

نجمه محدود به منحنی زیر را بیاید.

(۵) $x=2, x=-1, y=9-x^2, y=x+1$

(۶) $x=\pi, x=\frac{\pi}{2}, y=x, y=\sin x$

(۱۰) $y=\frac{x^2+1}{x}, y=1+\sqrt{x}$

(۸) $y=x+4, y=x^2-2x$

(۱۴) $0 \leq x \leq 2\pi, y=2-\cos x, y=\cos x$

(۱۱) $y^2=x, y=x^2$

(۲۱) $x=y^2-1, x=1-y^2$

(۲۰) $x=y, 4x+y^2=12$

(۲۷) $y=\frac{x}{\lambda}, y=x, y=\frac{1}{x^2}$

(۲۴) $0 \leq x \leq \pi, y=1-\cos x, y=\cos x$

(۲۹) مثلث با رئوس داده شده را بیاید. $(-1, 4), (2, 1), (0, 0)$

(۳۱) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| dx$

(۳۲) $\int_0^4 |\sqrt{x+2} - x| dx$

(۴۸) منحنی $y=x^2$ به منحنی $y=x$ بر این منحنی در $(1, 1)$ و $(0, 0)$ را بیاید.

(۴۹) طراظین پیدا کنید که خط $y=b$ منحنی $y=x^2$ و $y=4$ را به دو ناحیه با مساحت برابر تقسیم کند.

(۵۱) مقدار c را طوری پیدا کنید که منحنی $y=x^2-c$ و $y=c^2-x^2$ را به دو ناحیه 0.574 برساند.

Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

۱۸. $x = 1$ حول $x = 4, x = 2, y = 0, y = x$

۱۸-۱ حجم جسمی سه بعدی را که از دوران دادن ناحیه محدود به منحنیهای داده شده حول خط مشخص شده به دست می آید پیدا کنید. این ناحیه، جسم مورد نظر و قرص یا واشر نوعی را رسم کنید.

۱. $x = 2, x = 1, y = 0, y = 2 - \frac{1}{4}x$ حول محور x

۲. $y = 0, y = 1 - x^2$ حول محور x

۳. $y = 0, x = 2, x = 1, y = \frac{1}{x}$ حول محور x

۴. $x = 4, x = 2, y = 0, y = \sqrt{25 - x^2}$ حول محور x

۵. $y = 9, x = 0, x = 2\sqrt{y}$ حول محور y

۶. $x = 0, x = y - y^2$ حول محور y

۷. $x \geq 0, y = x, y = x^2$ حول محور x

۸. $y = 5 - x^2, y = \frac{1}{4}x^2$ حول محور x

۹. $x = 2y, y^2 = x$ حول محور y

۱۰. $y = 0, x = 2, y = \frac{1}{4}x^2$ حول محور y

۱۱. $y = \sqrt{x}, y = x$ حول $y = 1$

۱۲. $y = 4, y = x^2$ حول $y = 4$

۱۳. $y = 3, y = 1 + \sec x$ حول $y = 1$

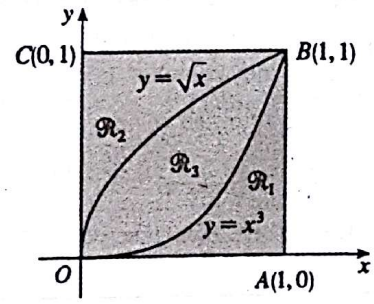
۱۴. $x = 3, x = 1, y = 0, y = \frac{1}{x}$ حول $y = -1$

۱۵. $x = 1, x = y^2$ حول $x = 1$

۱۶. $y = \sqrt{x}, y = x$ حول $x = 2$

۱۷. $x = y^2, y = x^2$ حول $x = -1$

۱۹-۳۰ به شکل نگاه کنید و حجمی را که از دوران دادن ناحیه داده شده حول خط مشخص شده ایجاد می شود پیدا کنید.



