

۹.۴ تمرین

۱۸-۱ کلی‌ترین پادمشتق تابع داده شده را پیدا کنید. (درستی پاسختان را با مشتق‌گیری تحقیق کنید.)

$$f(x) = x - 3 \quad .1$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6 \quad .2$$

$$f(x) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{4}{5}x^3 \quad .3$$

$$f(x) = 8x^4 - 3x^6 + 12x^7 \quad .4$$

$$f(x) = x(2-x)^2 \quad .6 \quad f(x) = (x+1)(2x-1) \quad .5$$

$$f(x) = 2x + 3x^{1/2} \quad .8 \quad f(x) = 5x^{1/2} - 7x^{3/4} \quad .7$$

$$f(x) = \sqrt{x^3} + \sqrt{x^4} \quad .10 \quad f(x) = 6\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} \quad .9$$

$$g(x) = \frac{5 - 4x^3 + 2x^6}{x^5} \quad .12 \quad f(x) = \frac{10}{x^4} \quad .11$$

$$f(t) = 3 \cos t - 4 \sin t \quad .14 \quad f(u) = \frac{u^3 + 3\sqrt{u}}{u^2} \quad .13$$

$$f(\theta) = 6\theta^2 - 7 \sec^2 \theta \quad .16 \quad g(\theta) = \cos \theta - 5 \sin \theta \quad .15$$

۲۱-۴۰ را پیدا کنید.

$$f''(x) = 2 + x^3 + x^6 \quad .22 \quad f''(x) = 6x + 12x^2 \quad .21$$

$$f''(x) = 6x + \sin x \quad .24 \quad f''(x) = \frac{2}{3}x^{2/3} \quad .23$$

$$f'''(t) = t - \sqrt{t} \quad .26 \quad f'''(t) = 6 \cdot t^2 \quad .25$$

$$f(0) = 8 \quad , f'(x) = 1 - 6x \quad .27$$

$$f(1) = 6 \quad , f'(x) = 8x^3 + 12x + 3 \quad .28$$

$$f(1) = 10 \quad , f'(x) = \sqrt{x}(6 + 5x) \quad .29$$

$$f(1) = 30 \quad , x > 0 \quad , f'(x) = 2x - \frac{3}{x^4} \quad .30$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 \quad , -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2} \quad , f'(t) = 2 \cos t + \sec^2 t \quad .31$$

$$f(-1) = -1 \quad , f(1) = 1 \quad , f'(x) = x^{-1/2} \quad .32$$

$$f'(1) = -3 \quad , f(1) = 5 \quad , f''(x) = 24x^2 + 2x + 10 \quad .33$$

$$f'(0) = 1 \quad , f(0) = 2 \quad , f''(x) = 4 - 6x - 40x^3 \quad .34$$

$$f'(0) = 4 \quad , f(0) = 3 \quad , f''(\theta) = \sin \theta + \cos \theta \quad .35$$

$$f'(4) = 7 \quad , f(4) = 20 \quad , f''(t) = \frac{3}{\sqrt{t}} \quad .36$$

$$f(2) = 15 \quad , f(0) = 9 \quad , f''(x) = 2 - 12x \quad .37$$

$$f(1) = 5 \quad , f(0) = 8 \quad , f''(x) = 20x^3 + 12x^2 + 4 \quad .38$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad , f(0) = -1 \quad , f''(x) = 2 + \cos x \quad .39$$

$$f''(0) = 3 \quad , f'(0) = 2 \quad , f(0) = 1 \quad , f'''(x) = \cos x \quad .40$$

۱. نشان دهید که به ازای هر x ، $|\sin x - \cos x| \leq \sqrt{2}$.

۲. نشان دهید که به ازای هر x و y که $|x| \leq 2$ و $|y| \leq 2$ ، $x^2 y^2 (4 - x^2)(4 - y^2) \leq 16$.

۳. فرض کنید a و b عددهایی مثبت باشند. ثابت کنید ممکن نیست عددهای $a(1-b)$ و $b(1-a)$ هر دو از $\frac{1}{4}$ بزرگتر باشند.

۴. نقطه‌ای روی سهمی $y = 1 - x^2$ پیدا کنید که در آن خط مماس از ربع اول مثلی با کمترین مساحت جدا می‌کند.

۵. بالاترین و پایین‌ترین نقطه روی منحنی $x^2 + xy + y^2 = 12$ را پیدا کنید.

۶. آب با آهنگ ثابت به درون مخزنی کروی می‌ریزد. فرض کنید $V(t)$ حجم آب درون مخزن و $H(t)$ ارتفاع آن درون مخزن در زمان t باشد.

الف) معنی $V'(t)$ و $H'(t)$ چیست؟ این مشتقها مثبت‌اند، منفی‌اند یا صفرند؟

ب) $V''(t)$ مثبت است یا منفی یا صفر؟ توضیح دهید.

ج) فرض کنید t_1 ، t_2 و t_3 به ترتیب زمانهایی باشند که مخزن یک‌چهارم است، نصف است و سه‌چهارم است. مقدارهای $H''(t_1)$ ، $H''(t_2)$ و $H''(t_3)$ مثبت‌اند، منفی‌اند یا صفرند؟ چرا؟

۷. مقدار ماکسیمم مطلق تابع

$$f(x) = \frac{1}{1+|x|} + \frac{1}{1+|x-2|}$$

را پیدا کنید.

۸. تابعی مانند f پیدا کنید که $f'(-1) = \frac{1}{4}$ ، $f'(0) = 0$ و به ازای هر x ، $f''(x) > 0$ ، یا ثابت کنید که ممکن نیست چنین تابعی وجود داشته باشد.