

# سینماتیک و دینامیک نسبیتی

## ابیراهی نور ستارگان

حسین شناور

گروه فیزیک، دانشکده علوم



دانشگاه هرمزگان

- خواهشمندم هرگونه اشتباه نوشتاری، مفهومی و یا محاسباتی را به آدرس ایمیل من ارسال کنید تا در ویرایش های بعدی تصحیحات لازم اعمال شوند:

[h.shenavar@gmail.com](mailto:h.shenavar@gmail.com)

- از همکاران و دانشجویان محترم در دانشگاه هرمزگان، برای همفکری ها، حمایت ها و گوشزد نمودن نکات مفید سپاسگزارم.
- برای ضبط این درس ها از نرم افزار Camtasia استفاده شده است.

۱ ● ایراھی نور ستارگان

● **ابیراهی نور ستارگان**

- **ابیراهی در تابش زمینه کیهانی**

## آنچه تاکنون آموخته ایم: تبدیل نسبیتی سرعت ها

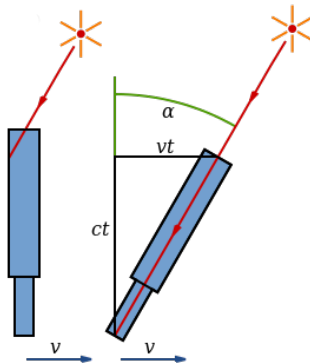
- در جلسه پیش دیدیم که تحت تبدیلات لورنتس، سرعت ها بین دو دستگاه S و S' به صورت زیر تبدیل می شوند.
- همچنین نشان دادیم که چطور فرمول تبدیل نسبیتی سرعت ها می تواند رابطه فیزو برای سرعت نور در محیط های متحرک را توضیح دهد.

### Transformation of velocity (*Cartesian components*)

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}, & u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}, \\
 u_y &= \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u'_y}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}, & u'_y &= \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u_y}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}, \\
 u_z &= \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u'_z}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}, & u'_z &= \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u_z}{1 - \frac{v}{c^2} u_x},
 \end{aligned}$$

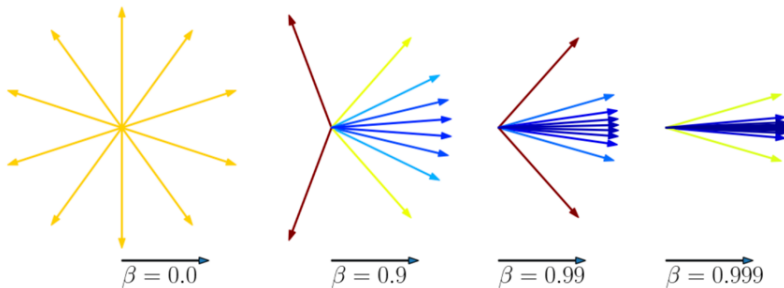
## آنچه گذشت: ابیراهی کلاسیک نور ستارگان

- در جلسه هفتم از بخش اول (فرضیه کشش اتری) با مفهوم ابیراهی نور ستارگان آشنا شدیم. در واقع فهمیدیم که پدیده تثبیت شده ابیراهی ستاره ای را می توان با فرضیه اتر ساکن و همچنین بدون فرضیه اتر توضیح داد. ولی این پدیده را نمی توان با استفاده از فرضیه اتر در حال حرکت (کشش اتری) توضیح داد. بنابراین فرضیه کشش اتری را، که می تواند آزمایش مایکلسون-مورلی را توضیح دهد، کنار گذاشتیم.



## اهداف این جلسه: ابیراهی نور ستارگان

در این جلسه می خواهیم از تبدیلات لورنتس و تبدیل نسبیتی سرعت ها استفاده کرده و شالوده فهم پدیده های ابیراهی و اثر داپلر نسبیتی را بنا نهیم.



