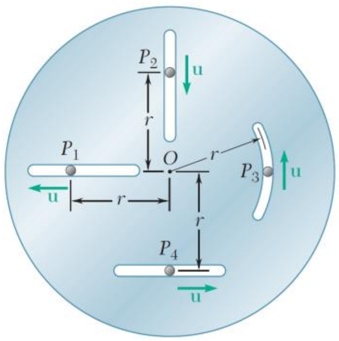
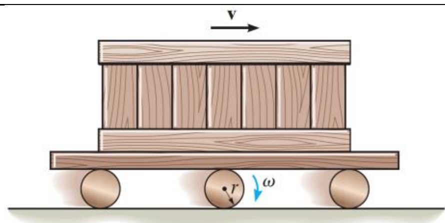
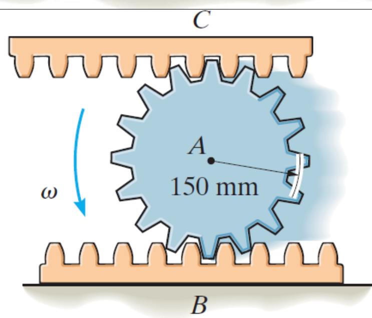
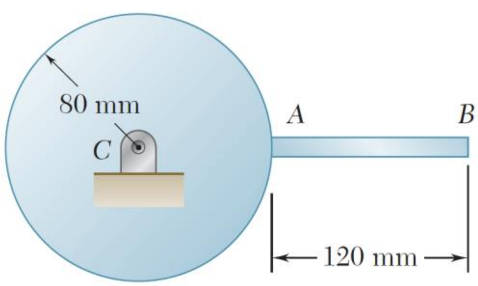
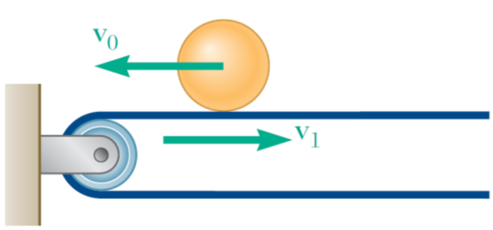
<table>
<tr><td>Final exam of Engineering Mechanics_Dynamics</td><td></td><td>University of Hormozgan</td></tr>
<tr><td>Name:</td><td>2021-2022-2</td><td>Dr. Mohammad Hosseini</td></tr>
<tr><td>Time: 120 min</td><td></td><td>Department of Mechanical Engineering</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>همان‌طور که نشان داده شده است، چهار پین در چهار شیار بریده شده‌ی جداگانه در یک صفحه دایره‌ای در حال حرکت هستند. هنگامی که صفحه در حالت سکون است، هر پین دارای سرعتی است که مطابق شکل نشان داده شده است و برای هر چهار پین مقدار ثابت یکسانی دارد. اگر وقتی صفحه حول محور O با سرعت زاویه‌ای ثابت ω خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد، سرعت هر پین نسبت به صفحه یکسان باشد، شتاب هر پایه را به‌صورت بردار تعیین کنید (۲۰ نمره).
مؤلفه‌های شتاب هر پین را به‌صورت برداری روی شکل نمایش دهید.</td>
<td>۱</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>جعبه بر روی سکویی است که روی غلتک‌هایی با شعاع r حمل می‌شود.
اگر غلتک‌ها لیز نخورند (غلتک‌ها بدون لغزش هستند)،
در صورت حرکت سکو با سرعت v، سرعت زاویه‌ای غلتک‌ها را تعیین کنید.
(۱۵ نمره)</td>
<td>۲</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>چرخ‌دنده A روی تسمه دنده‌ای ثابت B با سرعت زاویه‌ای ثابت $\omega = 8\ \frac{\text{rad}}{s}$ می‌چرخد. سرعت تسمه دنده‌ای C را تعیین کنید.
(۱۵ نمره)</td>
<td>۳</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>یک میله باریک 1.5 کیلوگرمی مطابق شکل به یک دیسک یکنواخت ۵ کیلوگرمی جوش داده شده است. مجموعه آزادانه حول C در یک صفحه عمودی می‌چرخد. اگر در موقعیت نشان داده شده مجموعه دارای سرعت زاویه‌ای است ۱۰ رادیان بر ثانیه در جهت عقربه های ساعت باشد،
(الف) شتاب زاویه‌ای سیستم را تعیین کنید (۱۵ نمره)،
(ب) مؤلفه‌های نیرو در C را تعیین کنید (۱۰ نمره).
ج- نیروی C را به صورت برداری بیان کنید (۵ نمره).</td>
<td>۴</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>یک کره به شعاع r و جرم m در لحظه‌ای که روی تسمه قرار می‌گیرد، دارای سرعت خطی v_0 به سمت چپ و بدون سرعت زاویه‌ای است. تسمه با سرعت ثابت v_1 به سمت راست حرکت می‌کند. اگر بعد از اولین لغزش کره روی تسمه سرعت کره نسبت به زمین خطی نباشد و کره بدون سر خوردن (بدون لغزش) روی تسمه شروع به غلتیدن کند،
الف- سرعت مورد نیاز v_0 را بر حسب مؤلفه‌های v_1 و ضریب اصطکاک جنبشی μ_k بین کره و تسمه به دست آورید (۱۰ نمره).
ب- زمان لازم t_1 که کره روی تسمه شروع به غلتش می‌کند (۵ نمره).
ج- فاصله‌ای که کره در زمان t_1 نسبت به زمین طی می‌کند (۵ نمره).</td>
<td>۵</td>
</tr>
</table>

