

۲۰-۲۱ ناحیه‌ای را مشخص کنید که مساحتش با حد داده شده برابر است.  
این حد را حساب نکنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left( 5 + \frac{2i}{n} \right)^{10} \quad . ۲۰$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4n} \tan \frac{i\pi}{4n} \quad . ۲۱$$

۱۷-۲۰ حد موردنظر را به شکل انتگرالی معین روی بازه داده شده بنویسید.

$$[2, 6] \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1 - x_i^2}{4 + x_i^2} \Delta x \quad .17$$

$$[\pi, 2\pi] \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\cos x_i}{x_i} \Delta x \quad .18$$

$$[1, 8] \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{2x_i^* + (x_i^*)^2} \Delta x \quad .19$$

$$[0, 2] \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (4 - 3(x_i^*)^2 + 6(x_i^*)^5) \Delta x \quad .20$$

۲۱-۲۵ با استفاده از تعریفی که برای انتگرال در قضیه ۴ آوردیم انتگرال داده شده را حساب کنید.

$$\int_1^4 (x^2 + 2x - 5) dx \quad .22$$

$$\int_{-1}^5 (1 + 3x) dx \quad .21$$

$$\int_0^5 (1 + 2x^3) dx \quad .24$$

$$\int_0^2 (2 - x^2) dx \quad .23$$

$$\int_1^2 x^3 dx \quad .25$$

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x < 3 \\ x & x \geq 3 \end{cases}$$

$\int_0^5 f(x) dx$  را حساب کنید.

۵۱. فرض کنید مقدار مینیمم مطلق  $f$  برابر با  $m$  و مقدار ماکسیمم مطلق  $f$  برابر با  $M$  باشد.  $\int_0^2 f(x) dx$  بین کدام دو عدد قرار دارد؟ با استفاده از کدام ویژگی انتگرال این نتیجه را گرفته‌اید؟

۵۲-۵۴ با استفاده از ویژگیهای انتگرال و بدون اینکه انتگرال را حساب کنید نابرابری داده شده را نتیجه بگیرید.

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq \int_0^1 \sqrt{1+x} dx \quad ۵۲$$

$$2 \leq \int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq 2\sqrt{2} \quad ۵۳$$

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{24} \leq \int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos x dx \leq \frac{\sqrt{3}\pi}{24} \quad ۵۴$$

۵۵-۶۰ با استفاده از ویژگی ۸ مقدار انتگرال داده شده را تخمین بزنید.

$$\int_0^2 \frac{1}{1+x^2} dx \quad ۵۶ \qquad \int_1^4 \sqrt{x} dx \quad ۵۵$$

$$\int_0^2 (x^2 - 3x + 3) dx \quad ۵۸ \qquad \int_{\pi/4}^{\pi/3} \tan x dx \quad ۵۷$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} (x - 2 \sin x) dx \quad ۶۰ \qquad \int_{-1}^1 \sqrt{1+x^4} dx \quad ۵۹$$

۶۱-۶۲ با استفاده از ویژگیهای انتگرال و تمرینهای ۲۷ و ۲۸ نابرابری داده شده را ثابت کنید.

$$\int_1^3 \sqrt{x^4 + 1} dx \geq \frac{26}{3} \quad ۶۱$$

$$\int_0^{\pi/2} x \sin x dx \leq \frac{\pi^2}{8} \quad ۶۲$$

۶۹-۷۰ حد داده شده را به شکل انتگرال معین بنویسید.

۶۹.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^4}{n^5}$  (راهنمایی:  $f(x) = x^4$  را در نظر بگیرید.)

۷۰.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \left(\frac{i}{n}\right)^2}$

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases} \quad \text{که در آن } \int_0^{\pi} f(x) dx \quad ۳۵$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & -2 \leq x \leq 0 \\ 4 - x^2 & 0 < x \leq 2 \end{cases} \quad \text{که در آن } \int_{-2}^2 f(x) dx \quad ۳۶$$

