

# مقدمه روش های ریاضی در علوم فیزیکی

## بردارها در فیزیک

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

[h.shenavar@gmail.com](mailto:h.shenavar@gmail.com)

- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

## بردارها



- ویژگی های بردارها به روش هندسی
- توصیف جبری بردارها و بردارهای پایه
- ویژگی های بردارها به روش جبری

## اسکالرها، بردارها و ...



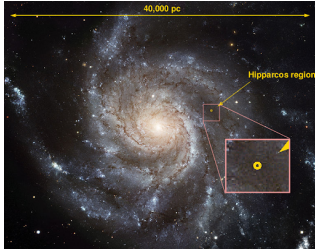
اسکالرها کمیت هایی هستند که فقط اندازه دارند؛ مثل جرم، زمان، دما، فشار و ...

بردارها علاوه بر اندازه جهت هم دارند. مانند سرعت، شتاب، نیرو، میدان های الکتریکی و مغناطیسی و ... . در این فصل درباره بردارها بحث می کنیم.

انواع دیگری از کمیت ها نیز در فیزیک وجود دارند؛ مانند اسپینورها ( که جهت دارند ولی اندازه ندارند؛ یعنی اندازه آنها اهمیت ندارد) و یا تانسورها که چندجهته هستند. این نوع کمیت ها را در ادامه روش های ریاضی در فیزیک ملاقات خواهیم کرد.

شکل ها از مبانی فیزیک هالیدی، ویرایش هشتم.

## چرا برای فهم مکانیک به بردارها نیاز داریم؟



برخی کمیت های فیزیکی به صورتی تعریف می شوند که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارند. مفهوم بردار طبیعی ترین راه برای توصیف این کمیت ها را فراهم می کند.

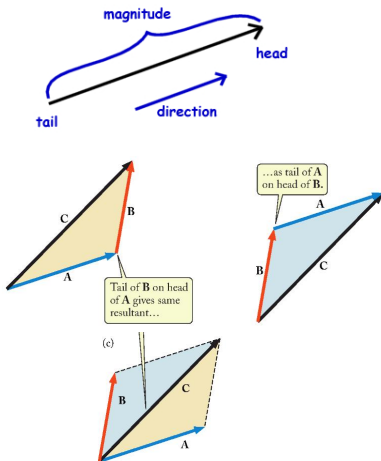
البته می توان نشان داد که بدون استفاده از روش برداری ( و صرفا با استفاده از کمیت های اسکالر و روش های جبری ) نیز می توان مکانیک و دیگر بخش های فیزیک را فرمولبندی کرد؛ ولی، نکته در اینجاست که شهود ما معمولا به دیدگاه برداری نزدیکتر است؛ به همین دلیل، فهم بردارها در فیزیک اهمیت اساسی دارد.

در نهایت، باید اشاره کرد که بسیاری از روابط پیچیده فیزیکی را می توان با استفاده از ریاضیات برداری به شکل بسیار ساده تر و جمع و جورتر نوشت. این نکته اهمیت فهم مفاهیم برداری را دوچندان می کند.

ما به دو روش متفاوت هندسی و جبری ریاضیات بردارها را فراخواهیم گرفت و در آینده، به فراخور موقعیت، از هر دو روش بهره خواهیم گرفت.

شکل ها از ویکی.

## هندسه بردارها؛ ویژگی های جمع بردارها



بردار پاره خطی جهت دار با اندازه مشخص در فضا است که، بسته به نوع آن، قواعد تبدیل خاص خود را دارد.

در ادامه قوانین ریاضی حاکم بر بردارها را از لحاظ هندسی بررسی خواهیم کرد.

جمع بردارها: ابتدای بردار دوم را بر انتهای بردار اول قرار می دهیم. در این حالت بردار حاصل جمع، برداری است که ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می کند:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

جمع دو بردار خاصیت جابه جایی دارد:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

جمع بردارها خاصیت شرکت پذیری دارد:

$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

شکل ها از <https://www.ducksters.com/>،  
اوهانیان و مبانی هالیدی، ویرایش هشتم.

## هندسه بردارها؛ قرینه و تفریق دو بردار

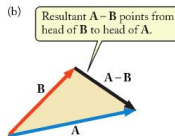
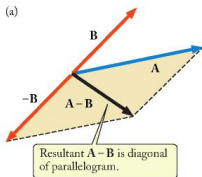
Negative of vector  $\vec{A}$  has same length as vector  $\vec{A}$ , but opposite direction.