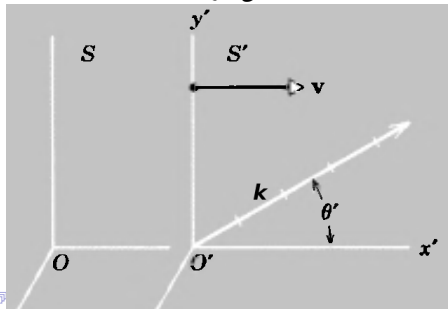
## انتشار امواج الکترومغناطیسی در نسبیت

- پرتو نوری که از یک چشمه تک رنگ در مبدا دستگاه مختصات  $S'$  گسیل می شود را در نظر بگیرید. معادله انتشار این موج را می توان در دستگاه مختصات  $S'$  با رابطه

$$f(x', y', t') = f_0 \cos(\vec{k}' \cdot \vec{r}' - \omega' t')$$

توصیف کرد. در اینجا  $\vec{k}' = \frac{2\pi}{\lambda'} (\cos \theta', \sin \theta')$  بردار عدد موج،  $\lambda'$  طول موج در دستگاه  $S'$ ،  $\vec{r}' = (x', y')$  بردار موقعیت و  $\omega' = 2\pi\nu'$  فرکانس زاویه ای موج است.

- توجه کنید که در حالت کلی فرکانس و طول موج نور در دستگاه های مختلف نابرابر خواهند بود؛ ولی ما می دانیم که  $c = \lambda\nu = \lambda'\nu'$  ثابت باقی خواهد ماند.



## انتشار امواج الکترومغناطیسی در نسبیت

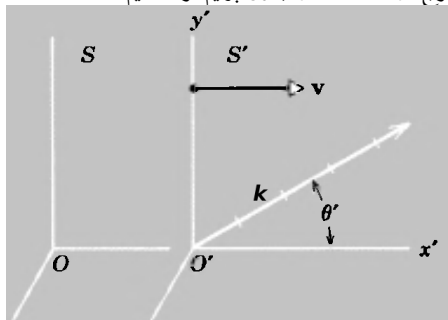
- حال می توان رابطه بالا را در دستگاه  $S'$  به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f(x', y', t') = f_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x' \cos \theta' + y' \sin \theta'}{\lambda'} - \nu' t' \right) \right] \quad *$$

به همین ترتیب می توان فرمول موج را در دستگاه  $S$  به صورت زیر نوشت:

$$f(x, y, t) = f_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\lambda} - \nu t \right) \right] \quad *$$

که کمیت های متناظر موج در دستگاه  $S$  را بدون پرآیم نوشته ایم.



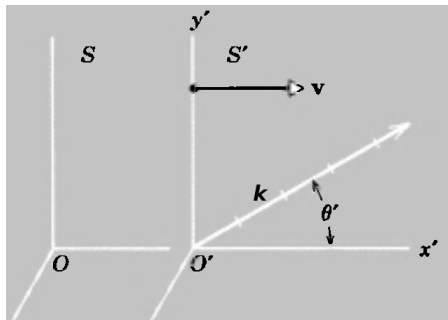
## انتشار امواج الکترومغناطیسی در نسبیت

- حال می توانیم از تبدیلات لورنتس

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

استفاده کرده و مختصات  $x'$  و  $t'$  در معادله \* را تبدیل کنیم.

- تمرین: اینکار را انجام داده و معادله موج در دو دستگاه مختصات را با هم مقایسه کنید. از اینجا چه نتیجه ای می گیرید؟



## انتشار امواج الکترومغناطیسی در نسبیت

● پاسخ: از تبدیلات لورنتس استفاده کرده

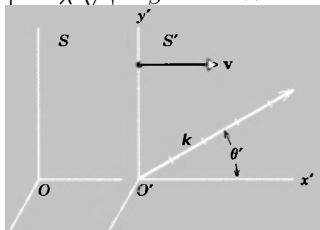
$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

و مختصات  $x'$  و  $t'$  در معادله \* را تبدیل می کنیم:

$$f(x', y', t') = f_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{\frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \cos \theta' + y' \sin \theta'}{\lambda'} - \nu' \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \right]$$

