:

$$a = -9.8 \text{ m/s}^2 \quad y = -48 \text{ m}$$

$$v < 0 \quad v_0 = 0 \text{ m/s}$$

بنابراین از معادله حرکت

$$y - y_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

داریم:

$$-48 = \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{48}{4.9} \text{ s}^2$$

$$t = 3.1 \text{ s} \text{ یا } t = -3.1 \text{ s}$$

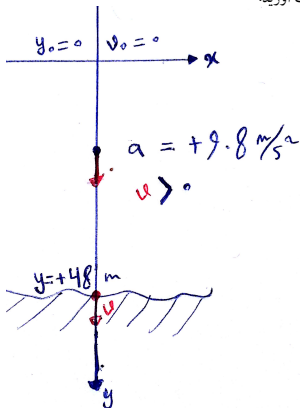
چرا $t = -3.1 \text{ s}$ جواب قابل قبولی نیست؟

مثال از سقوط آزاد و انتخاب جهت محور- تغییر جهت محور عمود

پاسخ ب)

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 9.8 \times 3.1 = +31 \text{ m/s}$$

علامت سرعت نهایی مثبت به دست می آید که با توجه به جهت محور کاملاً قابل درک است.
تمرین: سرعت نهایی را با استفاده از معادله مستقل از زمان به دست آورید.



فرض کنید که شناگری از ارتفاع 48 m به درون آب می پرد. چه مدت زمان طول می کشد تا شناگر به سطح آب برسد؟ (ب) سرعت برخورد او به سطح آب چقدر است؟

پاسخ الف) جهت محور عمود را به سمت پایین فرض می کنیم (باز هم جهت محور افق اهمیتی ندارد). حال مقدار و علامت همه کمیت ها را با استفاده از جهت قراردادی محور افق تعیین می کنیم:

$$a = +9.8 \text{ m/s}^2 \quad y = +48 \text{ m}$$

$$v > 0 \quad v_0 = 0 \text{ m/s}$$

بنابراین از معادله حرکت

$$y - y_0 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

داریم:

$$+48 = \frac{1}{2} (9.8) t^2 \Rightarrow t = 3.1 \text{ s}$$

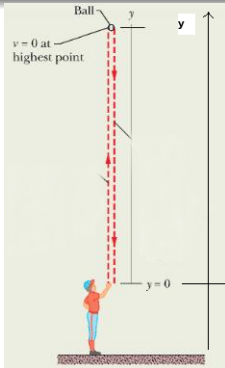
نکته اخلاقی!

مقادیر به دست آمده برای کمیت های فیزیکی هیچگاه به جهت محور های انتخابی ربط نخواهند داشت. برخی جهت ها ممکن است حل مساله را آسانتر کنند، ولی انتخاب دستگاه مختصات تاثیری در فیزیک مساله نخواهد داشت.

بنابراین جهت مشخصی را برای محورهای خود انتخاب کرده و تا آخر مساله به آن وفادار بمانید. یعنی، علامت همه کمیت های ورودی را با توجه به جهت انتخابی خود مشخص کنید و علامت به دست آمده برای کمیت های مورد سوال را نیز با توجه این جهت قراردادی تفسیر کنید.



مثال از سقوط آزاد



فردی توپ بیسبال را با سرعت 12 m/s به سمت بالا پرتاب می کند. الف) توپ در طی چه زمانی به بالاترین نقطه از مسیر خود می رسد؟ ب) ارتفاع این نقطه نسبت به نقطه پرتاب چقدر است؟ چقدر طول می کشد تا توپ بیسبال در رفت و برگشت به ارتفاع 5 m نسبت به نقطه پرتاب برسد؟

فرض می کنیم که جهت محور به سمت بالاست.

در این صورت $a = -9.8 \text{ m/s}^2$ $y_0 = 0$

$v_0 = +12 \text{ m/s}$ $v_t = 0 \text{ m/s}$

پاسخ الف)

$$v = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v_t - v_0}{a} = \frac{0 - 12}{-9.8} = 1.2 \text{ s}$$

پاسخ ب)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \Rightarrow \Delta y = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 12^2}{2(-9.8)} = 7.3 \text{ m}$$

و یا (با استفاده از روش Δ برای حل معادلات درجه دوم)

$$4.9t^2 - 12t + 5 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 0.59 \text{ s} \quad t_2 = 1.8 \text{ s}$$

شکل از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش دهم.

