

۲۱۹

۲۱) $\int_{-1}^0 (1+x) dx$

۲۲) $\int_1^f (x^2+2x-5) dx$

۲۴) $\int_0^{\infty} (1+x^2) dx$

۲۶) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$

۲۹) $\int_{-1}^2 |x| dx$

۴۰) $\int_0^1 |x-1| dx$

۴۹) $\int_0^9 f(x) dx = 27, \int_0^9 g(x) dx = 14, \int_0^9 (2f(x)+3g(x)) dx = ?$

۵۰) $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 1 \\ x, & x \geq 1 \end{cases}, \int_0^{\infty} f(x) dx = ?$

۵۲) $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$

۵۴) $2 \leq \int_{-1}^1 \sqrt{1+x^2} dx \leq 2\sqrt{2}, \quad ۵۴) \frac{\sqrt{2}\pi}{24} \leq \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx \leq \frac{\sqrt{2}\pi}{24}$

۶۱) $\int_1^{\infty} \sqrt{x^2+1} dx \geq \frac{26}{3}, \quad ۶۲) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx \leq \frac{\pi^2}{8}$

v) $\int_1^{\infty} \frac{1}{t^2+1} dt, \quad 11) \int_{\pi}^{\infty} \sqrt{1+\sec t} dt$

۱۵) $\int_0^{\infty} \frac{\tan x}{\sqrt{t+\sqrt{t}}} dt, \quad 18) \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2} dt$

۲۳) $\int_0^1 x^{\frac{1}{2}} dx$

۲۷) $\int_0^2 x(x+n^0) dx$

۲۹) $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$

۴۰) $\int_0^2 (y-1)(2y+1) dy$

JUL 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

۴۳) $\int_1^2 (1+2y)^2 dy$

۴۲) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sec \theta \tan \theta d\theta$

۴۶) $\int_1^2 \frac{s^r+1}{s^r} ds$

۴۷) $f(x) = \begin{cases} 2, & -2 \leq x \leq 0 \\ 4-x^2, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ $\int_{-2}^2 f(x) dx$

۴۷) $\int_{2x}^{4x} \frac{(u^2-1)}{u^2+1} du$

۴۸) $\int_{\tan x}^{x^r} \frac{1}{\sqrt{2+t^r}} dt$

مشق برید

۴۹) $\int_{\sqrt{x}}^{x^r} \sqrt{t} \sin t dt$

۵۱) $F(x) = \int_1^x f(t) dt, f(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^r}}{u} du, F''(2) = ?$

۵۲) بازه را بیابید $y = \int_0^x \frac{1}{1+t+t^r} dt$ در آن متغیر رو به بالا است