- | | |
|--------------------|--------------------|
| ۲۰. OC حول R_1 | ۱۹. OA حول R_1 |
| ۲۲. BC حول R_1 | ۲۱. AB حول R_1 |
| ۲۴. OC حول R_2 | ۲۳. OA حول R_2 |
| ۲۶. BC حول R_2 | ۲۵. AB حول R_2 |
| ۲۸. OC حول R_3 | ۲۷. OA حول R_3 |
| ۳۰. BC حول R_3 | ۲۹. AB حول R_3 |

۳۱-۳۶ انتگرالی برای حجم جسمی سه بعدی که از دوران دادن ناحیه محدود به منحنیهای داده شده حول خط مشخص شده به دست می آید بنویسید، اما آن را حساب نکنید.

۳۱. $x = 0, y = 1, y = \tan^2 x$ حول $y = 1$

$$.٣٢ \quad x = 1^\circ \text{ حول} \quad !\lambda x - y = 16, y = (x - 2)^4$$

$$.٣٣ \quad y = 1 \text{ حول} \quad !^\circ \leq x \leq \pi, y = \sin x, y = 0$$

$$.٣٤ \quad y = -2 \text{ حول} \quad !^\circ \leq x \leq \pi, y = \sin x, y = 0$$

$$.٣٥ \quad x = -2 \text{ حول} \quad !x = 3, x^2 - y^2 = 1$$

$$.٣٦ \quad y = 4 \text{ حول} \quad !^\circ \leq x \leq 2\pi, y = 2 - \cos x, y = \cos x$$

۵۷. قاعده S ناحیه‌ای بیضوی است که مرزش منحنی $9x^2 + 4y^2 = 36$ است. سطح مقطعهای عمود بر محور x مثلثهایی متساوی‌الساقین و قائمه‌اند که وترشان روی قاعده قرار دارد.

۵۸. قاعده S ناحیه‌ای مثلثی است که رأسهایش $(0, 0)$ ، $(1, 0)$ و $(0, 1)$ اند. سطح مقطعهای عمود بر محور y مثلثهایی متساوی‌الاضلاع‌اند.

۵۹. قاعده S همان قاعده تمرین ۵۸ است، اما سطح مقطعهای عمود بر محور x مربع‌اند.

۶۰. قاعده S ناحیه محصور به هذلولی $y = 1 - x^2$ و محور x است. سطح مقطعهای عمود بر محور y مربع‌اند.

۶۱. قاعده S همان قاعده تمرین ۶۰ است، اما سطح مقطعهای عمود بر محور x مثلثهایی متساوی‌الساقین‌اند که ارتفاعشان برابر با قاعده‌شان است.

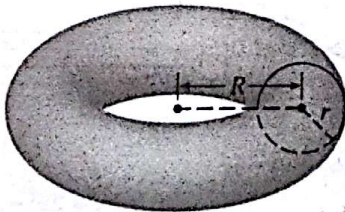
۶۲. قاعده S قرصی مدور به شعاع r است. سطح مقطعهای موازی و عمود بر قاعده، مثلثهایی متساوی‌الساقین به ارتفاع h اند و ضلع نابرابرشان روی قاعده قرار دارد.

الف) انتگرالی برای حجم S بنویسید.

ب) با تعبیرکردن این انتگرال به مساحت، حجم S را پیدا کنید.

۶۳. الف) انتگرالی برای حجم چنبره‌ای (جسمی سه‌بعدی شبیه دونات که در شکل زیر نشان داده‌ایم) به شعاعهای r و R بنویسید.

ب) با تعبیرکردن این انتگرال به مساحت، حجم این چنبره را پیدا کنید.



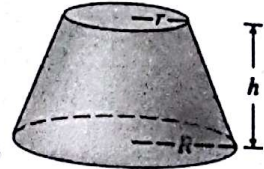
۶۴. مثال ۹ را این‌طور حل کنید که سطح مقطعی را موازی خط برخورد دو صفحه بگیرید.