قرینه یک بردار برداری است به همان اندازه ولی در جهت مخالف بردار اول. شکل مقابل را ببینید.

تفریق دو بردار. برای پیدا کردن  $\vec{A} - \vec{B}$  بردار  $\vec{A}$  را با بردار  $-\vec{B}$  جمع می کنیم:  
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

به بیان دیگر، حاصل تفریق برداری است که انتهای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می کند. دو شکل پایین را ببینید.

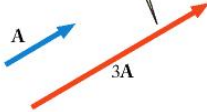


شکل ها از اوهانیان.

## هندسه بردارها؛ ضرب عدد در بردار

(a)

Positive multiple of vector  
is parallel to vector.



(b)

Negative multiple of vector  
is antiparallel to vector.

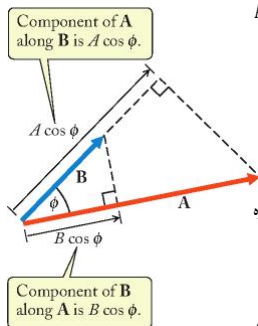


ضرب عدد در بردار: حاصلضرب  $\alpha \vec{A}$  یک بردار است و اندازه آن برابر پاره خطی است که  $\alpha$  برابر بردار  $\vec{A}$  می باشد. شکل های روبه رو را ببینید.

جهت حاصلضرب عدد در بردار: اگر  $\alpha > 0$  آنگاه بردارهای  $\vec{A}$  و  $\alpha \vec{A}$  هم جهت هستند؛ اگر  $\alpha < 0$  آنگاه بردارهای  $\vec{A}$  و  $\alpha \vec{A}$  در خلاف جهت هم هستند و اگر  $\alpha = 0$  آنگاه  $\alpha \vec{A} = \vec{0}$ . شکل های روبه رو را ببینید.

شکل ها از اوهانیان.

## هندسه بردارها؛ ضرب داخلی ( اسکالر و یا عددی ) دو بردار



ضرب داخلی ( عددی و یا اسکالر ) دو بردار: عبارت  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  را به صورت  $\vec{A}$  دات ( نقطه )  $\vec{B}$  بخوانید.

حاصلضرب  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  یک عدد ( اسکالر ) است. پس ضرب داخلی جهت ندارد.

حاصلضرب داخلی دو بردار  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  برابر است با

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi$$

یعنی اندازه تصویر بردار اول در جهت بردار دوم ( $|\vec{A}| \cos \phi$ ) ضربدر اندازه بردار دوم ( $|\vec{B}|$ ) و یا بالعکس.

ضرب داخلی جابه جا پذیر است:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

اندازه بردار  $\vec{A}$  را با  $|\vec{A}|$  و یا A نشان می دهیم و در قسمت های بعد آن را به دست خواهیم آورد.

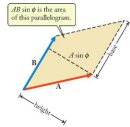
اگر زاویه بین دو بردار قائمه باشد، آنگاه ضرب داخلی بین آن دو صفر می شود:

$$\text{if } \phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \phi = 0$$

کار انجام شده توسط یک نیرو نمونه ای از ضرب داخلی است:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \theta$$

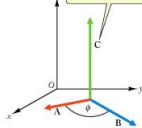
## هندسه بردارها؛ ضرب خارجی ( برداری ) دو بردار



Component of A perpendicular to B.



Direction of  $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$  is perpendicular to plane of A and B.



ضرب خارجی ( برداری ) دو بردار: عبارت  $\vec{A} \times \vec{B}$  را به صورت  $\vec{A}$  کراس  $\vec{B}$  بخوانید. حاصلضرب  $\vec{A} \times \vec{B}$  یک بردار است. پس ضرب خارجی کمیتی جهت دار است.

اندازه حاصلضرب خارجی دو بردار  $\vec{A} \times \vec{B}$  برابر است با

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \phi$$

که همان مساحت متوازی الاضلاع ساخته شده توسط دو بردار است ( چرا؟ ).