۵۷) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^r}{n^r}$

۵۸) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n}})$

۶۱) الف) $1 \leq \sqrt{1+n^r} \leq 1+n^r, n \geq 0$

ب) $1 \leq \int_0^1 \sqrt{1+n^r} dx \leq 1/25$

۶۲) الف) $\cos x^r \geq \cos x, 0 \leq x \leq 1$

ب) $\int_0^{\pi/4} \cos(x^r) dx \geq \frac{1}{4}$

JUL 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

۶۴) $0 \leq \int_0^{10} \frac{x^r}{x^r+x^r+1} dx \leq 0/1$

۲۱۲

۵) $\int (x^r + x^{-r}) dx$

۶) $\int (\sqrt{x^r} + \sqrt[3]{x^r}) dx$

۹) $\int (1-t)(2+t^2) dt$

۱۰) $\int v(v^2+2)^2 dv$

۱۱) $\int \frac{x^r - 2\sqrt{x}}{x} dx$

۱۲) $\int (u^2+1 + \frac{1}{u^2}) du$

۱۳) $\int (\theta - \csc\theta \cot\theta) d\theta$

۱۴) $\int \sec t (\sec t + \tan t) dt$

۱۵) $\int (1 + \tan^2 x) dx$

۱۶) $\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$

۱۷) $\int (1-x^2)^2 dx$

۲۳) $\int_{-2}^2 (2u+1)^2 du$

۲۴) $\int_0^2 (2v+5)(2v-1) dv$

۲۵) $\int_1^2 \sqrt{t}(1+t) dt$

۲۶) $\int_0^9 \sqrt{x} dx$

۲۷) $\int_{-2}^{-1} (2y^2 + \frac{2}{y^2}) dy$

۲۸) $\int_1^2 \frac{y+5y^2}{y^2} dy$

۲۹) $\int_0^1 x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$

۳۰) $\int_1^2 (x + \frac{1}{x})^2 dx$

۳۱) $\int_1^2 \sqrt{\frac{5}{x}} dx$

۳۲) $\int_1^9 \frac{2x-2}{\sqrt{x}} dx$

۳۵) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1+\cos\theta}{\cos\theta} d\theta$

JUL 2015

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

۳۹) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin\theta + \sin\theta \tan^2\theta}{\sec^2\theta} d\theta$

$$۳۷) \int_1^{4^4} \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$۳۸) \int_0^1 (1+x^2)^x dx$$

$$۴۰) \int_1^{\wedge} \frac{x-1}{\sqrt{x^2}} dx$$

$$۴۱) \int_{-1}^2 (x-2|x|) dx$$

$$۴۲) \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx$$

۴۲۵

$$۱) \int \cos x dx$$

$$۲) \int x^x (1+x^x)^x dx$$

$$۳) \int x^2 \sqrt{x^2+1} dx$$

$$۴) \int \frac{dt}{(1-4t)^2}$$

$$۵) \int \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$$

$$۶) \int \frac{\sec^2(\frac{1}{x})}{x^2} dx$$

JUL 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

تمرین

۵.۵

۶.۱ انتگرال موردنظر را با انجام جانشینی گفته شده پیدا کنید.

$u = 3x \quad \int \cos 3x dx \quad ۱.$

$u = 2 + x^2 \quad \int x^2(2 + x^2)^5 dx \quad ۲.$

$u = x^2 + 1 \quad \int x^2 \sqrt{x^2 + 1} dx \quad ۳.$

$u = 1 - 6t \quad \int \frac{dt}{(1 - 6t)^2} \quad ۴.$

$u = \cos \theta \quad \int \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \quad ۵.$

$u = \frac{1}{x} \quad \int \frac{\sec^2(\frac{1}{x})}{x^2} dx \quad ۶.$

۴.۰.۷ انتگرال نامعین موردنظر را پیدا کنید.

$\int x^2(x^2 + 5)^4 dx \quad ۸ \quad \int x \sin(x^2) dx \quad ۷.$

$\int (3t + 2)^{2/3} dt \quad ۱۰ \quad \int (2x - 2)^{10} dx \quad ۹.$

$\int (x + 1)\sqrt{2x + x^2} dx \quad ۱۱.$

$\int \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx \quad ۱۲.$

$\int \sin \pi t dt \quad ۱۳.$

$\int \frac{a + bx^2}{\sqrt{2ax + bx^2}} dx \quad ۱۵.$

$\int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt \quad ۱۷.$

$\int \cos \theta \sin^2 \theta d\theta \quad ۱۹.$

$\int \frac{z^2}{\sqrt{1 + z^2}} dz \quad ۲۱.$

$\int \sqrt{\cot x} \csc^2 x dx \quad ۲۳.$

$\int \sec^2 x \tan x dx \quad ۲۵.$

$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx \quad ۲۷.$

$\int x^2 \sqrt{x^2 + 1} dx \quad ۳۰ \quad \int \frac{x}{\sqrt{x + 2}} dx \quad ۲۹.$

۳۱-۳۴ انتگرال نامعین موردنظر را پیدا کنید. با ترسیم نمودار تابع و پادمشتق آن نشان دهید که پاسختان قابل قبول است (فرض کنید $C = 0$).