۳۷-۴۰ اشتباه تساوی داده شده در کجاست؟

$$\int_{-2}^1 x^{-3} dx = \left[ \frac{x^{-2}}{-2} \right]_{-2}^1 = -\frac{3}{8} \quad ۳۷$$

$$\int_{-1}^2 \frac{4}{x^2} dx = -\left[ \frac{4}{x} \right]_{-1}^2 = \frac{3}{2} \quad ۳۸$$

$$\int_{\pi/2}^{\pi} \sec \theta \tan \theta d\theta = \sec \theta \Big|_{\pi/2}^{\pi} = -3 \quad ۳۹$$

$$\int_0^{\pi} \sec^2 x dx = \tan x \Big|_0^{\pi} = 0 \quad ۴۰$$

$$g(x) = \int_1^x (2+t^2)^5 dt \quad \wedge \quad g(x) = \int_1^x \frac{1}{t^2+1} dt \quad ۷$$

$$g(r) = \int_0^r \sqrt{x^2+4} dx \quad ۱۰ \quad g(y) = \int_2^y t^2 \sin t dt \quad ۹$$

$$F(x) = \int_x^{\pi} \sqrt{1+\sec t} dt \quad ۱۱$$

(راهنمایی:  $\int_x^{\pi} \sqrt{1+\sec t} dt = -\int_{\pi}^x \sqrt{1+\sec t} dt$ )

$$G(x) = \int_x^1 \cos \sqrt{t} dt \quad ۱۲$$

$$h(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{1+r^2} dr \quad ۱۴ \quad h(x) = \int_2^{1/x} \sin^2 t dt \quad ۱۳$$

$$y = \int_0^{\tan x} \sqrt{t+\sqrt{t}} dt \quad ۱۵$$

$$y = \int_1^{\cos x} (1+v^2)^{1/2} dv \quad ۱۶$$

$$y = \int_{1/x^2}^0 \sin^2 t dt \quad ۱۸ \quad y = \int_{1-2x}^1 \frac{u^2}{1+u^2} du \quad ۱۷$$

۴۱-۴۴ با استفاده از نمودار تخمینی سردستی از مساحت ناحیه زیر منحنی داده شده پیدا کنید.

$$0 \leq x \leq 27, y = \sqrt{x} \quad ۴۱$$

$$1 \leq x \leq 6, y = x^{-2} \quad ۴۲$$

$$0 \leq x \leq \pi, y = \sin x \quad ۴۳$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}, y = \sec^2 x \quad ۴۴$$

۴۵-۴۶ انتگرال داده شده را حساب کنید و آن را به شکل تفاضلی از مساحتها تعبیر کنید. درستی پاسختان را با ترسیم روشن کنید.

$$\int_{\pi/4}^{5\pi/4} \sin x dx \quad ۴۶ \quad \int_{-1}^2 x^2 dx \quad ۴۵$$

۴۷-۵۰ مشتق تابع داده شده را پیدا کنید.

$$g(x) = \int_{2x}^{2x} \frac{u^2-1}{u^2+1} du \quad ۴۷$$

(راهنمایی:  $\int_{2x}^{2x} f(u) du = \int_{2x}^{2x} f(u) du + \int_{2x}^{2x} f(u) du$ )

۱۹-۳۶ انتگرال موردنظر را حساب کنید.

$$\int_{-2}^5 6 dx \quad ۲۰ \quad \int_{-1}^2 (x^2-2x) dx \quad ۱۹$$

$$\int_1^2 (5-2t+3t^2) dt \quad ۲۱$$

$$\int_0^1 \left( 1 + \frac{1}{2}u^2 - \frac{2}{5}u^3 \right) du \quad ۲۲$$

$$\int_1^8 \sqrt{x} dx \quad ۲۴ \quad \int_0^2 x^{2/5} dx \quad ۲۳$$

$$\int_{\pi}^{2\pi} \cos \theta d\theta \quad ۲۶ \quad \int_1^2 \frac{3}{t^2} dt \quad ۲۵$$

$$\int_0^1 (3+x\sqrt{x}) dx \quad ۲۸ \quad \int_0^2 x(2+x^5) dx \quad ۲۷$$

$$\int_0^2 (y-1)(2y+1) dy \quad ۳۰ \quad \int_1^4 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx \quad ۲۹$$

$$\int_0^{\pi/2} \sec \theta \tan \theta d\theta \quad ۳۲ \quad \int_0^{\pi/2} \sec^2 t dt \quad ۳۱$$