راستای بردار  $\vec{A} \times \vec{B}$  بر هر دو بردار  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  عمود است. همچنین، جهت  $\vec{A} \times \vec{B}$  با استفاده از قاعده دست راست پیدا می شود؛ به این صورت که چهار انگشت دست راست را در جهت بردار اول قرار داده و آنها را به سمت بردار دوم میپیچانیم. آنگاه انگشت شست جهت بردار حاصلضرب را نشان می دهد. با توجه به این نکته درمی یابیم که ضرب خارجی دو بردار خاصیت پادجابیه جایی دارد:

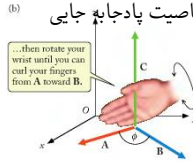
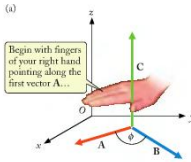
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

برای دو بردار همراستا داریم:

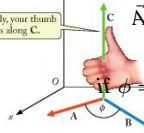
$$\text{if } \phi \Rightarrow 0, \pi \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$$

نمونه ضرب خارجی: گشتاور

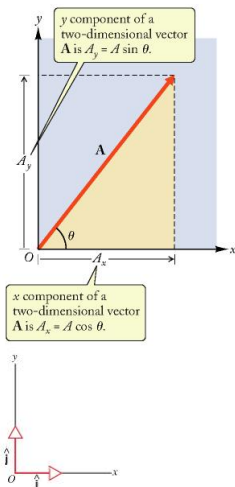
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Finally, your thumb points along C.



## نوشتن بردارها به صورت مولفه ای



اگر دستگاه مختصاتی را تعریف کنیم، آنگاه می توان تصویر یک بردار مفروض مثل  $\vec{A}$  در جهت هر کدام از محورهای مختصات را به راحتی پیدا کرد. در این صورت، اگر زاویه بین بردار  $\vec{A}$  و جهت مثبت محور x ها برابر  $\theta$  باشد، آنگاه مولفه های افقی و عمودی بردار  $\vec{A}$  برابر هستند با:

$$A_x = A \cos \theta \quad A_y = A \sin \theta$$

این نتیجه را به راحتی می توان از تعریف نسبت های مثلثاتی سینوس و کسینوس یافت.

توجه کنید که می توان بردار  $\vec{A}$  را به صورت حاصلجمع دو بردار  $\vec{A}_x$  و  $\vec{A}_y$  نوشت:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

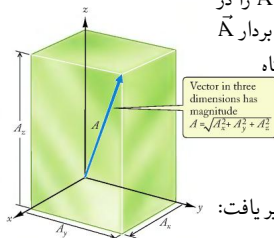
این ایده اساس تعریف مولفه ای بردارهاست ( توجه کنید که  $\tan \theta = A_y / A_x$  ). همچنین، اندازه بردار  $\vec{A}$  را می توان با استفاده از قضیه فیثاغورس به صورت زیر یافت:

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

نوشتن بردارهای دوبعدی به صورت زوج مرتب:  $\vec{A} = (A_x, A_y)$

نوشتن بردارهای دوبعدی با استفاده از بردارهای یکه:  $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$

## نوشتن بردارها به صورت مولفه ای



نوشتن بردارهای سه بعدی به صورت مولفه ای: در سه بعد نیز می توان بردار  $\vec{A}$  را در جهت هر کدام از محورهای مختصات تجزیه کرد. در این صورت، اگر تصویر بردار  $\vec{A}$  در جهت محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  را به ترتیب با  $A_x$ ،  $A_y$  و  $A_z$  نشان دهیم، آنگاه

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

و بنابراین

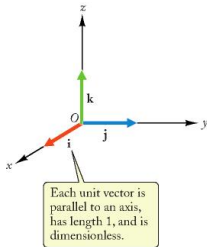
همچنین، اندازه بردار  $\vec{A}$  را می توان با استفاده از رابطه فیثاغورس به صورت زیر یافت:

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

تمرین: این رابطه را اثبات کنید.

نوشتن بردارهای سه بعدی با استفاده از بردارهای یکه:

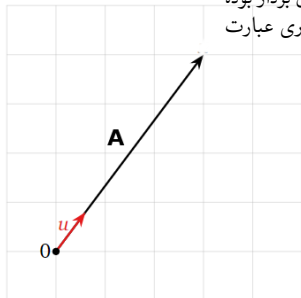
$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$



بردارهای یکه  $\hat{i}$ ،  $\hat{j}$  و  $\hat{k}$  بردارهایی به طول واحد و عمود برهم هستند. بخوانید  $\hat{i}$  هت و ... به راستگرد بودن دستگاه مختصات دقت کنید.

شکل ها از اوهانیان.