معادله بالا را می توان پس از مرتب کردن جملات به شکل زیر نوشت:

$$f(x, y, t) = f_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{\cos \theta' + \beta}{\lambda' \sqrt{1-\beta^2}} x + \frac{\sin \theta'}{\lambda'} y - \nu' \frac{\beta \cos \theta' + 1}{\sqrt{1-\beta^2}} t \right) \right] \quad **$$



## انتشار امواج الکترومغناطیسی در نسبیت

● معادلات \*\* و \* هر دو توصیف یک موج در دستگاه S هستند

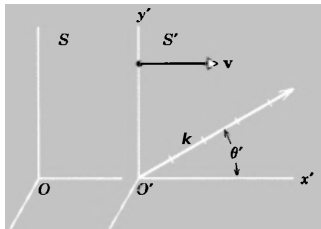
$$f(x, y, t) = f_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{\lambda} - \nu t \right) \right] \quad *$$

$$f(x, y, t) = f_0 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{\cos \theta' + \beta}{\lambda' \sqrt{1 - \beta^2}} x + \frac{\sin \theta'}{\lambda'} y - \nu' \frac{\beta \cos \theta' + 1}{\sqrt{1 - \beta^2}} t \right) \right] \quad **$$

پس این دو معادله باید با هم برابر باشند، بنابراین

$$\frac{\cos \theta}{\lambda} = \frac{\cos \theta' + \beta}{\lambda' \sqrt{1 - \beta^2}} \quad \frac{\sin \theta}{\lambda} = \frac{\sin \theta'}{\lambda'}$$

$$\nu = \nu' \frac{\beta \cos \theta' + 1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \lambda \nu = \lambda' \nu'$$



در این مساله مقادیر مربوط به موج در دستگاه S' (یعنی  $\nu'$ ،

$\lambda'$  و  $\theta'$ ) معلوم اند و ما مقادیر  $\nu$ ،  $\lambda$  و  $\theta$  را می خواهیم. ولی وجود چهار معادله و سه مجهول به ما می گوید که تمام معادلات مستقل نیستند. حال می توانیم با تقسیم دو معادله اول بر هم معادله جدید مقابل را بیابیم:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta}$$

## معادله نسبیتی ابیراهی نور

● معادله زیر را معادله نسبیتی ابیراهی نور می گویند:

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta}$$

این معادله جهت های انتشار نور در دستگاه های S و S'، یعنی  $\theta$  و  $\theta'$  را به هم مربوط می کند. یعنی زاویه تابش نور در دو دستگاه متفاوت است و این به دلیل سرعت نسبی دو دستگاه اتفاق می افتد.

● به همین ترتیب می توان تبدیل معکوس را فوراً به دست آورد:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta - \beta}$$

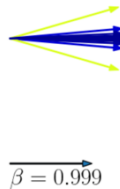
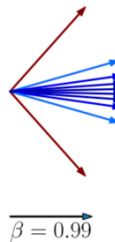
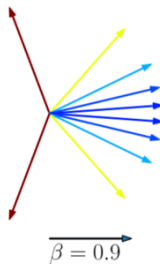
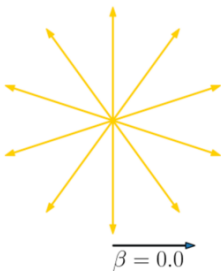
● تمرین: تفاوت این دو فرمول ( تبدیل کمیت های بدون پرایم به کمیت های پرایم دار و تبدیل  $\beta \rightarrow -\beta$  ) را توضیح دهید.

## معادله نسبیتی ابیراهی نور

- تمرین: توضیح دهید که چگونه معادلات زیر می‌توانند رفتار نشان داده شده در شکل زیر برای ابیراهی نسبیتی نور را توضیح دهند.