$$\int_1^2 \frac{s^2+1}{s^2} ds \quad ۳۴ \quad \int_1^2 (1+2y)^2 dy \quad ۳۳$$

५०५

---

$$g(x) = \int_{\tan x}^{x^2} \frac{1}{\sqrt{2+t^2}} dt \quad .48$$

$$y = \int_{\sqrt{x}}^{x^2} \sqrt{t} \sin t dt \quad .49$$

$$y = \int_{\cos x}^{\Delta x} \cos(u^2) du \quad .50$$

---

۵۷-۵۸ ابتدا مجموع داده شده در حد را به شکل مجموع ریمان تابعی که روی  $[0, 1]$  تعریف شده است بنویسید و بعد حد مورد نظر را حساب کنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^3}{n^4} \quad .57$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \sqrt{\frac{3}{n}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n}} \right) \quad .58$$

۳.۵ قضیه  
۶۰. اگر  $f$  پیوسته باشد و  $g$  و  $h$  تابعهایی مشتق پذیر باشند، دستوری برای

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt$$

پیدا کنید.

۶۱. الف) نشان دهید که به ازای  $x \geq 0$ ،  $1 \leq \sqrt{1+x^2} \leq 1+x^2$ .

ب) نشان دهید که  $1 \leq \int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq 1.25$ .

۶۲. الف) نشان دهید که به ازای  $0 \leq x \leq 1$ ،  $\cos x^2 \geq \cos x$ .

ب) نتیجه بگیرید که  $\int_0^{\pi/6} \cos x^2 dx \geq \frac{1}{4}$ .

۶۳. با مقایسه انتگرالده با تابعی ساده تر نشان دهید که

$$0 \leq \int_0^{10} \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} dx \leq 0.1$$

۶۴. فرض کنید

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

و

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

الف) عبارتی برای  $g(x)$  شبیه به عبارت مربوط به  $f(x)$  پیدا کنید.

ب) نمودار  $f$  و  $g$  را رسم کنید.

ج) در کجاها مشتق پذیر است؟  $g$  در کجاها مشتق پذیر است؟

۶۵. عددی مانند  $a$  و تابعی مانند  $f$  پیدا کنید که به ازای هر  $x > 0$ ،

$$6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}$$

۶۶. فرض کنید  $h$  تابعی است که  $h(1) = -2$ ،  $h'(1) = 2$ ،

$h''(1) = 3$ ،  $h(2) = 6$ ،  $h'(2) = 5$ ،  $h''(2) = 13$  و  $h''$

همه جا پیوسته باشد. مقدار  $\int_1^2 h''(u) du$  را حساب کنید.

۶۷.  $\int_0^1 x \sin x dx$  را با آهنگ (پیوسته)



۴.۵ با مشتقگیری تحقیق کنید که دستور داده شده درست است.

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \sqrt{x^2+1} + C \quad ۱.$$

$$\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C \quad ۲.$$

$$\int \cos^3 x dx = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C \quad ۳.$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{a+bx}} dx = \frac{2}{3b^2} (bx-2a)\sqrt{a+bx} + C \quad ۴.$$

$$\int (y^3 + 1,8y^2 - 2,4y) dy \quad ۸.$$

$$\int v(v^2+2)^2 dv \quad ۱۰. \quad \int (1-t)(2+t^2) dt \quad ۹.$$

$$\int \left(u^2 + 1 + \frac{1}{u^2}\right) du \quad ۱۲. \quad \int \frac{x^2 - 2\sqrt{x}}{x} dx \quad ۱۱.$$

$$\int \sec t (\sec t + \tan t) dt \quad ۱۴. \quad \int (\theta - \csc \theta \cot \theta) d\theta \quad ۱۳.$$

$$\int \frac{\sin^2 x}{\sin x} dx \quad ۱۶. \quad \int (1 + \tan^2 \alpha) d\alpha \quad ۱۵.$$

۱۷-۱۸ انتگرال نامعین کلی داده شده را پیدا کنید. درستی پاسختان را با

ترسیم چند عضو از این خانواده روی یک صفحه نمایش روشن کنید.

$$\int (1-x^2)^2 dx \quad ۱۸. \quad \int \left(\cos x + \frac{1}{4}x\right) dx \quad ۱۷.$$

۱۶ انتگرال نامعین کلی داده شده را پیدا کنید.