۶۵. الف) اصل کاوالیری این است که اگر خانواده‌ای از صفحه‌های موازی مساحت‌های سطح مقطعی برابر در دو جسم سه‌بعدی S_1 و S_2 ایجاد کنند، آن‌وقت حجم S_1 و S_2 برابر است. این اصل را ثابت کنید.

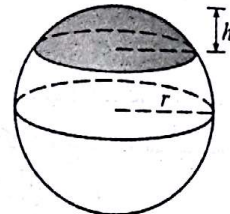
۴۹-۶۱ حجم جسم سه‌بعدی مشخص شده، S را پیدا کنید.

۴۹. مخروط دوار قائمی به ارتفاع h و شعاع قاعده r .

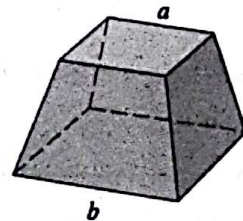
۵۰. مخروط ناقصی به ارتفاع h ، شعاع قاعده پایینی R و شعاع قاعده بالایی r که از مخروط دوار قائمی به دست آمده است.



۵۱. عرقچینی از کره به شعاع r و ارتفاع h .



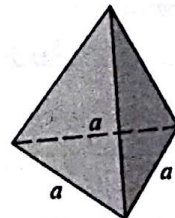
۵۲. هرم ناقصی با قاعده مربعی به طول ضلع b ، مربع بالایی به طول ضلع a و ارتفاع h .



اگر $a = b$ چه اتفاقی می‌افتد؟ اگر $a = 0$ چه اتفاقی می‌افتد؟

۵۳. هرمی به ارتفاع h و قاعده‌ای مستطیلی به ابعاد b و $2b$.

۵۴. هرمی به ارتفاع h و قاعده‌ای که مثلثی متساوی‌الاضلاع به ضلع a است (چهاروجهی).



۵۵. چهاروجهی‌ای که سه وجهش دوجه دو بر هم عمودند و سه یال دوجه دو بر هم عمود به طولهای 3 cm ، 4 cm و 5 cm دارد.

۵۶. قاعده S قرصی مدور به شعاع r است. سطح مقطعهای موازی و عمود بر قاعده مربع‌اند.

۹) $f(x) = x^2 - 2x$

۱۱) $g(x) = \frac{1}{x}$

۱۲) $g(x) = |x|$

۱۴) $h(x) = 1 + \cos x, 0 \leq x \leq \pi$

۱۸) $f(x) = x + \cos x \Rightarrow f^{-1}(1) = ?$

۱۹) $h(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow h^{-1}(4) = ?$

۲۳) $f(x) = x^2 - 2x$

۲۴) $f(x) = \frac{4x-1}{2x+3}$

۲۹) $y = 2x^2 + 3$

۲۸) $f(x) = 2x^2 - 1, x \geq 2$

۳۷) $y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

۳۹) $f(x) = x^2 + \tan \frac{\pi x}{4}, -1 < x < 1 \Rightarrow (f^{-1})'(3) = ?$

۴۰) $f(x) = \sqrt{x^2 + x^2 + x + 1} \Rightarrow (f^{-1})'(2) = ?$

۴۱) فرض کنید f^{-1} تابع وارث تابع مشتق پذیر باشد، $f(4) = \frac{1}{4}, f(5) = 5 \Rightarrow (f^{-1})'(5) = ?$

۴۲) فرض کنید f^{-1} تابع وارث تابع مشتق پذیر باشد و $G(x) = \frac{1}{f^{-1}(x)}$ اگر $f(2) = 2, f'(2) = \frac{1}{9} \Rightarrow G'(2) = ?$

۴۶) اگر f تابعی یک به یک و در مشتق پذیر تابع وارث باشد، آن گاه

$$g''(x) = - \frac{f''(g(x))}{(f'(g(x)))^3}$$

تقویم ۱۳۹۴

ش	ی	د	س	چ	پ	ج
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

(الف) نشان دهید که f یک به یک است.