جواب این قسمت را می توانید از معادله حرکت هم به دست آورید:

$$y - y_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

پاسخ پ) در حالتی که توپ به ارتفاع $y = 5 \text{ m}$ برسد داریم:

$$y - y_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 5 - 0 = \frac{1}{2}(-9.8)t^2 + 12t$$

یادآوری حل معادلات درجه دوم

معادله زیر را

$$ax^2 + bx + c = 0$$

معادله درجه دوم و یا معادله سهمی می نامند.

روش های مختلفی برای حل این معادله وجود دارند؛ ولی، کلی ترین روش حل این معادله روش Δ نام دارد. روش Δ : اگر کمیت زیر را

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

در نظر بگیریم آنگاه جواب معادله درجه دوم بالا به صورت زیر به دست می آید:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

علامت Δ تعداد جواب های معادله درجه دوم را تعیین می کند.

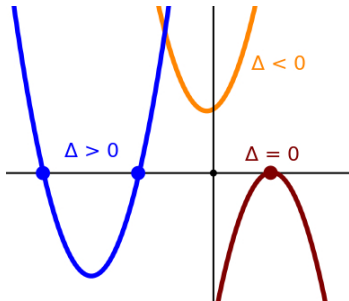
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

جواب یک معادله جبری یعنی مکانی که نمودار آن معادله محور x را قطع می کند. یعنی

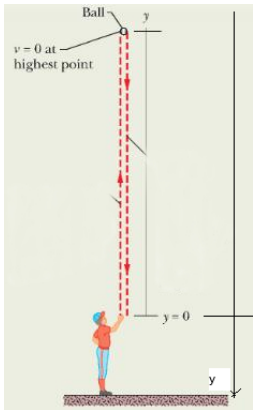
$$y(x) = 0 \Rightarrow x = ?$$

دو جواب $\Delta > 0 \Rightarrow$
یک جواب $\Delta = 0 \Rightarrow$
بدون جواب $\Delta < 0 \Rightarrow$

شکل ها از ویکی.



دانسته های خود را بیازمایید.



فردی توپ بیسبال را با سرعت 12 m/s به سمت بالا پرتاب می کند. الف) توپ در طی چه زمانی طول به بالاترین نقطه از مسیر خود می رسد؟ ب) ارتفاع این نقطه نسبت به نقطه پرتاب چقدر است؟ چقدر طول می کشد تا توپ بیسبال در رفت و برگشت به ارتفاع 5 m نسبت به نقطه پرتاب برسد؟

لطفا همین مساله را با فرض اینکه جهت محور y به سمت پایین است حل کنید. در راه حل مساله به نکات جالبی پی خواهید برد.

نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید نکات اساسی تحلیل حرکت با سرعت ثابت و شتاب ثابت را بیان کنید. برای اینکار لازم است بتوانید به سوال های زیر پاسخ دهید:

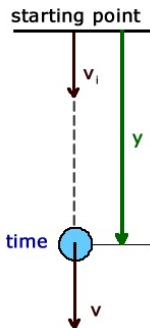
- ۱ حرکت یکنواخت چیست و در چه شرایطی رخ می دهد؟ معادله این حرکت کدام است؟
- ۲ حرکت با شتاب ثابت چیست و در چه شرایطی رخ می دهد؟
- ۳ معادلات تغییرات مکان و سرعت در حرکت با شتاب یکنواخت را بنویسید.
- ۴ سقوط آزاد چه نوع حرکتی است؟
- ۵ چرا همه اجسام در نزدیکی سطح زمین با شتاب یکسانی سقوط می کنند؟
- ۶ نقش دستگاه مختصات در حل معادلات فیزیک چیست؟
- ۷ جواب کلی معادله درجه دوم را بنویسید.

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.



تمرین



سقوط آزاد ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

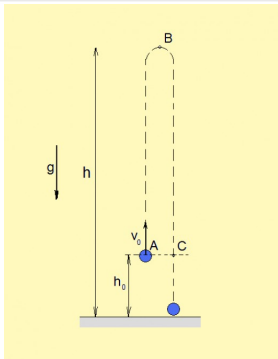
فردی توپی را با سرعت v_i (به سمت پایین) از بالای ساختمانی به ارتفاع $y = 55 \text{ m}$ پرتاب میکند.

الف) اگر دو ثانیه طول بکشد تا سنگ با زمین برخورد کند سرعت v_i چقدر بوده است؟

ب) سرعت توپ در هنگام برخورد با زمین چقدر است؟

پ) چقدر طول میکشد تا توپ به ارتفاع 10 متری بالای سطح زمین برسد؟ شکل از نت.

تمرین



سقوط آزاد ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

سنگی با سرعت $v_0 = 15 \text{ m/s}$ از ارتفاع $h_0 = 2 \text{ m}$ به صورت عمودی به سمت بالا پرتاب می شود.