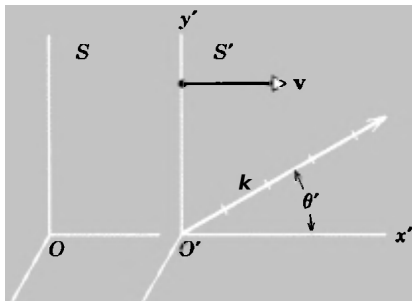
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta - \beta}$$



پیدا کردن رابطه نسبیتی ایبراهی نور با استفاده از تبدیلات سرعت نسبیتی

تمرین: فرض کنید نور در دستگاه  $S'$  در جهت  $\theta'$  در حال حرکت است. در نتیجه سرعت نور در جهت مولفه های  $x'$  و  $y'$  به ترتیب برابر است با  $u'_x = c \cos \theta'$  و  $u'_y = c \sin \theta'$ . رابطه نسبیتی ایبراهی نور را با استفاده از تبدیلات سرعت نسبیتی به دست آورید.



Transformation of velocity (Cartesian components)

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}, \quad u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x},$$

$$u_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u'_y}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}, \quad u'_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u_y}{1 - \frac{v}{c^2} u_x},$$

$$u_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u'_z}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x}, \quad u'_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} u_z}{1 - \frac{v}{c^2} u_x},$$

## اثبات رابطه نسبیتی ابیراهی نور با استفاده از تبدیلات سرعت نسبیتی

• حالا اثبات دومی برای رابطه نسبیتی ابیراهی نور با استفاده از تبدیلات سرعت نسبیتی ارائه می کنیم. فرض کنید نور در دستگاه  $S'$  در جهت  $\theta'$  در حال حرکت است. در نتیجه سرعت نور در جهت مولفه های  $x'$  و  $y'$  به ترتیب برابر است با  $u'_x = c \cos \theta'$  و  $u'_y = c \sin \theta'$ . بنابراین با استفاده از فرمول جمع نسبیتی سرعت ها داریم:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} = \frac{c \cos \theta' + v}{1 + v \cos \theta' / c}$$

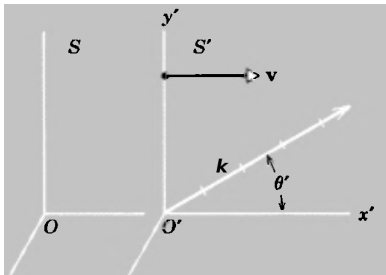
$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} = \frac{c \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + v \cos \theta' / c}$$

ولی زاویه تابش در دستگاه  $S$  را می توان از فرمول زیر به دست آورد:

$$\tan \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{c \sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{c \cos \theta' + v}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta' + \beta}$$

که همان فرمول پیشین است.



## فرمول کلاسیک ابیراهی نور ستارگان

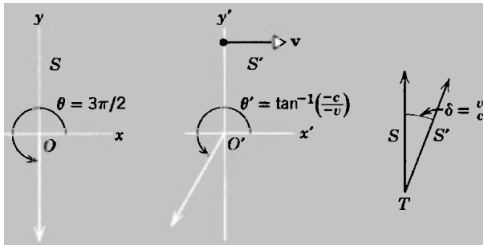
- وضعیتی را در نظر بگیرید که منبع نور دقیقا بالای سر ما قرار دارد. یعنی امواج نوری در جهت منفی محور  $y$  حرکت می کنند؛ بنابراین داریم  $\theta = 3\pi/2$ . پس زاویه  $\theta'$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta - \beta} = \frac{\sin 3\pi/2 \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos 3\pi/2 - \beta} = \frac{-\sqrt{1 - \beta^2}}{-\beta}$$

- در حد غیر نسبیتی ( $v \ll c$ ) از جملات مراتب بالاتر از  $\beta$  صرفنظر خواهیم کرد؛ در نتیجه داریم

$$\tan \theta' = \frac{-\sqrt{1 - \beta^2}}{-\beta} \approx \frac{-1}{-\beta} = \frac{c}{v}$$

- پرسش: چرا مقدار  $v/c$  به دست نیامد؟!