$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad ۳۲ \quad \int x(x^2 - 1)^2 dx \quad ۳۱.$

$\int \tan^2 \theta \sec^2 \theta d\theta \quad ۳۴ \quad \int \sin^2 x \cos x dx \quad ۳۳.$

۳۵-۵۰ انتگرال معین موردنظر را پیدا کنید.

$\int_0^1 \sqrt{4 + 2x} dx \quad ۳۶ \quad \int_0^2 (x - 1)^{25} dx \quad ۳۵.$

$\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx \quad ۳۸ \quad \int_0^1 x^2(1 + 2x^2)^5 dx \quad ۳۷.$

$\int_{1/6}^{1/2} \csc \pi t \cot \pi t dt \quad ۴۰ \quad \int_0^{\pi} \sec^2\left(\frac{t}{4}\right) dt \quad ۳۹.$

$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2 \sin x}{1 + x^6} dx \quad ۴۲ \quad \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \tan^2 \theta d\theta \quad ۴۱.$

$\int_0^{\pi/2} \cos x \sin(\sin x) dx \quad ۴۴ \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{(1 + 2x)^2}} \quad ۴۳.$

$\int_0^a x \sqrt{x^2 + a^2} dx \quad (a > 0) \quad ۴۵.$

$\int_0^a x \sqrt{a^2 - x^2} dx \quad ۴۶.$

$\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1 + 2x}} dx \quad ۴۸ \quad \int_1^2 x \sqrt{x - 1} dx \quad ۴۷.$

$\int_0^{T/2} \sin\left(\frac{2\pi t}{T - \alpha}\right) dt \quad ۵۰ \quad \int_{1/2}^1 \frac{\cos(x^{-2})}{x^2} dx \quad ۴۹.$

۵۱-۵۲ با استفاده از نمودار مساحت ناحیه واقع در زیر منحنی داده شده را سردستی تخمین بزنید. سپس مساحت دقیق را پیدا کنید.

$0 \leq x \leq 1, y = \sqrt{2x + 1} \quad ۵۱.$

$\int \frac{1}{(\Delta t + 4)^{2/3}} dt \quad ۱۴.$

$\int \sec 2\theta \tan 2\theta d\theta \quad ۱۶.$

$\int \sqrt{x} \sin(1 + x^{2/3}) dx \quad ۱۸.$

$\int (1 + \tan \theta)^5 \sec^2 \theta d\theta \quad ۲۰.$

$\int \frac{\cos(\frac{\pi}{x})}{x^2} dx \quad ۲۲.$

$\int \frac{dt}{\cos^2 t \sqrt{1 + \tan t}} \quad ۲۴.$

$\int \sin t \sec^2(\cos t) dt \quad ۲۶.$

$\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x}} dx \quad ۲۸.$

فصل ۵. انتگرال

۶۲. اگر f روی $[0, \pi]$ پیوسته باشد، با استفاده از جانشینی $u = \pi - x$ نشان دهید که

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$$

۶۳. اگر f پیوسته باشد، ثابت کنید

$$\int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx = \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx$$

۶۴. با استفاده از تمرین ۶۳، $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ و $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ را حساب کنید.

تمرینهای زیر مخصوص کسانی است که مطالب فصل ۷ را از قبل می‌دانند.
۶۵-۸۲ انتگرال موردنظر را حساب کنید.

$$\int e^x \sin(e^x) dx \quad ۶۶ \quad \int \frac{dx}{5-3x} \quad ۶۵$$

$$\int \frac{dx}{ax+b} \quad (a \neq 0) \quad ۶۸ \quad \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx \quad ۶۷$$

$$\int e^{\cos t} \sin t dt \quad ۷۰ \quad \int e^x \sqrt{1+e^x} dx \quad ۶۹$$

$$\int \frac{\tan^{-1} x}{1+x^2} dx \quad ۷۲ \quad \int e^{\tan x} \sec^2 x dx \quad ۷۱$$

$$\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx \quad ۷۴ \quad \int \frac{1+x}{1+x^2} dx \quad ۷۳$$

$$\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx \quad ۷۶ \quad \int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx \quad ۷۵$$

$$\int \frac{x}{1+x^2} dx \quad ۷۸ \quad \int \cot x dx \quad ۷۷$$

$$\int_0^1 x e^{-x^2} dx \quad ۸۰ \quad \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}} \quad ۷۹$$

$$\int_0^{1/2} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad ۸۲ \quad \int_0^1 \frac{e^z + 1}{e^z + z} dz \quad ۸۱$$