$$\int (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}) dx \quad ۶. \quad \int (x^2 + x^{-2}) dx \quad ۵.$$

$$\int \left(x^2 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - 2\right) dx \quad ۷.$$

۱۹-۴۲ انتگرال داده شده را حساب کنید.

$$\int_1^r (1 + 2x - 4x^2) dx \quad .20 \quad \int_0^r (6x^2 - 4x + 5) dx \quad .19$$

$$\int_{-r}^0 (u^5 - u^r + u^2) du \quad .22 \quad \int_{-r}^0 (5y^r - 6y^2 + 14) dy \quad .21$$

$$\int_0^r (2v+5)(3v-1) dv \quad .24 \quad \int_{-r}^r (3u+1)^2 du \quad .23$$

$$\int_1^r \sqrt{t}(1+t) dt \quad .25$$

$$\int_0^1 \sqrt{2t} dt \quad .26$$

$$\int_{-r}^{-1} \left( 4y^r + \frac{2}{y^r} \right) dy \quad .27$$

$$\int_1^r \frac{y + 5y^y}{y^r} dy \quad .28$$

$$\int_0^1 x (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx \quad .29$$

$$\int_1^r \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 dx \quad .30$$

$$\int_1^r \sqrt{\frac{5}{x}} dx \quad .31$$

$$\int_1^1 \frac{3x-2}{\sqrt{x}} dx \quad .32$$

$$\int_0^\pi (4 \sin \theta - 3 \cos \theta) d\theta \quad .33$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sec \theta \tan \theta d\theta \quad .34$$

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta \quad .35$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin \theta + \sin \theta \tan^2 \theta}{\sec^2 \theta} d\theta \quad .36$$

$$\int_0^1 (1+x^2)^2 dx \quad .38$$

$$\int_1^{e^2} \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad .37$$

$$\int_1^1 \frac{x-1}{\sqrt{x^2}} dx \quad .40$$

$$\int_0^1 (\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[5]{x^3}) dx \quad .39$$

$$\int_0^{2\pi/2} |\sin x| dx \quad .42$$

$$\int_{-1}^2 (x - 2|x|) dx \quad .41$$

تمرین

۵.۵

۶.۱ انتگرال موردنظر را با انجام جانشینی گفته شده پیدا کنید.

۲۹.  $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$       ۳۰.  $\int x^2 \sqrt{x^2+1} dx$

۱.  $u = 2x$  ،  $\int \cos 2x dx$

۲.  $u = 2 + x^2$  ،  $\int x^2 (2 + x^2)^5 dx$

۳.  $u = x^2 + 1$  ،  $\int x^2 \sqrt{x^2+1} dx$

۴.  $u = 1 - 6t$  ،  $\int \frac{dt}{(1-6t)^2}$

۵.  $u = \cos \theta$  ،  $\int \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$

۶.  $u = \frac{1}{x}$  ،  $\int \frac{\sec^2(\frac{1}{x})}{x^2} dx$

۳۱-۳۴ انتگرال نامعین موردنظر را پیدا کنید. با ترسیم نمودار تابع و پادمشتق آن نشان دهید که پاسختان قابل قبول است (فرض کنید  $C = 0$ ).

۳۱.  $\int x(x^2 - 1)^2 dx$       ۳۲.  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

۳۳.  $\int \sin^2 x \cos x dx$       ۳۴.  $\int \tan^4 \theta \sec^4 \theta d\theta$

۳۵-۵۰ انتگرال معین موردنظر را پیدا کنید.

۳۵.  $\int_0^1 (x-1)^{25} dx$       ۳۶.  $\int_0^1 \sqrt{4+2x} dx$

۳۷.  $\int_0^1 x^2 (1+2x^2)^5 dx$       ۳۸.  $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx$

۳۹.  $\int_0^{\pi} \sec^2\left(\frac{t}{2}\right) dt$       ۴۰.  $\int_{1/6}^{1/2} \csc \pi t \cot \pi t dt$

۴۱.  $\int_{-\pi/6}^{\pi/6} \tan^2 \theta d\theta$       ۴۲.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2 \sin x}{1+x^2} dx$

۴۳.  $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{(1+2x)^2}}$       ۴۴.  $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin(\sin x) dx$

۴۵.  $\int_0^a x \sqrt{x^2+a^2} dx$  ( $a > 0$ )

۴۶.  $\int_0^a x \sqrt{a^2-x^2} dx$

۴۷.  $\int_1^2 x \sqrt{x-1} dx$       ۴۸.  $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$

۴۹.  $\int_{1/2}^1 \frac{\cos(x^{-2})}{x^2} dx$       ۵۰.  $\int_0^{T/2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T-\alpha}\right) dt$

۵۱-۵۲ با استفاده از نمودار مساحت ناحیه واقع در زیر منحنی داده شده را سردستی تخمین بزنید. سپس مساحت دقیق را پیدا کنید.