(ب) با استفاده از قضیه ۷، $(f^{-1})'(a)$ را پیدا کنید.

(ج) $f^{-1}(x)$ را پیدا کنید و دامنه و برد f^{-1} را مشخص کنید.

(د) $(f^{-1})'(a)$ را از دستور قسمت (ج) پیدا کنید و تحقیق کنید که با نتیجه قسمت (ب) همخوانی دارد.

(ه) نمودار f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$۳۳. \quad a = ۸, \quad f(x) = x^3$$

$$۳۴. \quad a = ۲, \quad f(x) = \sqrt{x-۲}$$

$$۳۵. \quad a = ۸, \quad ۰ \leq x \leq ۳, \quad f(x) = ۹ - x^2$$

$$۳۶. \quad a = ۲, \quad x > ۱, \quad f(x) = \frac{1}{x-1}$$

۳۷-۴۰ $(f^{-1})'(a)$ را پیدا کنید.

$$۳۷. \quad a = ۴, \quad f(x) = ۲x^3 + ۳x^2 + ۷x + ۴$$

$$۳۸. \quad a = ۲, \quad f(x) = x^3 + ۳ \sin x + ۲ \cos x$$

تمرین ۶.۷

۱۰-۱ مقدار دقیق هر یک از عبارتهای زیر را پیدا کنید.

۱. الف) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3}$ (ب) $\cos^{-1}(-1)$

۲. الف) $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$ (ب) $\sec^{-1} 2$

۳. الف) $\arctan 1$ (ب) $\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$

۴. الف) $\cot^{-1}(-\sqrt{3})$ (ب) $\arccos(-\frac{1}{4})$

۵. الف) $\tan(\arctan 10)$ (ب) $\sin^{-1}(\sin \frac{7\pi}{3})$

۶. الف) $\tan^{-1}(\tan \frac{3\pi}{4})$ (ب) $\cos(\arcsin \frac{1}{4})$

۷. $\tan(\sin^{-1} \frac{2}{3})$ (ب) $\csc(\arccos \frac{3}{5})$ ۸.

۹. $\sin(2 \tan^{-1} \sqrt{2})$ (ب) $\cos(\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3)$ ۱۰.

۱۱. ثابت کنید $\cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1-x^2}$

۱۲-۱۴ عبارت داده شده را ساده کنید.

۱۲. $\tan(\sin^{-1} x)$ ۱۳. $\sin(\tan^{-1} x)$

۱۴. $\cos(2 \tan^{-1} x)$

۱۵-۱۶ نمودار تابعهای داده شده را روی یک صفحه نمایش رسم کنید. این

نمودارها چه ربطی به هم دارند؟

۱۵. $y = \sin x$ ، $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ؛ $y = \sin^{-1} x$ ؛ $y = x$

۱۶. $y = \tan x$ ، $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ؛ $y = \tan^{-1} x$ ؛ $y = x$

۲۰. ثابت کنید $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

۲۱. ثابت کنید $\frac{d}{dx}(\csc^{-1} x) = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

۲۲-۳۵ مشتق تابع داده شده را پیدا کنید. هر جا که ممکن بود ساده کنید.

۲۲. $y = \sqrt{\tan^{-1} x}$

۲۳. $y = \tan^{-1} \sqrt{x}$ ۲۴. $f(x) = x \ln(\arctan x)$

۲۵. $y = \sin^{-1}(2x+1)$ ۲۶. $g(x) = \sqrt{x^2-1} \sec^{-1} x$

۲۷. $G(x) = \sqrt{1-x^2} \arccos x$

۲۸. $F(\theta) = \arcsin \sqrt{\sin \theta}$

۲۹. $y = \cos^{-1}(e^{2x})$ ۳۰. $y = \arctan \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

۳۱. $y = \arctan(\cos \theta)$ ۳۲. $y = \tan^{-1}(x - \sqrt{1+x^2})$

۳۳. $h(t) = \cot^{-1}(t) + \cot^{-1} \frac{1}{t}$

۳۴. $y = \tan^{-1} \frac{x}{a} + \ln \sqrt{\frac{x-a}{x+a}}$

۳۵. $y = \arccos \frac{b+a \cos x}{a+b \cos x}$ ، $0 \leq x \leq \pi$ ، $a > b > 0$

۳۶-۳۷ مشتق تابع داده شده را پیدا کنید. دامنه تابع و مشتقش را پیدا کنید.