الف) در چه زمانی سنگ به نقطه B می رسد؟

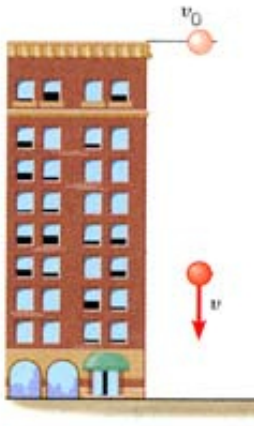
ب) ارتفاع نقطه B (یعنی h) نسبت به زمین را بیابید.

پ) در چه زمان هایی سنگ از ارتفاع $h_1 = 4 \text{ m}$ نسبت به سطح زمین می گذرد؟

توجه: محور مختصات انتخابی خود را به دقت با رسم شکل نشان دهید.

شکل از نت.

تمرین



حرکت شتابدار یک بعدی با شتاب ثابت ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$):

فردی توپی را با سرعت v_0 (به سمت پایین) از بالای ساختمانی به ارتفاع $y = 40 \text{ m}$ پرتاب میکند.

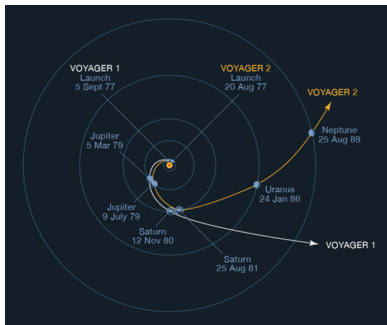
الف) اگر 1.5 ثانیه طول بکشد تا سنگ با زمین برخورد کند سرعت v_0 چقدر بوده است؟

ب) سرعت توپ در هنگام برخورد با زمین چقدر است؟

پ) چقدر طول میکشد تا توپ به ارتفاع 10 متری بالای سطح زمین برسد؟
شکل از نت.

با سپاس از آقای مهدی پاکدل جهت یادآوری ایراد در شکل.

مبحث بعدی: حسابان حرکت



شکل از ویکی.

یکی از مهم ترین دلایل به وجود آمدن دانش حسابان (حساب دیفرانسیل و انتگرال) تحلیل مساله حرکت بوده است. در جلسه بعد خواهیم آموخت که چطور مشتق گیری و انتگرال گیری می توانند جزئیات حرکت را برای ما روشن کنند. یعنی می خواهیم بدانیم که:

- مشتق نمودار مکان-زمان نمودار سرعت-زمان را به ما می دهد.

- مشتق نمودار سرعت-زمان نمودار شتاب-زمان را به دست می دهد و انتگرال زیر نمودار سرعت-زمان، جابه جایی را به دست می دهد.

- مشتق نمودار شتاب-زمان نمودار جهش-زمان را به ما می دهد (این کمیت در مکانیک کلاسیک اهمیت بسیار کمی دارد و ما آن را بحث نمی کنیم) و انتگرال زیر نمودار شتاب-زمان، سرعت را به دست می دهد.

مراجع

- ❶ Halliday, David, Robert Resnick, and Jearl Walker; Fundamentals of physics, 10th edn. John Wiley & Sons, 2014.
- ❷ Halliday, D., R. Resnick, and K. S. Krane. "Physics, 5th edn." (2002).
- ❸ Ohanian, Hans C., and John T. Markert. Physics for engineers and scientists, 3th edn. 2007.
- ❹ Young, Hugh D., Roger A. Freedman, and Albert Lewis Ford. Sears and Zeman-sky's university physics, 13th edn. Pearson education, 2006.

فصل دوم: حرکت در راستای خط راست

کلاس درس دکتر والتر لوین از دانشگاه MIT در مرکز آموزش های الکترونیک این دانشگاه و یوتیوب:
<https://ocw.mit.edu/index.htm>
<https://www.youtube.com/watch?v=X9c0MRooBzQ>

کلاس های درس فیزیک یک دانشگاه صنعتی شریف (مثلا
کلاس درس دکتر محمد رضا اجتهادی و یا دکتر محمود بهمن
آبادی) را می توانید از مرکز آموزش های الکترونیک دانشگاه
صنعتی شریف (و یا حتی از سایت مکتب خونه) دریافت کنید.
<http://ocw.sharif.edu/>

Lec 01: Units, Dimensions, and Scaling Arguments | 8.01 Classical Mechanics (Walter Lewin)

387,915 views • Dec 9, 2014

حسین شاور

فیزیک مکانیک

با سپاس از توجه شما،
مراقب سلامت خود و اطرافیان خود
باشید.