۵۱.  $y = \sqrt{2x+1}$  ،  $0 \leq x \leq 1$

۳۰.۷ انتگرال نامعین موردنظر را پیدا کنید.

۷.  $\int x \sin(x^2) dx$       ۸.  $\int x^2 (x^2+5)^4 dx$

۹.  $\int (3x-2)^{10} dx$       ۱۰.  $\int (3t+2)^{2/3} dt$

۱۱.  $\int (x+1) \sqrt{2x+x^2} dx$

۱۲.  $\int \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$

۱۳.  $\int \sin \pi t dt$

۱۴.  $\int \frac{1}{(\Delta t + 4)^{2/3}} dt$

۱۵.  $\int \frac{a+bx^2}{\sqrt{3ax+bx^2}} dx$

۱۶.  $\int \sec 2\theta \tan 2\theta d\theta$       ۱۷.  $\int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$

۱۸.  $\int \sqrt{x} \sin(1+x^{2/3}) dx$       ۱۹.  $\int \cos \theta \sin^2 \theta d\theta$

۲۰.  $\int (1+\tan \theta)^5 \sec^2 \theta d\theta$       ۲۱.  $\int \frac{z^2}{\sqrt{1+z^2}} dz$

۲۲.  $\int \frac{\cos(\frac{\pi}{x})}{x^2} dx$       ۲۳.  $\int \sqrt{\cot x} \csc^2 x dx$

۲۴.  $\int \frac{dt}{\cos^2 t \sqrt{1+\tan t}}$       ۲۵.  $\int \sec^2 x \tan x dx$

۲۶.  $\int \sin t \sec^2(\cos t) dt$       ۲۷.  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

۲۸.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x}} dx$

تمرینهای زیر مخصوص کسانی است که مطالب فصل ۷ را از قبل می‌دانند.  
 ۸۲-۶۵ انتگرال موردنظر را حساب کنید.

$$\int e^x \sin(e^x) dx \quad .66 \qquad \int \frac{dx}{5-3x} \quad .65$$

$$\int \frac{dx}{ax+b} \quad (a \neq 0) \quad .68 \qquad \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx \quad .67$$

$$\int e^{\cos t} \sin t dt \quad .70 \qquad \int e^x \sqrt{1+e^x} dx \quad .69$$

$$\int \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx \quad .72 \qquad \int e^{\tan x} \sec^2 x dx \quad .71$$

$$\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx \quad .74 \qquad \int \frac{1+x}{1+x^2} dx \quad .73$$

$$\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx \quad .76 \qquad \int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx \quad .75$$

$$\int \frac{x}{1+x^2} dx \quad .78 \qquad \int \cot x dx \quad .77$$

$$\int_0^1 x e^{-x^2} dx \quad .80 \qquad \int_e^{e^e} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}} \quad .79$$

$$\int_0^{1/2} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad .82 \qquad \int_0^1 \frac{e^z + 1}{e^z + z} dz \quad .81$$

۳۲. نمودار تابع  $f(x) = \cos^2 x \sin^2 x$  را رسم کنید و با استفاده از آن مقدار  $\int_0^{2\pi} f(x) dx$  را حدس بزنید. سپس این انتگرال را حساب کنید تا درستی پاسختان را روشن کنید.

۳۸-۳۳ مشتق تابع داده شده را پیدا کنید.