## تابش زمینه کیهانی و برفک تلویزیون



در سال ۱۹۶۵ دو مهندس به نام های پنزیاس و ویلسون، که به دنبال کشف منابع نویز در آنتن ها بودند، به کشف مهمی دست یافتند. آنها فهمیدند که یک سیگنال به صورت مداوم در تلسکوپ رادیویی آنها وجود دارد که به نظر می رسید از همه جهات تابیده می شود. این دو نفر همه تلاش خود را برای حذف این سیگنال به کار بردند، از جمله تلسکوپ را به صورت مداوم تمیز کردند و آن را به نقاط مختلف منتقل کرده و دوباره داده گرفتند.

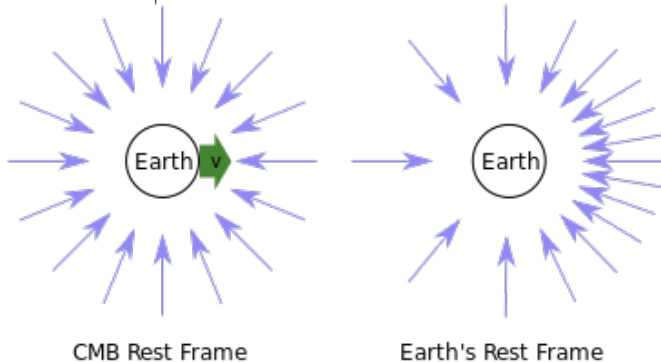
پس از بررسی های دقیق و مشورت با فیزیکدانان، پنزیاس و ویلسون متوجه شدند که تابش زمینه کیهانی را به صورت اتفاقی کشف کرده اند.

تابش زمینه ای که پنزیاس و ویلسون مشاهده کردند تقریباً چنین چیزی بوده است (شکل سبز رنگ). این تابش مسئول حدوداً یک درصد از برفک تلویزیون است! یعنی شما وقتی این برفک را تماشا می کنید، در واقع مشغول تماشای آثار مهبانگ هستید.



## ابیراهی در تابش زمینه کیهانی

● تابش زمینه کیهانی قدیمی ترین نور عالم است که به صورت همگن و همسانگرد در فضا پخش شده است. ولی با توجه به اینکه ما بر روی زمین تابش زمینه کیهانی را مشاهده می کنیم، در نتیجه به سمت قسمتی از این نور حرکت کرده و از بخش دیگر دور می شویم. شکل زیر را ببینید.