۸۳. با استفاده از تمرین ۶۲ انتگرال

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

را حساب کنید.

$$۵۲. \quad y = 2 \sin x - \sin 2x \quad 0 \leq x \leq \pi$$

۵۳. مقدار $\int_{-2}^2 (x+2)\sqrt{4-x^2} dx$ را با نوشتن آن به شکل مجموع دو انتگرال و تعبیر یکی از اینها به مساحت، حساب کنید.

۵۴. مقدار $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$ را با استفاده از جانشینی و تعبیر انتگرال حاصل به مساحت، حساب کنید.

۵۵. تنفس دوره‌ای است و دور کامل تنفسی از ابتدای دم تا انتهای بازدم حدود ۵ ثانیه طول می‌کشد. آهنگ هوایی که به ششها وارد می‌شود حداکثر 0.5 L/s است. این مطلب، تا حدودی مشخص می‌کند که چرا معمولاً از تابع $f(t) = \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi t}{8}$ برای مدل‌سازی آهنگ هوای وارد شده به ششها استفاده می‌کنند. با استفاده از این مدل حجم هوای وارد شده با دم به ششها را در زمان t پیدا کنید.

۵۶. مدلی برای متابولیسم پایهٔ پسر جوان، برحسب kcal/h ، $R(t) = 85 - 0.18 \cos \frac{\pi t}{12}$ است، که در اینجا t زمان برحسب ساعت است و از $5:00$ صبح حساب می‌شود. کل متابولیسم پایهٔ این پسر جوان، $\int_0^{24} R(t) dt$ ، در یک دوره ۲۴ ساعته چقدر است؟

۵۷. اگر f پیوسته باشد و $\int_0^2 f(x) dx = 10$ و $\int_0^2 f(2x) dx$ را پیدا کنید.

۵۸. اگر f پیوسته باشد و $\int_0^1 f(x) dx = 4$ و $\int_0^2 x f(x^2) dx$ را پیدا کنید.

۵۹. اگر f روی \mathbb{R} پیوسته باشد، ثابت کنید

$$\int_a^b f(-x) dx = \int_{-b}^{-a} f(x) dx$$

برای حالتی که $f(x) \geq 0$ و $0 < a < b$ ، شکلی بکشید که تعبیر هندسی این تساوی براساس برابری مساحتها باشد.

۶۰. اگر f روی \mathbb{R} پیوسته باشد، ثابت کنید

$$\int_a^b f(x+c) dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x) dx$$

برای حالتی که $f(x) \geq 0$ شکلی بکشید که تعبیر هندسی این تساوی براساس برابری مساحتها باشد.

۶۱. اگر a و b عددهایی مثبت باشد، نشان دهید که

$$\int_0^1 x^a (1-x)^b dx = \int_0^1 x^b (1-x)^a dx$$

(تمونه سوال امتحانی)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{2n}{i^2 + n^2}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+h} \frac{dt}{1+t^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + i^2}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{i}{n^{p+1}}}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\int_0^x \left(\int_1^{\tan t} \sqrt{1+u^2} du \right) dt \right)$$

p عدد طبیعی ثابت بزرگتر از ۱

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n} + \dots + \frac{1}{n+n} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \dots + \frac{1}{2n-2} \right)$$

$$\frac{24}{3} \leq \int_1^4 \sqrt{1+x^2} dx \leq \frac{24\sqrt{2}}{3}$$

ثابت کنید

اگر $f(x) = \sin x + \int_0^x f'(t) (2 \sin t - \sin^2 t) dt$ ، آن گاه $f(x) = \sin x$ را ثابت کنید.

JUL 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	