## یافتن بردار یکه در جهت بردار دلخواه



بردار یکه در جهت یک بردار دلخواه، مانند  $\vec{W}$ ، برداری است که در جهت آن بردار بوده و طول آن برابر واحد باشد. به راحتی می توان اثبات کرد که چنین برداری عبارت است از

$$\hat{w} = \frac{\vec{W}}{|\vec{W}|} = \frac{W_x\hat{i} + W_y\hat{j} + W_z\hat{k}}{\sqrt{W_x^2 + W_y^2 + W_z^2}}$$

مثال: بردار یکه در جهت بردار  $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$  را بیابید.

پاسخ:

$$\hat{u} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

$$\hat{u} = \frac{3\hat{i} + 4\hat{j} + 0\hat{k}}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2}} = \frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j}$$

## جبر بردارها؛ ویژگی های جمع بردارها

جمع دو بردار به صورت جبری:

$$\vec{A} + \vec{B} =$$

$$= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} + (A_z + B_z) \hat{k}$$

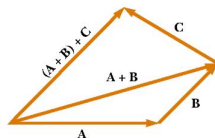
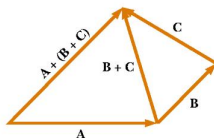
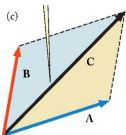
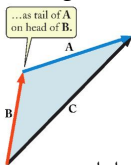
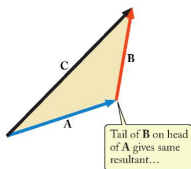
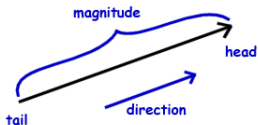
اثبات کنید: براحتی می توان دید که جمع دو بردار خاصیت جابه جایی دارد:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

اثبات کنید: جمع بردارها خاصیت شرکت پذیری دارد:

$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

شکل ها از <https://www.ducksters.com/>، اوهانیان و مبنای هالیدی، ویرایش هشتم.



## جبر بردارها؛ قرینه و تفریق دو بردار

قرینه یک بردار به روش جبری:

$$-\vec{A} = - (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) = -A_x \hat{i} - A_y \hat{j} - A_z \hat{k}$$

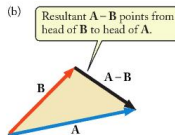
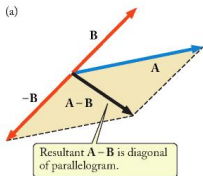
Negative of vector  $A$  has same length as vector  $A$ , but opposite direction.



تفریق دو بردار به روش جبری:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) =$$

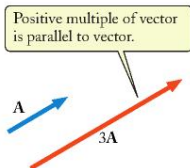
$$= (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} + (A_z - B_z) \hat{k}$$



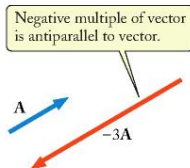
شکل ها از اوهانیان.

## جبر بردارها؛ ضرب عدد در بردار

(a)



(b)

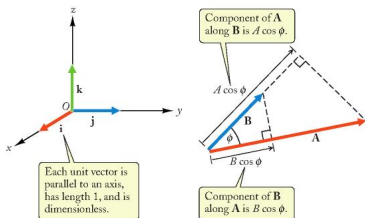


• ضرب عدد در بردار به روش جبری:

$$\begin{aligned}\alpha \vec{A} &= \alpha (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \\ &= (\alpha A_x \hat{i} + \alpha A_y \hat{j} + \alpha A_z \hat{k})\end{aligned}$$

• شکل ها از اوهانیان.

## جبر بردارها؛ ضرب داخلی دو بردار



برای پیدا کردن نتیجه جبری ضرب داخلی دو بردار، یعنی  $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ، باید در ابتدا نتیجه ضرب داخلی بردارهای پایه را بیابیم. برای اینکار، با توجه به تعامد بردارهای پایه متفاوت داریم:

$$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

و همچنین با توجه به اینکه هر بردار با خودش همجهت است داریم:

$$\phi = 0 \Rightarrow \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

حاصلضرب داخلی دو بردار  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  برابر است با