۳۶. $f(x) = \arcsin(e^x)$ ۳۷. $g(x) = \cos^{-1}(2-2x)$

۳۸. اگر $\tan^{-1}(xy) = 1 + x^2 y$ ، y' را پیدا کنید.

۳۹. اگر $g(x) = x \sin^{-1} \frac{x}{4} + \sqrt{16-x^2}$ ، $g'(2)$ را پیدا کنید.

۴۰. معادله خط مماس بر منحنی $y = 3 \arccos \frac{x}{4}$ در نقطه $(1, \pi)$ را پیدا کنید.

۴۱-۴۲ $f'(x)$ را پیدا کنید. با مقایسه نمودارهای f و f' تحقیق کنید که باسختان قابل قبول است.

۴۱. $f(x) = \sqrt{1-x^2} \arcsin x$

۴۲. $f(x) = \arctan(x^2 - x)$

۱۷. دستور ۶ برای مشتق \cos^{-1} را به همان روش اثبات دستور ۳ ثابت کنید.

۱۸. الف) ثابت کنید $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

ب) با استفاده از قسمت الف) دستور ۶ را ثابت کنید.

۱۹. ثابت کنید $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$

۴۳-۴۶ حد موردنظر را پیدا کنید.

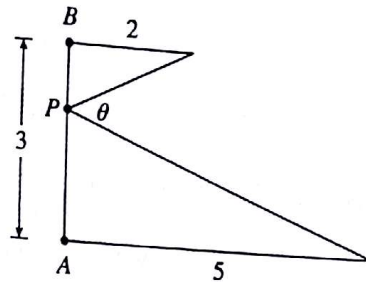
۴۴. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arccos \frac{1+x^2}{1+2x^2}$

۴۳. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \sin^{-1} x$

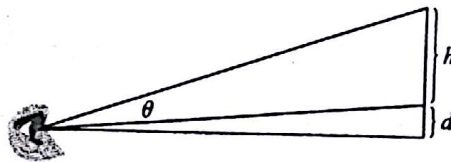
۴۶. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$

۴۵. $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(e^x)$

۴۷. نقطه P را کجا روی پاره خط AB انتخاب کنیم تا زاویه θ ماکسیمم شود؟



۴۸. ارتفاع تابلویی در گالری هنری h است و طوری آویزان شده است که فاصله ضلع پایینی اش تا چشم بازدیدکننده ای که در حال تماشای آن است d است (مانند شکل زیر). این بازدیدکننده کجا باید بایستد تا بهترین دید را داشته باشد؟ (به عبارت دیگر، این بازدیدکننده کجا بایستد تا زاویه ای که تحت آن تابلو نقاشی را می بیند ماکسیمم شود؟)



۴۹. نردبانی به طول ۱۰ ft به دیواری قائم تکیه داده شده است. اگر پای نردبان با سرعت ۲ ft/s از پای ساختمان دور شود، وقتی که فاصله پای نردبان تا پای ساختمان ۶ ft است، زاویه میان نردبان و ساختمان با چه آهنگی تغییر می کند؟

۵۰. فانوس دریایی ای در جزیره ای کوچک به فاصله ۳ km از نزدیکترین نقطه خط ساحلی مستقیم الخط، P، قرار دارد و چراغش در هر دقیقه چهار بار می گردد. وقتی که پرتو نور این چراغ فاصله اش تا P برابر با ۱ km است، با چه سرعتی روی خط ساحلی حرکت می کند؟

۵۱-۵۴ با استفاده از الگوی بخش ۵.۴ منحنی موردنظر را رسم کنید.