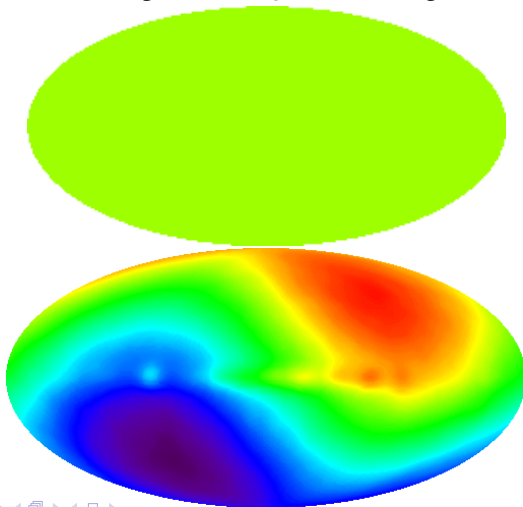


CMB Rest Frame

Earth's Rest Frame

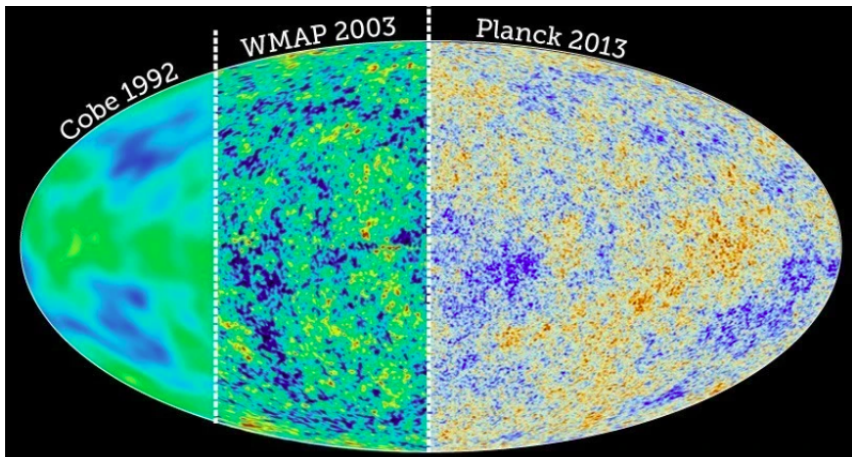
## ایبراهی در تابش زمینه کیهانی

- دمای تابش زمینه کیهانی که تا حد بسیار زیادی همگن و همسانگرد است، در نتیجه اثر داپلر نسبیتی (جلسه بعد)، ایبراهی نوری و البته دلایل دیگر از همگنی و همسانگردی کامل خارج می شود.



## بهبود مشاهدات تابش زمینه کیهانی

در تصویر زیر بهبود مشاهدات مربوط به تابش زمینه کیهانی در سه دهه اخیر را ملاحظه می کنید.



## یک منبع خوب برای مطالعه ایرایی نسبیتی و اثر داپلر

● مقاله زیر یک منبع خوب برای مطالعه ایرایی و اثر داپلر نسبیتی و تاثیر این دو در تابش زمینه کیهانی است.


 Cornell University

We gratefully acknowledge support from the Simons Foundation, Stockholm University, and all contributors.
 [Donate](#)

Search... All fields Search

Help | Advanced Search

astro-ph > arXiv:1301.3777

Astrophysics > Cosmology and Nongalactic Astrophysics

[Submitted on 16 Jan 2013]

# Non-Gaussianity and CMB aberration and Doppler

Riccardo Catena, Michele Liguori, Alessio Notari, Alessandro Renzi

The peculiar motion of an observer with respect to the CMB rest frame induces a deflection in the arrival direction of the observed photons (also known as CMB aberration) and a Doppler shift in the measured photon frequencies. As a consequence, aberration and Doppler effects induce non trivial correlations between the harmonic coefficients of the observed CMB temperature maps. In this paper we investigate whether these correlations generate a bias on Non-Gaussianity estimators  $f_{NL}$ . We perform this analysis simulating a large number of temperature maps with Planck-like resolution ( $l_{max} = 2000$ ) as different realizations of the same cosmological fiducial model (WMAP7yr). We then add to these maps aberration and Doppler effects employing a modified version of the HEALPix code. We finally evaluate a generalization of the Komatsu, Spergel and Wandelt Non-Gaussianity estimator for all the simulated maps, both when peculiar velocity effects have been considered and when these phenomena have been neglected. Using the value  $v/c = 1.23 \times 10^{-3}$  for our peculiar velocity, we found that the aberration/Doppler induced Non-Gaussian signal is at most of about half of the cosmic variance  $\sigma$  for  $f_{NL}$ , both in a full-sky and in a cut-sky experimental configuration, for local, equilateral and orthogonal estimators. We conclude therefore that when estimating  $f_{NL}$  it is safe to ignore aberration and Doppler effects (if it) the primordial map is already Gaussian. More work is necessary however to assess whether a map which contains Non-Gaussianity can be significantly distorted by a peculiar velocity.

Comments: 13 pages, 6 figures  
 Subjects: Cosmology and Nongalactic Astrophysics (astro-ph.CO)  
 Cite as: arXiv:1301.3777 [astro-ph.CO]  
 (or arXiv:1301.3777v1 [astro-ph.CO] for this version)  
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1301.3777>

Related DOI: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2013/09/036>

## Submission history

From: Riccardo Catena [[view email](#)]  
 [v1] Wed, 16 Jan 2013 18:08:03 UTC (1,515 KB)

Access Paper:
 

- View PDF
- TeX Source
- Other Formats

[view license](#)