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \cdot (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$\begin{aligned} &= A_x B_x \hat{i} \cdot \hat{i} + A_x B_y \cancel{\hat{i} \cdot \hat{j}} + A_x B_z \cancel{\hat{i} \cdot \hat{k}} \\ &\quad + A_y B_x \cancel{\hat{j} \cdot \hat{i}} + A_y B_y \hat{j} \cdot \hat{j} + A_y B_z \cancel{\hat{j} \cdot \hat{k}} \\ &\quad + A_z B_x \cancel{\hat{k} \cdot \hat{i}} + A_z B_y \cancel{\hat{k} \cdot \hat{j}} + A_z B_z \hat{k} \cdot \hat{k} \end{aligned}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

و یا

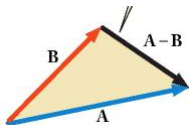
نتیجه ضرب داخلی دو بردار به صورت مولفه ای:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

به راحتی می توان نشان داد که ضرب داخلی خاصیت جابه جایی دارد:

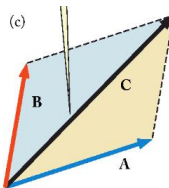
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

## مثال و تمرین



• اثبات کنید:

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2\vec{A} \cdot \vec{B}}$$



• قضیه متوازی الاضلاع را اثبات کنید:

$$|\vec{C}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \phi}$$

• اثبات:

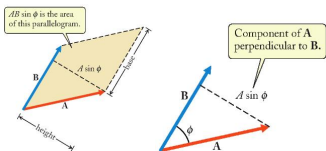
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \Rightarrow |\vec{C}|^2 = \vec{C} \cdot \vec{C} = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})$$

$$|\vec{C}|^2 = \vec{A} \cdot \vec{A} + \vec{B} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{A} = A^2 + B^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$|\vec{C}|^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \phi$$

• شکل ها از او هانین.

## جبر بردارها؛ ضرب خارجی دو بردار



نتیجه ضرب خارجی دو بردار به صورت مولفه ای:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i}$$

$$+ (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j}$$

$$+ (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

ضرب خارجی خاصیت پادجابیه جایی

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \quad \text{دارد:}$$

برای پیدا کردن نتیجه جبری ضرب خارجی دو بردار، یعنی  $\vec{A} \times \vec{B}$ ، باید در ابتدا نتیجه ضرب خارجی بردارهای پایه را بیابیم. برای اینکار، با توجه به تعامد بردارهای پایه متفاوت داریم:

$$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} = -\hat{j} \times \hat{i}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} = -\hat{k} \times \hat{j}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} = -\hat{i} \times \hat{k}$$

و همچنین با توجه به اینکه هر بردار با خودش همجهت است داریم:

$$\phi = 0 \Rightarrow \hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$$

بنابراین حاصلضرب خارجی دو بردار  $\vec{A} \times \vec{B}$  برابر است با

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$$

$$= A_x B_x \cancel{\hat{i} \times \hat{i}} + A_x B_y \hat{i} \times \hat{j} + A_x B_z \hat{i} \times \hat{k}$$

$$+ A_y B_x \hat{j} \times \hat{i} + A_y B_y \cancel{\hat{j} \times \hat{j}} + A_y B_z \hat{j} \times \hat{k}$$

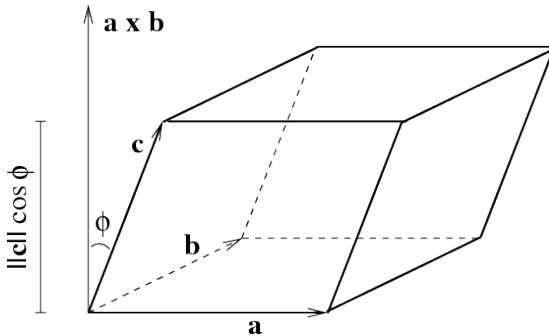
$$+ A_z B_x \hat{k} \times \hat{i} + A_z B_y \hat{k} \times \hat{j} + A_z B_z \cancel{\hat{k} \times \hat{k}}$$

## تمرین

- نشان دهید که حجمی که توسط سه بردار ساخته می شود برابر است با اندازه بردار زیر  
 $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$

- توضیح دهید که چرا عبارت  $\vec{c} \times (\vec{a} \cdot \vec{b})$  بی معنی است؟

- شکل از <https://mathinsight.org/>.