۵۲. $y = \tan^{-1} \frac{x-1}{x+1}$

۵۱. $y = \sin^{-1} \frac{x}{x+1}$

۵۴. $y = \tan^{-1}(\ln x)$

۵۳. $y = x - \tan^{-1} x$

۵۵. CAS

اگر $f(x) = \arctan(\cos(3 \arcsin x))$

با استفاده از نمودارهای f' و f'' مختص x نقطه های ماکسیمم و مینیمم و نقطه های عطف f را تخمین بزنید.

۵۶. \square

خانواده منحنیهای $f(x) = x - c \sin^{-1} x$ را بررسی کنید. وقتی c تغییر می کند تعداد ماکسیممها و مینیممها چه تغییری می کنند چند عضو این خانواده را رسم کنید تا آنچه که پیدا کرده اید روشن شود.

۵۷. کلی ترین پادمشتق تابع

$f(x) = \frac{2+x^2}{1+x^2}$

را پیدا کنید.

۵۸. اگر $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$ و $f(\frac{1}{2}) = 1$ ، $f(x)$ را پیدا کنید.

۵۹-۷۰ انتگرال موردنظر را پیدا کنید.

۵۹. $\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{6}{\sqrt{1-t^2}} dt$

۶۱. $\int_0^{\sqrt{3}/4} \frac{dx}{1+16x^2}$

۶۳. $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$

۶۵. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x}$

۶۷. $\int \frac{t^2}{\sqrt{1-t^6}} dt$

۶۹. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$

۷۱. با استفاده از روش مثال ۸ نشان دهید که، اگر $a > 0$

$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + C$

۷۲. ناحیه زیر منحنی $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ از $x=0$ تا $x=2$ را حول محور x دوران داده ایم. حجم جسم سه بعدی حاصل را پیدا کنید.

۷۳. $\int_0^1 \sin^{-1} x dx$ را با تعبیر کردنش به مساحت و انتگرال گیری نسبت به y به جای x حساب کنید.

۷۴. ثابت کنید که، اگر $xy \neq 1$

$\arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$

به شرطی که سمت چپ بین $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ باشد.

فصل ۷. تابعهای وارث

(نمونه سوال امتحانی)

۱ باید

$$\int x^p \sqrt{1+x^2} dx, \int \frac{\sqrt{\tan x}}{\cos^2 x} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1-x^2} dx, \int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx, \int \frac{dx}{1+\cos^2 x}$$

$$\int \frac{1+\cot x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx, \int \frac{x+\arctan x}{1+x^2} dx, \int \frac{\sin^3 x}{1+\cos x} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{1+\cos x}}{\sin x} dx, \int \frac{\sin x + \cos x}{(2+\sin x - \cos x)^{3/2}} dx$$

۲. معادله $x^2 = 2y + 6$ را با $x = y - 1$ تغییر دهم.

۳. حجم حاصل از دوران ناحیه بین $y = x^2$ و خطوط $x = 1$ ، $x = 2$ ، محور x را پس از دراز کردن خط $x = -1$ را بیابید.

۴. قاعده جرم را برای محاسبه مرکز جرم ناحیه بین $y = x^2$ و $y = 2 - x^2$ است. اگر هر سطح مقطع عمود بر محور x را این جسم یک نیم دایره باشد، حجم این جسم را بیابید.

۵. ناحیه محدود شده بین منحنی $y = x^3$ ، $x = -\sqrt{y}$ و $y = 1$ را بیابید.

۶. ناحیه محدود شده بین $x = y^3$ و $y = x + 1$ را بیابید.

۷. معکوس تابع $f(x) = \arccos \sqrt{1-x^2}$ ، $0 \leq x \leq 1$ را بیابید.

JUL 2015

Sun.	Mon.	Tue.	Wed.	Thu.	Fri.	Sat.
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	