Final exam of Engineering Mechanics_Dynamics		University of Hormozgan
Name:	2021-2022-2	Dr. Mohammad Hosseini
Time: 120 min		Department of Mechanical Engineering

جواب سؤال اول 1

For each pin $\quad a_P = a_{P'} + a_{P/F} + a_{cor}$

Acceleration of the coinciding point p' of the plate

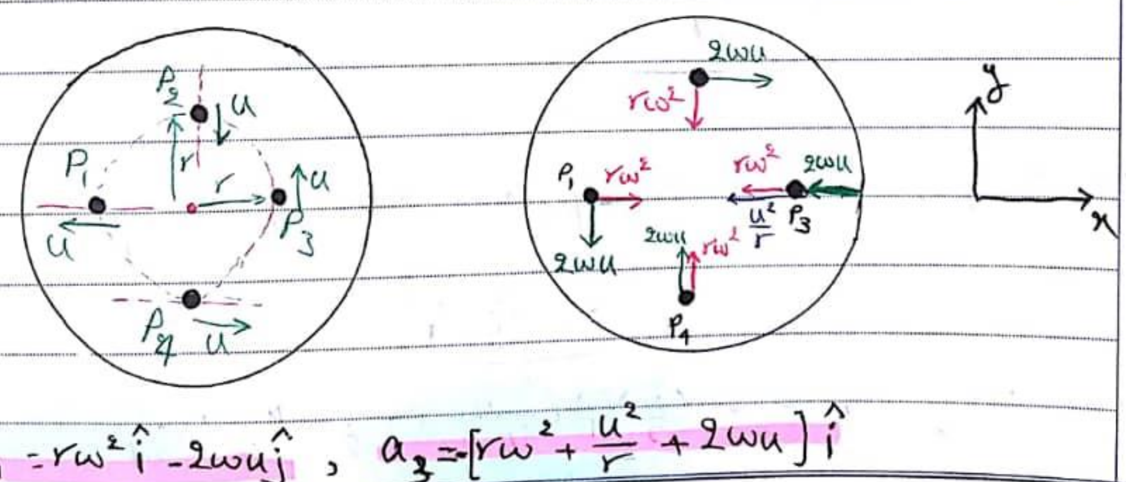
$a_{p'} = r\omega^2$ For all pines toward the center o

acceleration of the pin relative to the plate $\begin{cases} a_{P_1/F} = a_{P_2/F} = a_{P_4/F} \\ a_{P_3/F} = \dfrac{u^2}{r} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_{P_1/F} = a_{P_2/F} = a_{P_4/F} = 0 \\ a_{P_3/F} = \dfrac{u^2}{r} \end{cases}$

coriolis acceleration: For each pin $a_{cor} = 2\omega u$ with a_{cor}

in a direction obtained by rotating u through $90°$ in the sense of



$a_1 = r\omega^2\hat{i} - 2\omega u\hat{j}$, $a_3 = -\left[r\omega^2 + \dfrac{u^2}{r} + 2\omega u\right]\hat{i}$

$a_2 = 2\omega u\hat{i} - r\omega^2\hat{j}$ $\quad a_4 = (r\omega^2 + 2\omega u)\hat{j}$

Final exam of Engineering Mechanics_Dynamics		University of Hormozgan
Name:	2021-2022-2	Dr. Mohammad Hosseini
Time: 120 min		Department of Mechanical Engineering