۳۳.  $F(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1+t^2} dt$

۳۴.  $F(x) = \int_x^1 \sqrt{t + \sin t} dt$

۳۵.  $g(x) = \int_0^{x^2} \cos(t^2) dt$

۳۶.  $g(x) = \int_1^{\sin x} \frac{1-t^2}{1+t^2} dt$

۳۷.  $y = \int_{\sqrt{x}}^x \frac{\cos \theta}{\theta} d\theta$       ۳۸.  $y = \int_{2x}^{2x+1} \sin(t^2) dt$

۳۹-۴۰ با استفاده از ویژگی ۸ انتگرال مقدار انتگرال داده شده را تخمین بزنید.

۳۹.  $\int_1^2 \sqrt{x^2+2} dx$       ۴۰.  $\int_2^5 \frac{1}{x+1} dx$

۴۱-۴۲ با استفاده از ویژگیهای انتگرال درستی نابرابری داده شده را تحقیق کنید.

۴۱.  $\int_0^1 x^2 \cos x dx \leq \frac{1}{3}$       ۴۲.  $\int_{\pi/2}^{\pi/4} \frac{\sin x}{x} dx \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۳. با استفاده از قاعده میانگامی به ازای  $n = 6$   $\int_1^2 \sin x^2 dx$  را تقریب بزنید.

۴۴. ذره‌ای که روی خطی راست حرکت می‌کند تابع سرعتش

$v(t) = t^2 - t$

است، که در اینجا  $v$  بر حسب متر بر ثانیه است. (الف) جابه‌جایی و (ب) مسافت طی شده ذره در بازه زمانی  $[0, 5]$  را پیدا کنید.

۴۵. فرض کنید  $r(t)$  آهنگ مصرف نفت جهان باشد، که در اینجا  $t$  بر حسب سال است که در ۱ ژانویه سال ۲۰۰۰ از  $t = 0$  شروع می‌شود و  $r(t)$  بر حسب بشکه در سال است.  $\int_0^8 r(t) dt$  چه چیزی را نشان می‌دهد؟

۸. حساب کنید: (الف)  $\int_0^{\pi/2} \frac{d}{dx} \left( \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} \right) dx$

(ب)  $\frac{d}{dx} \int_0^{\pi/2} \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{3} dx$

(ج)  $\frac{d}{dx} \int_x^{\pi/2} \sin \frac{t}{3} \cos \frac{t}{3} dt$

۲۸۹-۲۸۸ انتگرال موردنظر را، در صورت وجود، حساب کنید.

۱۰.  $\int_0^T (x^2 - 8x + 7) dx$       ۹.  $\int_1^2 (8x^2 + 3x^2) dx$

۱۲.  $\int_0^1 (1-x)^4 dx$       ۱۱.  $\int_0^1 (1-x^2) dx$

۱۴.  $\int_0^1 (\sqrt{u} + 1)^2 du$       ۱۳.  $\int_1^4 \frac{\sqrt{u} - 2u^2}{u} du$

۱۶.  $\int_0^2 y^2 \sqrt{1+y^2} dy$       ۱۵.  $\int_0^1 y(y^2+1)^4 dy$

۱۸.  $\int_0^1 \sin(2\pi t) dt$       ۱۷.  $\int_1^5 \frac{dt}{(t-4)^2}$

۲۰.  $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx$       ۱۹.  $\int_0^1 v^2 \cos(v^2) dv$

۲۲.  $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}} dx$       ۲۱.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/4} \frac{t^2 \tan t}{2 + \cos t} dt$

۲۴.  $\int \sin x \cos(\cos x) dx$       ۲۲.  $\int \sin \pi t \cos \pi t dt$

۲۵.  $\int_0^{\pi/8} \sec 2\theta \tan 2\theta d\theta$

۲۶.  $\int_0^{\pi/4} (1 + \tan t)^2 \sec^2 t dt$

۲۸.  $\int_0^4 |\sqrt{x} - 1| dx$       ۲۷.  $\int_0^2 |x^2 - 4| dx$

۳۰-۲۹ انتگرال نامعین موردنظر را پیدا کنید. با ترسیم نمودار تابع و پادمشتق آن نشان دهید که پاسختان قابل قبول است (فرض کنید  $C = 0$ ).

۲۹.  $\int \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}} dx$       ۳۰.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx$

۳۱. با استفاده از نمودار مساحت ناحیه واقع در زیر منحنی  $y = x\sqrt{x}$ ،  $0 \leq x \leq 4$  را سردستی تخمین بزنید. سپس مساحت دقیق را پیدا کنید.