

۳-۱۷ با استفاده از ضریبهای لاگرانژ مقادیرهای ماکسیمم و مینیمم تابع موردنظر را تحت شرط (یا شرطهای) داده شده پیدا کنید.

$$xy = 1 \quad ; f(x, y) = x^2 + y^2 \quad .3$$

$$x^2 + y^2 = 13 \quad ; f(x, y) = 4x + 6y \quad .4$$

$$x^2 + 2y^2 = 6 \quad ; f(x, y) = x^2 y \quad .5$$

$$x^3 + y^3 = 16 \quad ; f(x, y) = e^{xy} \quad .6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 35 \quad ; f(x, y, z) = 2x + 6y + 10z \quad .7$$

$$x^2 + 10y^2 + z^2 = 5 \quad ; f(x, y, z) = 8x - 4z \quad .8$$

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6 \quad ; f(x, y, z) = xyz \quad .9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad ; f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2 \quad .10$$

$$x^4 + y^4 + z^4 = 1 \quad ; f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \quad .11$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad ; f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4 \quad .12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1 \quad ; f(x, y, z, t) = x + y + z + t \quad .13$$

$$; f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad .14$$

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1$$

$$y^2 + z^2 = 4 \quad , x + y + z = 1 \quad ; f(x, y, z) = x + 2y \quad .15$$

$$x^2 + 2z^2 = 1 \quad , x + y - z = 0 \quad ; f(x, y, z) = 3x - y - 3z \quad .16$$

$$y^2 + z^2 = 1 \quad xy = 1 \quad ; f(x, y, z) = yz + xy \quad .17$$

۱۸-۱۹ مقدارهای اکسترمم f روی ناحیه مشخص شده با نامعادله داده شده را پیدا کنید.


$$x^2 + y^2 \leq 16 \quad , f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5 \quad .18$$

$$x^2 + 4y^2 \leq 1 \quad , f(x, y) = e^{-xy} \quad .19$$

۲۰. مسأله ماکسیمم کردن تابع $f(x, y) = 2x + 3y$ با شرط $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$ را در نظر بگیرید.

الف) از روش ضریبهای لاگرانژ برای حل کردن این مسأله استفاده کنید.

ب) آیا $f(25, 0)$ مقداری بزرگتر از مقدار قسمت الف) است؟

ج)  مسأله را با ترسیم معادله شرط داده شده و چند منحنی تراز f حل کنید.

د) توضیح دهید که چرا روش ضریبهای لاگرانژ برای حل کردن این مسأله کارایی ندارد.

ه) اهمیت $f(9, 4)$ چیست؟

۲۱. مسأله مینیمم کردن تابع $f(x, y) = x$ روی منحنی

$$y^2 + x^4 - x^3 = 0$$

را در نظر بگیرید.

الف) از روش ضریبهای لاگرانژ برای حل کردن این مسأله استفاده کنید.

ب) نشان دهید که مقدار مینیمم برابر است با $f(0, 0) = 0$ اما شرط لاگرانژ $\nabla f(0, 0) = \lambda \nabla g(0, 0)$ به ازای هیچ مقداری از λ درست نیست.

ج) توضیح دهید که چرا در این مورد روش ضریبهای لاگرانژ کارایی ندارد.

۴۰. حجم ماکسیمم و حجم مینیمم جعبه‌ای مستطیلی را که مساحت جانبی‌اش 1500 cm^2 است و مجموع طولهای یالهایش 200 cm است پیدا کنید.

۴۱. صفحه $z = 2 - x + y + 2z$ سهمی‌وار $z = x^2 + y^2$ را در یک بیضی قطع می‌کند. نقطه‌های روی این بیضی را که به مبدأ نزدیکترین و دورترین‌اند پیدا کنید.

۴۲. صفحه $5 = 4x - 3y + 8z$ مخروط $z^2 = x^2 + y^2$ را در یک بیضی قطع می‌کند.

الف) این مخروط، صفحه و بیضی را رسم کنید.

ب) با استفاده از روش ضربهای لاگرانژ بالاترین و پایین‌ترین نقطه‌ها روی این بیضی را پیدا کنید.