محل مهر آموزش

جواب سوال 2

$$v = (2r)\omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{2r} \quad C.C.W$$

2

جواب سوال 3

$$v_c = (2r \times \omega) = 2 \times 0.15 \times 8 = 24 \ \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_C = -24\,\hat{i} \ \frac{m}{s}$$

3

جواب سوال 4

$$\bar{x} = \frac{0 \times 5 + 1.5 \times (0.06 + 0.08)}{(1.5 + 5)} = 0.03231 \ m, \quad M = m_{rod} + m_{disk}$$

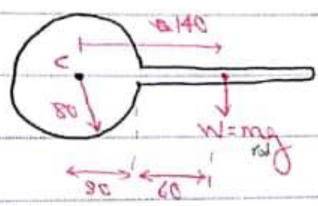
4

روش اول

$$I_{disk} = \bar{I}_{disk})_c = \frac{1}{2} m_{disk} r^2 \Rightarrow I_{disk} = \frac{1}{2} \times 5 \times 0.08^2 = 0.016 \ kg.m^2$$

$$I_{rod})_c = \bar{I}_{rod} + md^2 \Rightarrow I_{rod})_c = \frac{1}{12} m_{rod} l^2 + m_{rod} \big(\underbrace{\tfrac{L}{2} + r}_{d}\big)^2 \Rightarrow$$

$$I_{rod})_c = \frac{1}{12} \times 1.5 \times 0.12^2 + 1.5\,(0.06 + 0.08)^2 = 0.0312 \ kg.m^2$$

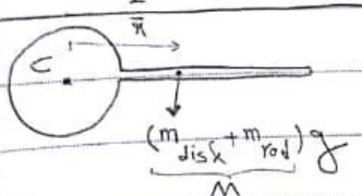


$$I_c = I_{disk})_c + I_{rod})_c = 0.016 + 0.0312 = 0.0472 \ kg.m^2$$

$$\Sigma M_c = I_c \alpha \Rightarrow mg \times (r + \tfrac{L}{2}) = I_c \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{mg(r + \frac{L}{2})}{I_c} \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{mg(r + \frac{L}{2})}{\frac{1}{2} m_{disk} + (\frac{1}{12} m_{rod} L^2 + m_{rod}(\frac{L}{2} + r)^2)} \Rightarrow \alpha = \frac{1.5 \times 9.81 \times (0.06 + 0.08)}{0.0472} = 43.6462 \ \frac{rad}{s^2}$$

روش دوم



$$\Sigma M)_c = I_c \alpha \Rightarrow$$

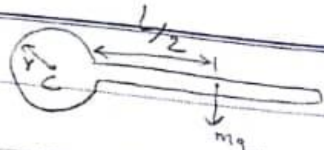
$$\underbrace{(m_{disk} + m_{rod})}_{M} g \bar{x} = I_c \alpha \Rightarrow Mg\bar{x}$$

$$\alpha = \frac{Mg\bar{x}}{I_c} \Rightarrow \alpha = \frac{(1.5 + 5) \times 9.81}{0.0472} \times 0.3231 = \boxed{43.6462 \ \frac{rad}{s^2}}$$

$$\boxed{\alpha = 43.6462 \ \frac{rad}{s^2}}$$

Final exam of Engineering Mechanics_Dynamics		University of Hormozgan
Name:	2021-2022-2	Dr. Mohammad Hosseini
Time: 120 min		Department of Mechanical Engineering

(3



روش سوم

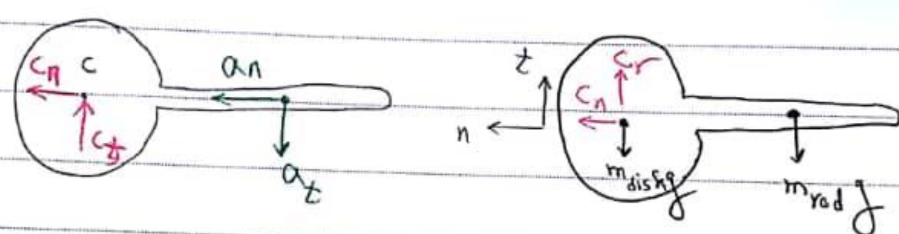
$$a_n = (r+\frac{L}{2})\omega^2 = (0.08+0.06)\times 10^2 = 14 \ \frac{m}{s^2}$$