Current browse context: astro-ph.CO  
[< prev](#) | [next >](#)  
[new](#) | [recent](#) | 2013-01  
 Change to browse by: astro-ph

References & Citations
 

- INSPIRE HEP
- NASA ADS
- Google Scholar
- Semantic Scholar

[Export BibTeX Citation](#)

Bookmark
 

Bibliographic Tools Code, Data, Media Demos Related Papers About arXiv Labs

Bibliographic and Citation Tools

BibScribe: Endnote Export to the Endnote

# نکات مهم این درس

انتظار این است که در انتهای این درس شما بتوانید روش معرفی شده برای به دست آوردن ابیراهی نور و مهم ترین نتایج آن را به درستی توضیح دهید. به ویژه انتظار می رود که بتوانید پرسش های زیر را پاسخ دهید:

۱ دو روش استفاده شده برای پیدا کردن رابطه نسبیتی ابیراهی نور را توضیح دهید.

۲ رابطه نسبیتی ابیراهی در چه حدی به رابطه کلاسیک آن تبدیل می شود؟

۳ اثر ابیراهی نور به صورت هندسی چگونه دیده می شود؟

۴ اثر ابیراهی نور ( در اثر حرکت زمین ) بر تابش همگن و همسانگرد زمینه کیهانی چه تاثیری دارد؟

اگر درباره هر کدام از مفاهیم یاد شده بالا مشکلی احساس می کنید، لطفا درس را یک بار دیگر مرور کنید.

فراموش نکنیم که بهترین راه برای درک و ” درونی سازی ” مفاهیم ریاضی و فیزیک، حل مساله است. به همین دلیل سعی کنید دانسته های خود را با حل سوالات زیر محک زده و تقویت کنید.

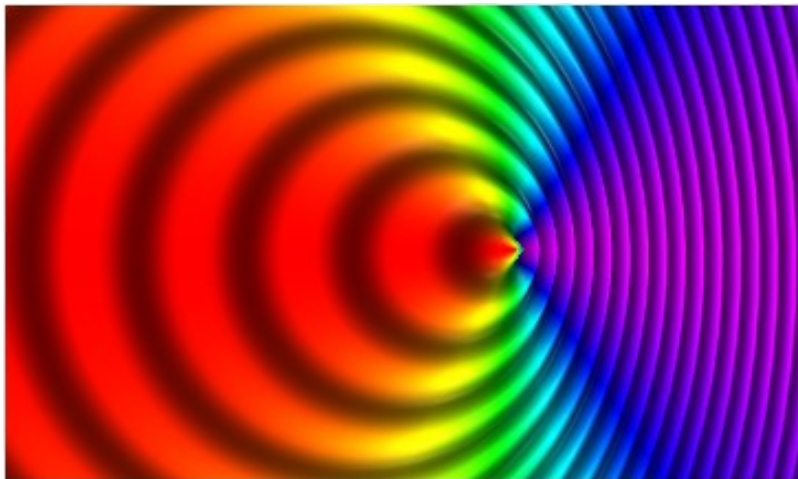


## تمرین ها: زمان تحویل ۲ آذر ماه

- لطفا تمرین ها و پرسش های معرفی شده در اسلایدهای بالا را پاسخ دهید.
- لطفا مساله های ۳۵ و ۳۶ و ۴۳ از فصل دوم کتاب رزنيك را حل كنيد.

## مبحث بعدی: اثر داپلر نسبیتی

- در جلسه بعد اثر داپلر را از دیدگاه نسبیت خاص بررسی خواهیم کرد.



## مراجع

- ➊ Introduction to Special Relativity; Robert Resnick
- ➋ Relativity: Special, General, and Cosmological; Wolfgang Rindler
- ➌ General Relativity: An Introduction for Physicists; M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A. N. Lasenby
- ➍ Introduction To Special Relativity; Markus Klute  
<https://ocw.mit.edu/courses/8-20-introduction-to-special-relativity-january-ia>
- ➎ Leonard Susskind's Special Relativity, Find in YouTube

## با سپاس از توجه شما