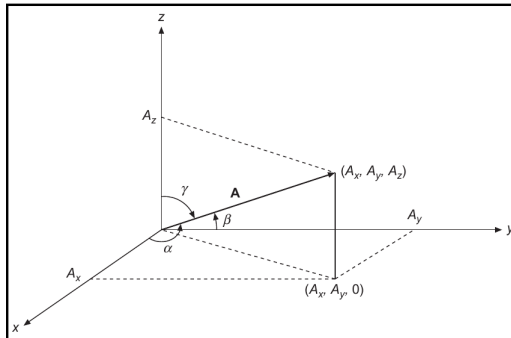
## نمادگذاری کتاب آرفکن-ویر برای بردارها

در کتاب آرفکن-ویر از نمادگذاری  $\hat{e}_x$ ،  $\hat{e}_y$  و  $\hat{e}_z$  برای نشان دادن بردارهای یکه استفاده شده است:

$$\vec{A} = A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y + A_z \hat{e}_z$$

تمرین: با استفاده از شکل زیر نشان دهید که تصویر بردار  $\vec{A}$  در جهت محورهای مختصات از روابط زیر به دست می آید:

$$\mathbf{A} \cdot \hat{e}_x = A_x = A \cos \alpha, \quad \mathbf{A} \cdot \hat{e}_y = A_y = A \cos \beta, \quad \mathbf{A} \cdot \hat{e}_z = A_z = A \cos \gamma,$$



# نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید بردارها در فیزیک و مهم ترین نتایج و کاربرد آنها را به درستی توضیح دهید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

- ۱ جمع برداری را به روش هندسی و جبری بیان کنید.
- ۲ قرینه بردارها را به روش هندسی و جبری بیان کنید.
- ۳ تفریق برداری را به روش هندسی و جبری بیان کنید.
- ۴ ضرب عدد در بردار را به روش هندسی و جبری بیان کنید.
- ۵ ضرب داخلی دو بردار را به روش هندسی و جبری بیان کنید.
- ۶ ضرب خارجی دو بردار را به روش هندسی و جبری بیان کنید.
- ۷ بردارهای یک در سه بعد، و روش نوشتن یک بردار کلی برحسب آنها، را توضیح دهید.
- ۸ قضیه متوازی الاضلاع را بنویسید.

اگر درباره هرکدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ”درونی سازی“ مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات محک زده و تقویت کنید. این مساله ها در انتهای هر درس ارائه می شوند.

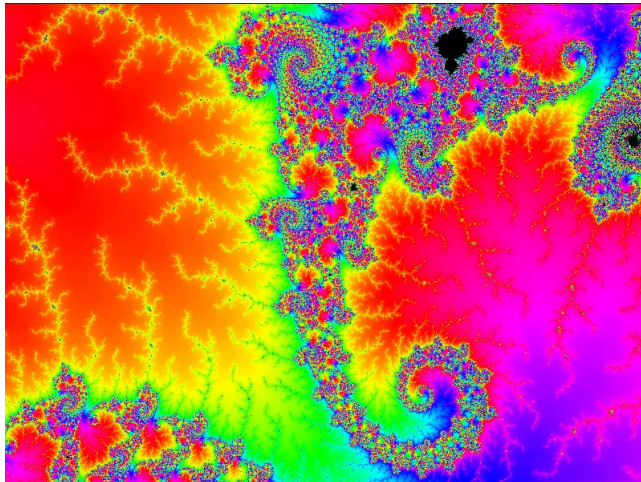


## تمرین ها

- تمرینات موجود در متن درس را پاسخ دهید.
- تمرینات موجود در صفحات ۵۲ تا ۵۳ از ویرایش هفتم کتاب آرفکن پاسخ دهید.

## مبحث بعدی: مقدمه ای بر اعداد مختلط

در جلسه بعد به صورت مقدماتی با اعداد مختلط آشنا خواهیم شد.



## منابع

- ❶ Mathematical Methods for Physicists: A Comprehensive Guide (7th Edition ) by George B. Arfken, Hans J. Weber, Frank E. Harris, Academic Press ( 2012)
- ❷ Mathematical Methods for Physicists (6th Edition ) by George B. Arfken, Hans J. Weber, Academic Press ( 2012)
- ❸ Mathematical Methods for Physics and Engineering, 3rd Edition, by K. F. Riley, M. P. Hobson, S. J. Bence , Cambridge University Press (2006)
- ❹ Mathematical Physics: A Modern Introduction to Its Foundations, 2nd ed, by Sadri Hassani (2013)
- ❺ Methods of Theoretical Physics I, II, Morse, Philip M. and Feshbach, Herman, McGraw-Hill ( 1953 )

با سپاس از توجه شما