$$a_t = (r+\frac{L}{2})\alpha$$

$$(\overset{+}{\curvearrowright}\sum M)_c = \sum (M_c)_{eff} \Rightarrow mg(r+\frac{L}{2}) = \bar{I}_{disk}\alpha + \bar{I}_{rod}\alpha + m\bar{a}_t(r+\frac{L}{2})$$

$$mg(r+\frac{L}{2}) = [\bar{I}_{disk} + \bar{I}_{rod} + m(r+\frac{L}{2})^2]\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{mg(r+\frac{L}{2})}{\bar{I}_{disk} + \underbrace{\bar{I}_{rod} + m(r+\frac{L}{2})^2}_{(I_{rod})_c}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1.5\times 9.81\times(0.08+0.06)}{0.016 + \frac{1}{12}\times 1.5\times(0.12)^2 + 1.5\,(0.08+0.06)^2} = \frac{2.0601}{0.0472} = 43.6462 \ \frac{m}{s^2}$$



$$\sum F_n = m_{rod}\, a_n \Rightarrow \boxed{C_n = 1.5\times 14 = 21\ N}$$

$$\sum F_t = m_{rod}\, a_t \Rightarrow -C_t + m_{rod}\, g + m_{disk}\, g = m_{rod}\, a_t \Rightarrow$$

$$-C_t + 1.5\times 9.81 + 5\times 9.81 = 1.5\times(0.08+0.06)\times 43.6462 \Rightarrow$$

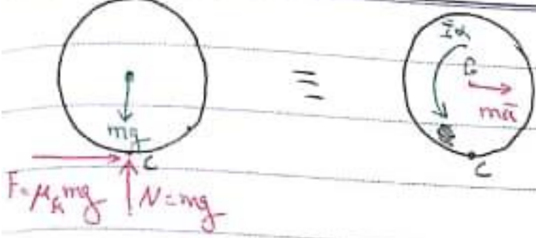
$$\boxed{C_t = 54.5993\ N}$$

$$\boxed{C = 21\hat{e}_n + 54.5993\,\hat{e}_t\ N}$$

$$\begin{cases} a_n = (r+\frac{L}{2})\omega^2 \\ a_t = (r+\frac{L}{2})\alpha \end{cases}$$

Final exam of Engineering Mechanics_Dynamics		University of Hormozgan
Name:	2021-2022-2	Dr. Mohammad Hosseini
Time: 120 min		Department of Mechanical Engineering

4



$\xrightarrow{+} \sum F_x = m\bar{a}_x \Rightarrow F = m\bar{a}$

$\mu_k mg = m\bar{a} \Rightarrow \boxed{\bar{a} = \mu_k g}$

$\circlearrowleft + \sum M_G = \bar{I}\alpha \Rightarrow Fr = \bar{I}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{Fr}{\bar{I}} , \bar{I} = \frac{2}{5}mr^2 \Rightarrow \alpha = \frac{Fr}{\frac{2}{5}mr^2} \Rightarrow$

$\alpha = \frac{\mu_k mg r}{\frac{2}{5}mr^2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}}$

Kinematics: $\xleftarrow{+} \bar{v} = v_0 - \bar{a}t \Rightarrow \boxed{\bar{v} = v_0 - \mu_k g t}$ (1)

$\circlearrowleft + \ \omega = \alpha t \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}t}$ (2)

Point C is the point of contact with belt:

$\xrightarrow{+} v_C = -\bar{v} + r\omega \Rightarrow v_C = -\bar{v} + r\frac{5}{2}\frac{\mu_k g}{r}t \Rightarrow \boxed{v_C = -\bar{v} + \frac{5}{2}\mu_k g t}$

When $t = t_1 \Rightarrow \bar{v} = 0$ and $v_C = v_1 \Rightarrow \bar{v}_C = v_1 = \frac{5}{2}\mu_k g t_1 \Rightarrow$

$\boxed{t_1 = \frac{2v_1}{5\mu_k g}}$ (3)

(1) $t = t_1 \Rightarrow \bar{v} = 0 \Rightarrow \bar{v} = v_0 - \mu_k g t \Rightarrow 0 = v_0 - \mu_k g \times \frac{2v_1}{5\mu_k g} \Rightarrow$

$\boxed{v_0 = \frac{2}{5}v_1}$

$S = v_0 t - \frac{1}{2}a t_1^2 \Rightarrow S = (\frac{2}{5}v_1)(\frac{2v_1}{5\mu_k g}) - \frac{1}{2}(\mu_k g)(\frac{2v_1}{5\mu_k g})^2$

$\Rightarrow \boxed{S = \frac{2v_1^2}{25\mu_k g}} \leftarrow$